5.4 Plans sécants, intersection de deux plans définis par leurs traces

Soient α et β deux plans sécants définis par leurs traces. On cherche à construire la droite d'intersection i de ces deux plans. Il suffit de deux points de cette droite pour la caractériser.

- α' et β' sont des droites coplanaires ($\alpha', \beta' \in \pi_1$).
  Elles se coupent en un point I :

$$\left.\begin{array}{l} I \in \alpha \\ I \in \beta \end{array}\right\} \Leftrightarrow I \in i\,.$$

- De même, α'' et β'' sont des droites coplanaires ($\alpha'', \beta'' \in \pi_2$).
  Elles se coupent en un point J :

$$\left.\begin{array}{l} J \in \alpha \\ J \in \beta \end{array}\right\} \Leftrightarrow J \in i\,.$$

- La droite d'intersection i est définie par les points I et J.

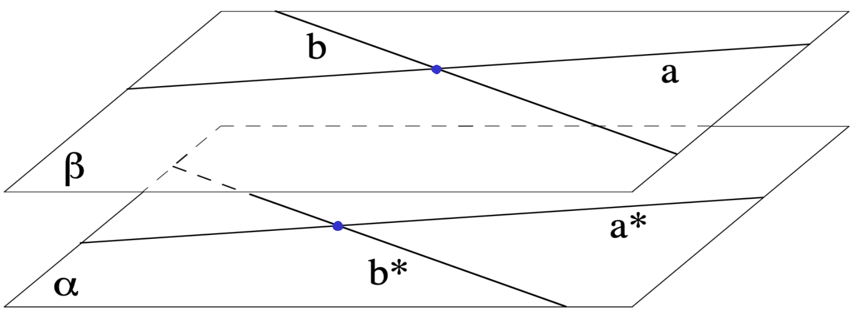
⟶ Exemple 5.4.1

5.5 Plans parallèles

Définition :

Deux plans α et β sont parallèles si α contient deux droites concourantes a^* et b^* respectivement parallèles à deux droites a et b de β.

- $\alpha \,//\, \beta \Leftrightarrow$
  $\alpha \cap \beta = \varnothing$ ou
- $\alpha \,//\, \beta \Leftrightarrow$
  α contient 2 droites concourantes a^* et b^* respectivement parallèles à 2 droites concourantes a et b de β.



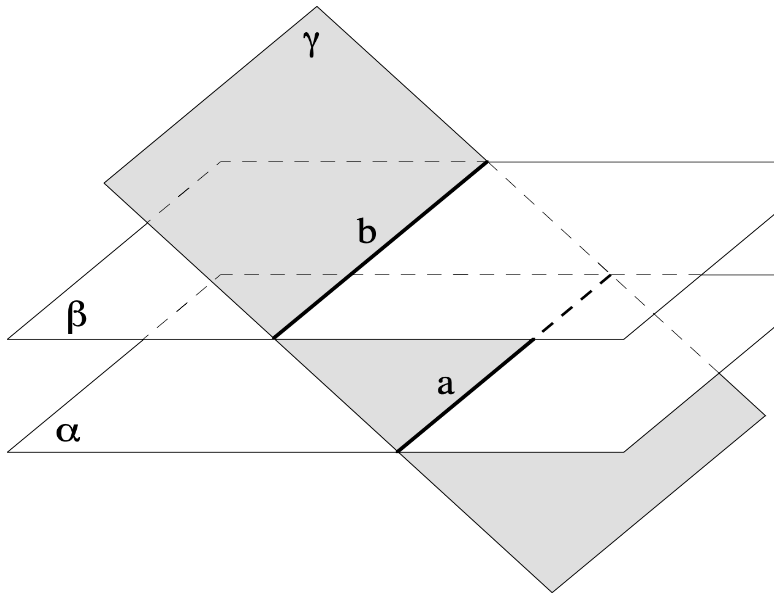
Propriété équivalente :

Deux plans α et β sont parallèles ssi leurs traces respectives sont parallèles :

$$\alpha \parallel \beta \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha' \parallel \beta' \\ \alpha'' \parallel \beta'' \quad (\alpha''' \parallel \beta''') . \end{cases}$$

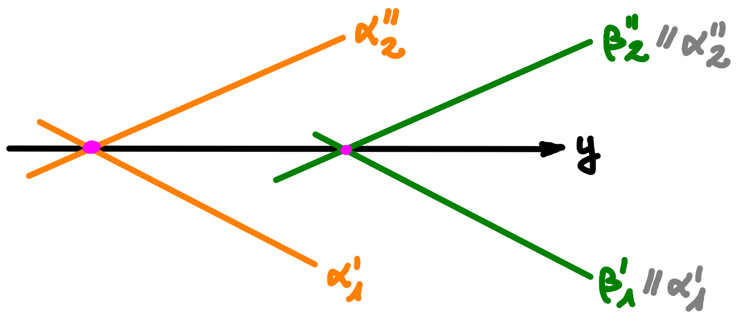
Remarques :

- tout plan γ coupant 2 plans α et β parallèles y détermine des droites d'intersection a et b parallèles.



