Cours du mercredi 9 avril 2025

Chapitre 5 : Le plan

Géométriquement, un plan est défini par :

- 2 droites sécantes ou parallèles (droites coplanaires)
- 3 points non alignés
- 1 droite d et un point P ($P \notin d$)

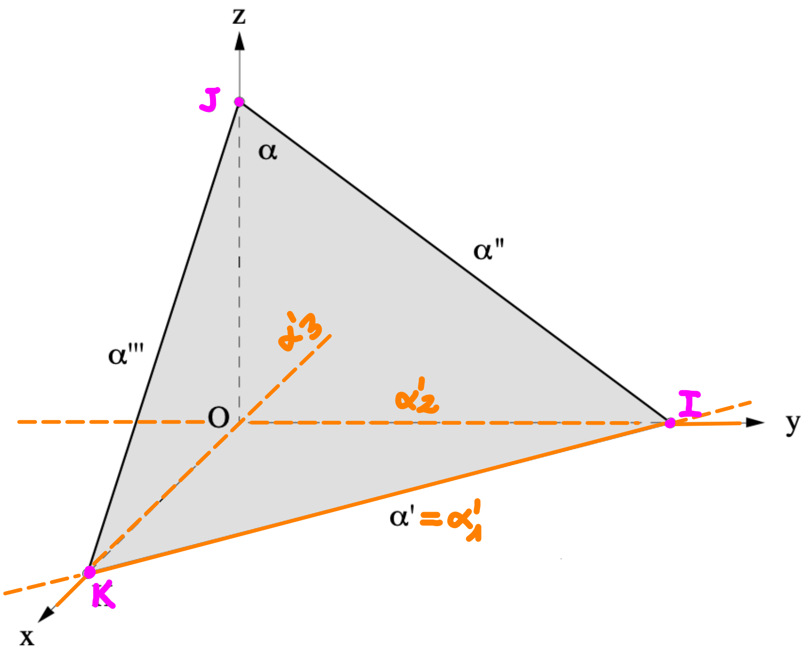
5.1 Traces et droites d'un plan

5.1.1 Traces d'un plan

Soit α un plan, on note et définit :

- α' : 1ère trace de α, $\alpha' = \alpha \cap \pi_1$;
- α'' : 2ème trace de α, $\alpha'' = \alpha \cap \pi_2$;
- α''' : 3ème trace de α, $\alpha''' = \alpha \cap \pi_3$.

α', α'' et α''' sont des droites



α' et ses trois projections

Les trois traces de α sont des droites de α.

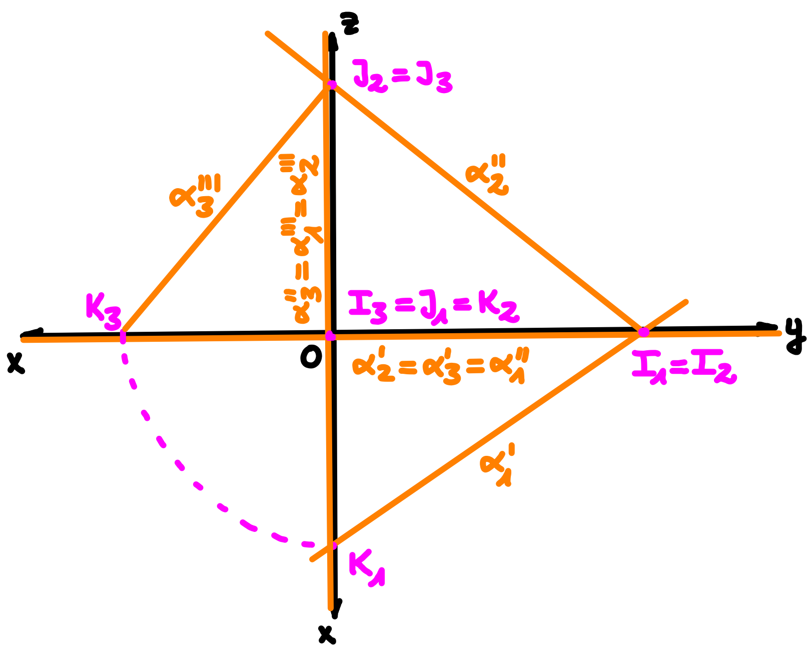
Il suffit de deux traces pour définir le plan α.

