

Gaz parfait

1 Description macroscopique d'un gaz

Un gaz est formé d'un grand nombre de molécules interagissant faiblement.

Chaque molécule a un mouvement compliqué et il serait illusoire de vouloir décrire le mouvement de chacune d'elles. A l'échelle macroscopiques, un gaz est entièrement décrit par trois variables d'état : sa pression, son volume et sa température.

Observation : un gaz exerce une force de pression sur toute surface. Si nous admettons que le gaz appuie uniformément sur la surface S , la pression du gaz est

$$p = \frac{||\vec{F}_{\text{gaz} \rightarrow \text{surface}}||}{S}.$$

Observation : pour un gaz enfermé dans une boîte, plus le volume de la boîte est faible, plus la pression est importante. Si le volume est fortement réduit, l'état physique change : les molécules se condensent et forment un liquide.

2 Modèle du gaz parfait

Le gaz parfait est un modèle simple et efficace pour la description de tout gaz réel loin de la liquéfaction. Hypothèses :

1. les molécules n'interagissent pas,
2. les molécules n'ont pas de volume propre,
3. les chocs des molécules sur d'autres objets sont élastiques.

Loi du gaz parfait :

$$pV = NkT$$

- p : pression du gaz
- V : volume occupé par le gaz
- N : nombre de molécules
- T : température du gaz (en kelvin K)
- $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$: constante de Boltzmann.

Rem. : si nous comptons N par paquets d'une mole, où

$$1 \text{ mole} = N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ (nombre d'Avogadro),}$$

alors $N = nN_A$ et

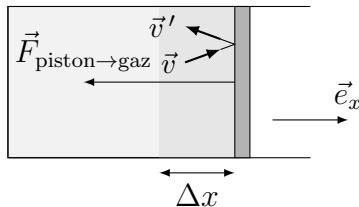
$$pV = nRT$$

- n : nombre de moles
- $R = N_A k = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mole}^{-1}$: constante du gaz parfait.

La loi du gaz parfait est une conséquence de la 2^e loi de Newton,

$$\vec{F}_{\text{ext}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}.$$

En effet, considérons un gaz de N molécules enfermé dans une boîte de volume V fermée par un piston de surface S .



La force exercée sur le gaz par le piston est

$$\vec{F}_{\text{piston} \rightarrow \text{gaz}} = -\vec{F}_{\text{gaz} \rightarrow \text{piston}}$$

(action=réaction).

Estimons le changement de quantité de mouvement $\Delta \vec{P}$ du gaz pendant un intervalle de temps Δt .

1. Pour une molécule rebondissant sur le piston,

- avant le choc : $\vec{v} = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y + v_z \vec{e}_z$
 - après le choc : $\vec{v}' = -v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y + v_z \vec{e}_z$
- d'où

$$\Delta \vec{P}_{\text{molécule}} = m \vec{v}' - m \vec{v} = -2m v_x \vec{e}_x.$$

2. Pendant Δt , seules les molécules assez proches du piston (dans la zone grisée de largeur $\Delta x = v_x \Delta t$) vont frapper le piston, si elles se dirigent vers celui-ci. Il y en a

$$N_{\text{chocs}} = \underbrace{\frac{1}{2}}_{\substack{\text{vers le} \\ \text{piston}}} \underbrace{\frac{N}{V}}_{\substack{\text{concentration} \\ \text{de molécules}}} \underbrace{S v_x \Delta t}_{\substack{\text{volume} \\ \text{de la zone}}}.$$

Alors $\Delta \vec{P} = -\frac{1}{2} \frac{N}{V} S v_x \Delta t \cdot 2m v_x \vec{e}_x = -\frac{N}{V} S m v_x^2 \Delta t \vec{e}_x$ et

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = -\frac{N}{V} S m v_x^2 \vec{e}_x = \vec{F}_{\text{piston} \rightarrow \text{gaz}} = -\vec{F}_{\text{gaz} \rightarrow \text{piston}},$$

d'où la pression du gaz

$$p = \frac{||\vec{F}_{\text{gaz} \rightarrow \text{piston}}||}{S} = \frac{N}{V} m v_x^2.$$

Rem. : • la pression est un effet moyen : nous remplaçons (sans démonstration) v_x^2 par sa moyenne sur les molécules

$$v_x^2 \rightarrow \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{i,x}^2,$$

- le gaz est isotrope (il n'y a pas de direction préférentielle) :

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

par Pythagore ($v^2 = ||\vec{v}||^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$).

Finalement,

$$pV = \frac{1}{3} N m \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} N \langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle = \frac{2}{3} N \langle E_{\text{cin,CM}} \rangle.$$

Pression et volume du gaz sont liés par l'énergie cinétique moyenne du CM d'une molécule.

3 Température et énergie cinétique

Principe zéro : égalité de température : deux objets (immobiles) sont dits à la même température si l'énergie cinétique moyenne du CM des molécules de des objets est identique.

Température absolue : l'énergie cinétique moyenne du CM d'une molécule de vitesse moyenne nulle définit la température absolue T par

$$\boxed{< E_{\text{cin,CM}} > = \frac{3}{2} kT} \quad \text{Unité de } T : K \text{ ("kelvin"),}$$

k étant la constante de Boltzmann.

Cette définition de la température clos la justification de la loi du gaz parfait.

Rem. : le lien entre K et $^{\circ}\text{C}$ (degré celsius ou centigrades) est une translation d'échelle,

$$\boxed{T^{\circ}\text{C} = T_{\text{K}} - 273.15.}$$

Ex. :

- $0^{\circ}\text{C} = 273.15 \text{ K}$
- $0 \text{ K} = -273.15^{\circ}\text{C}$
- $100^{\circ}\text{C} = 373.15 \text{ K}$

Rem. : dans la loi du gaz parfait, la température doit être donnée en kelvin !