- par tout point P extérieur à un plan donné α, on peut mener un plan β parallèle à α et un seul.

Epure de deux plans α et β parallèles



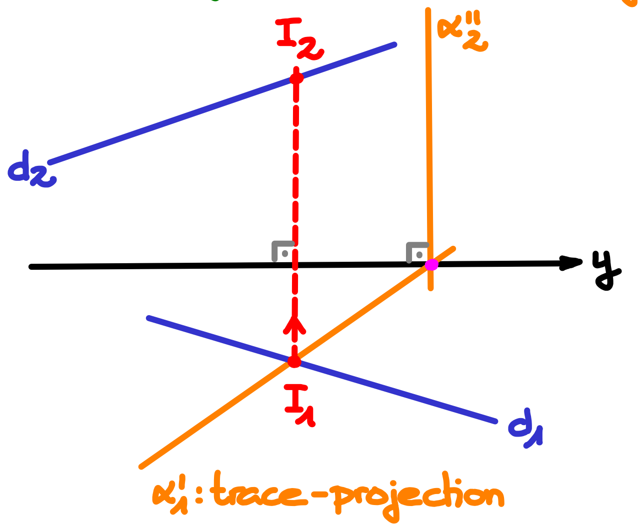
Chapitre 6 : Positions relatives d'une droite et d'un plan

6.1 Droite et plan sécants. Intersection d'une droite et d'un plan

6.1.1 Cas particuliers : les plans projetants

a) Plan vertical

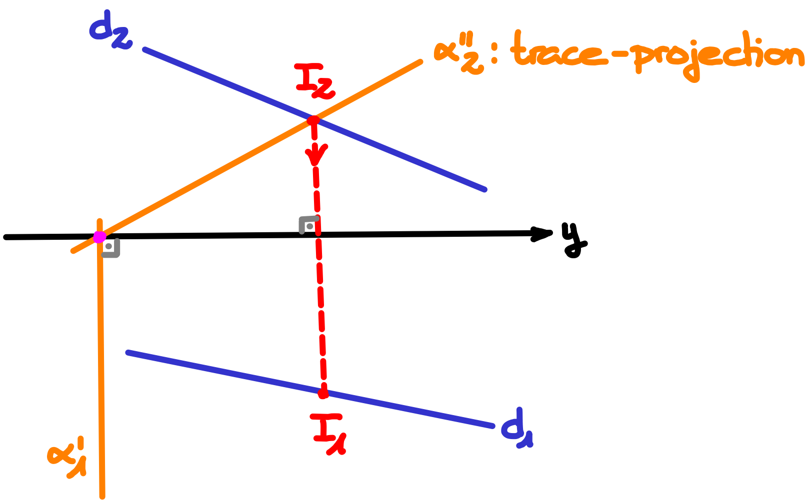
Si α est un plan vertical, l'intersection entre une droite d et α apparaît immédiatement en 1ère projection sur la trace-projection α' de α :