- Soit $\{I\} = \alpha \cap Oy$, $I \in \alpha'$ et $I \in \alpha''$. Les traces α' et α'' se coupent en I sur Oy.
- Soit $\{J\} = \alpha \cap Oz$, $J \in \alpha''$ et $J \in \alpha'''$. Les traces α'' et α''' se coupent en J sur Oz.
- Soit $\{K\} = \alpha \cap Ox$, $K \in \alpha'$ et $K \in \alpha'''$. Les traces α' et α''' se coupent en K sur Ox.

Propriétés

- $\alpha' \subset \pi_1 \Leftrightarrow \alpha'_2 = Oy$ et $\alpha'_3 = Ox$;
- $\alpha'' \subset \pi_2 \Leftrightarrow \alpha''_1 = Oy$ et $\alpha''_3 = Oz$;
- $\alpha''' \subset \pi_3 \Leftrightarrow \alpha'''_1 = Ox$ et $\alpha'''_2 = Oz$.

Epure d'un plan défini par ses traces



Par la suite, on ne représentera que α_1' et α_2'' (éventuellement α_3'''). On "négligera" les autres projections des traces (celles qui sont confondues avec les axes).

5.1.2 Droite d'un plan

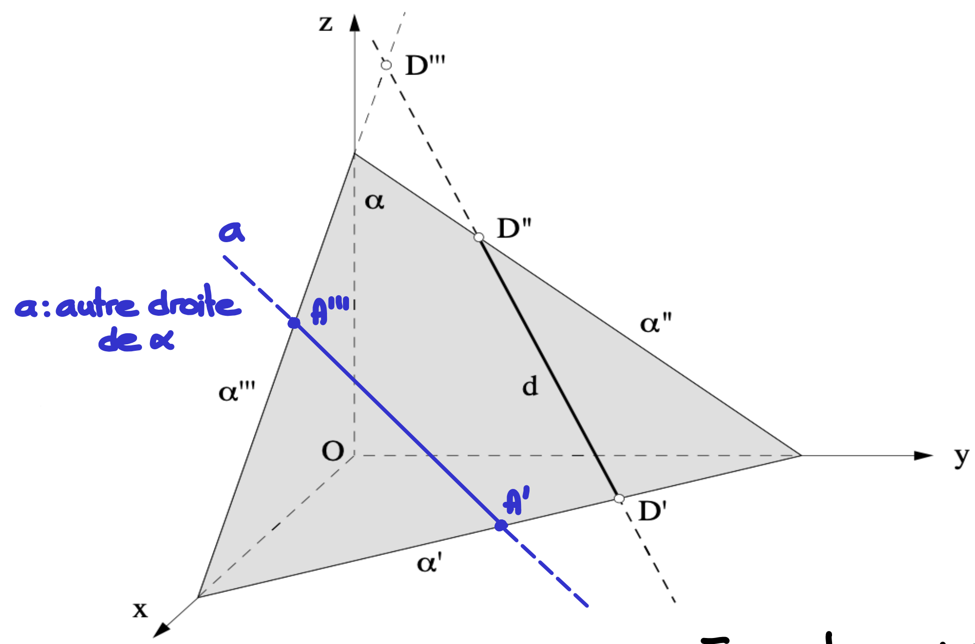
Soit d une droite d'un plan α. Les traces de d appartiennent aux traces de α.

Plus précisément,

$$d \subset \alpha \iff D' \in \alpha', D'' \in \alpha'', \text{ et } D''' \in \alpha'''.$$

Sur l'épure,

$$D_1' \in \alpha_1', \; D_2'' \in \alpha_2'', \; D_3''' \in \alpha_3'''.$$



→ Exemples 5.1.1, 5.1.2 et 5.1.3

5.2 Droites principales d'un plan

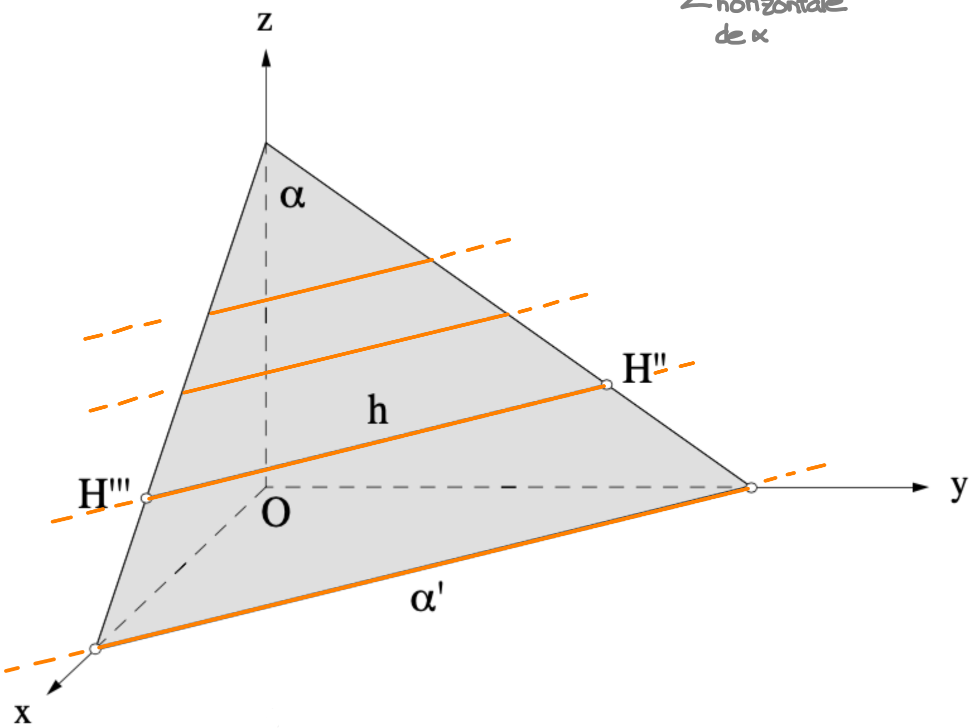
5.2.1 Droites horizontales

Toutes les droites horizontales d'un plan α sont parallèles entre elles.

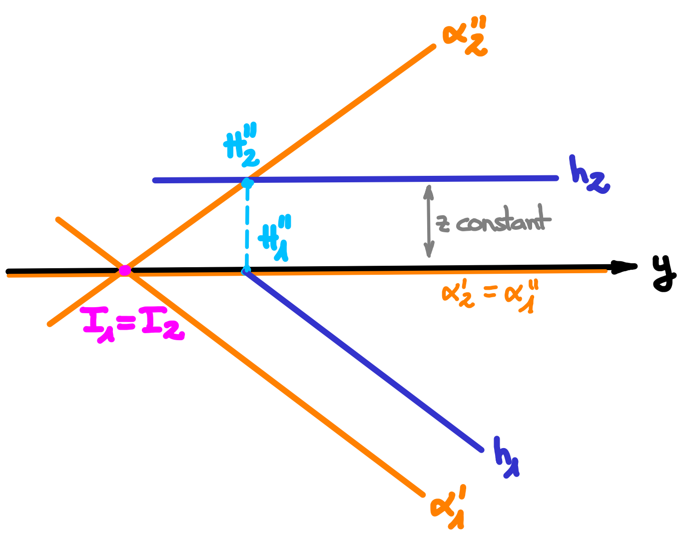
Or, la 1ère trace de α est une horizontale particulière de α ($\alpha' = \alpha \cap \pi_1$).