$$\{I\} = \alpha \cap d \iff \{I_1\} = \alpha'_1 \cap d_1 .$$

b) Plan de bout

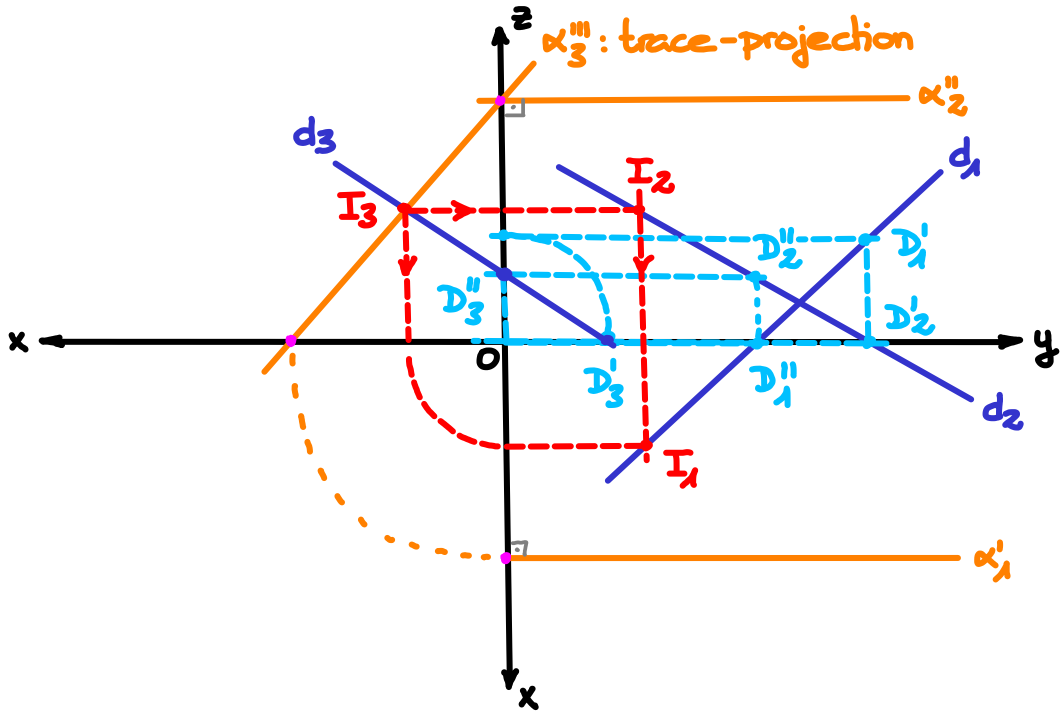
Si α est un plan de bout, le point d'intersection entre d et α apparaît en 2ème projection sur la trace-projection α'' de α :



$$\{I\} = \alpha \cap d \iff \{I_2\} = \alpha''_2 \cap d_2$$

c) Plan perpendiculaire à π_3

Si α est perpendiculaire à π_3, le point d'intersection entre d et α apparaît en 3ème projection sur la trace-projection α''' de α :



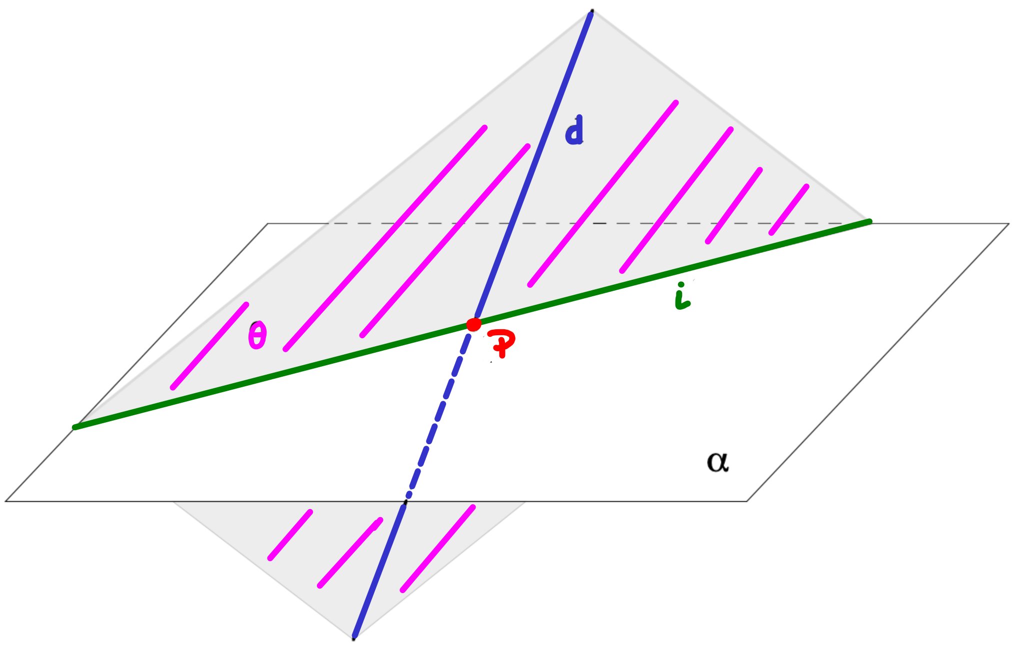
$$\{I\} = \alpha \cap d \Leftrightarrow \{I_3\} = \alpha_3''' \cap d_3$$

6.1.2 Cas général

Soient α un plan quelconque et d une droite qui coupe α.

Pour déterminer le point d'intersection P de d avec α, on utilise un plan auxiliaire θ qui contient la droite d.