Donc, toute horizontale h de α est parallèle à α' :

$$\underbrace{h \subset \alpha}_{\text{horizontale de } \alpha} \Rightarrow \begin{cases} h_1 \parallel \alpha'_1 \\ h_2 \parallel \alpha'_2 = Oy \end{cases}$$



Epure d'une horizontale h du plan α



$h \parallel \alpha'$

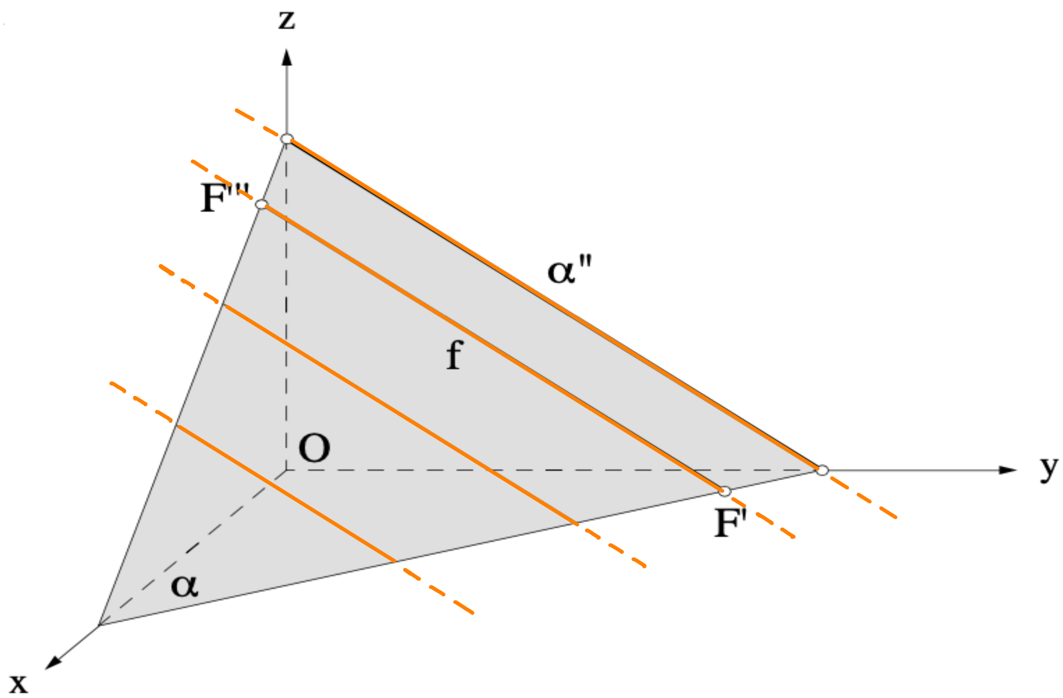
($h_1 \parallel \alpha'_1$ et $h_2 \parallel \alpha'_2$)

5.2.2 Droites frontales

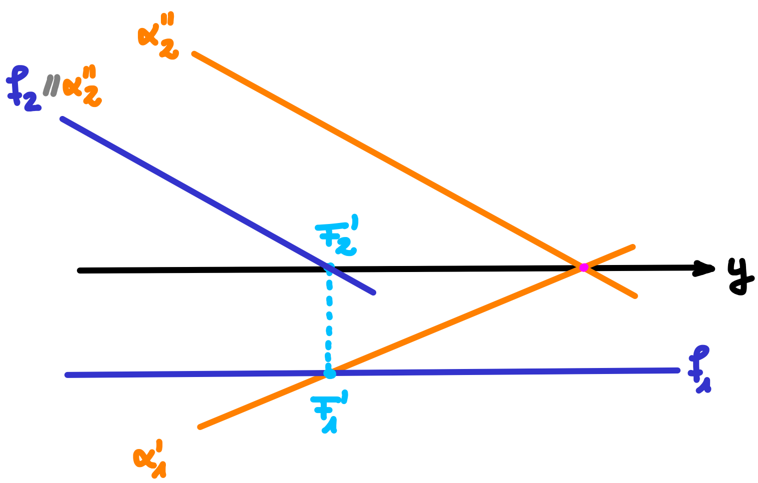
Toutes les droites frontales d'un plan α sont parallèles entre elles.

Une frontale f de α est donc parallèle à α'' (2ème trace de α, donc frontale particulière de α)

$$\underset{\text{frontale de } \alpha}{f \subset \alpha} \Rightarrow \begin{cases} f_1 \parallel \alpha''_1 = Oy \\ f_2 \parallel \alpha''_2 \end{cases}$$



Epure d'une frontale f du plan α

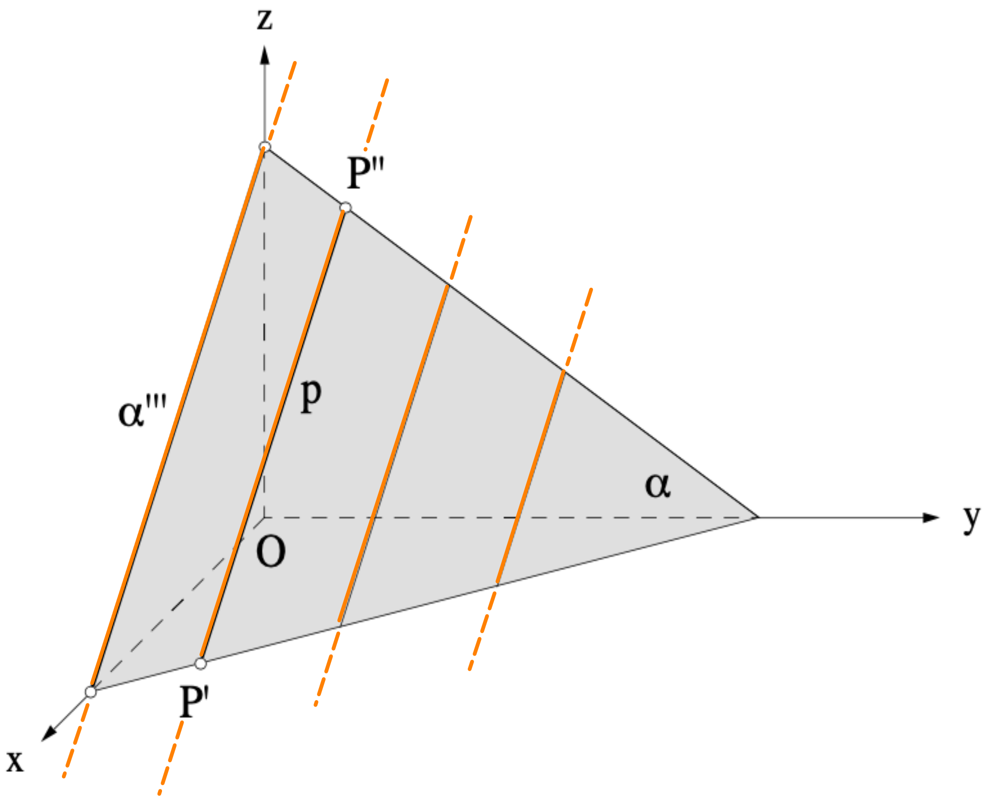


5.2.3 Droites de profil

Toutes les droites de profil d'un plan α sont parallèles à α''' (3ème trace de α et droite de profil particulière de α).

$$p \subset \alpha \Rightarrow \begin{cases} p_1 = p_2 \parallel Ox \equiv Oz \\ p_3 \parallel \alpha_3''' \end{cases}$$

∠ droite de profil de α



Epure d'une droite de profil p du plan α