Soit i la droite d'intersection de α et θ. Les droites i et d sont coplanaires (elles sont dans le plan auxiliaire θ). Elles se coupent en P :

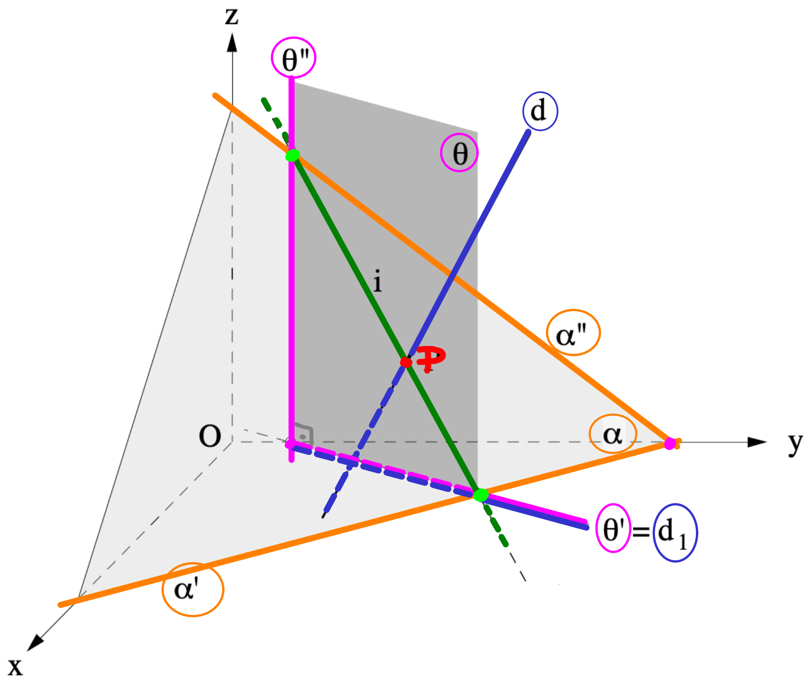


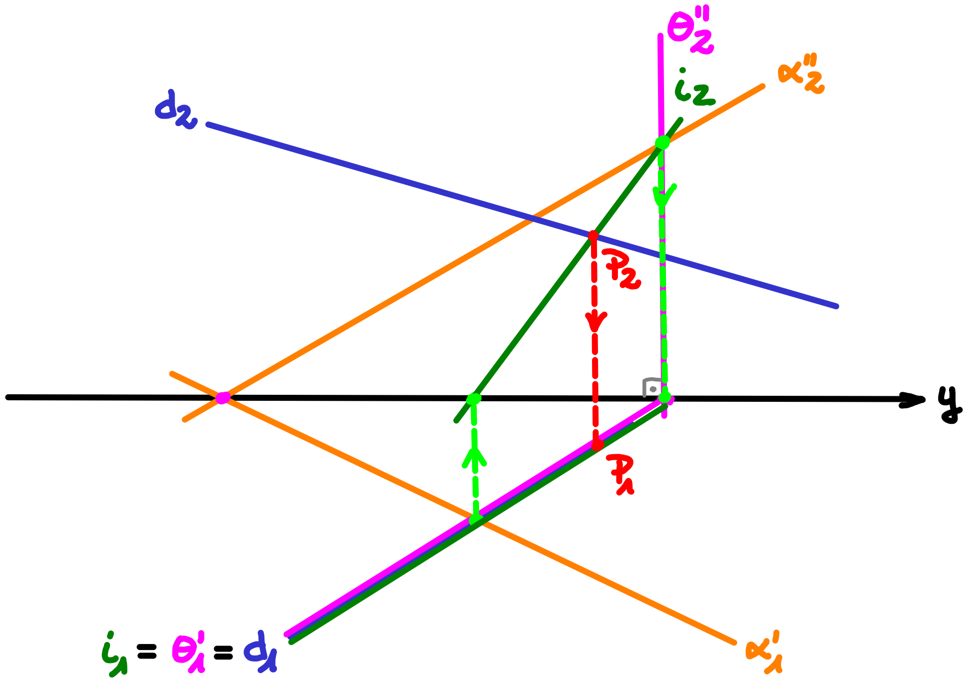
- $\{P\} = d \cap \alpha$
- $d \subset \theta$, θ quelconque
- $i = \theta \cap \alpha$
- $\{P\} = i \cap d$

Sur l'épure, pour simplifier les constructions, on choisit comme plan auxiliaire θ un plan projetant de la droite d.

Exemple : utilisation du 1er projetant de d.

- θ = 1er projetant de d
- $i = \theta \cap \alpha$
- $\{P\} = i \cap d$





∠trace-projection

Le plan auxiliaire θ est le 1er projetant de d.

Sa 1ère trace θ'_1 est confondue avec d_1 (trace-projection).

Sa 2ème trace θ''_2 est perpendiculaire à Oy.