

# Exercice à rendre

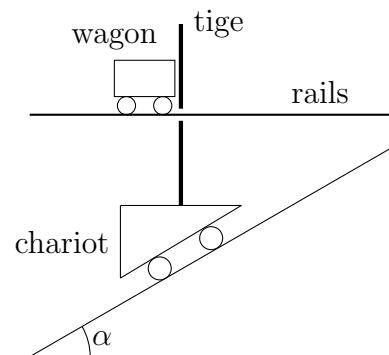
11 mars 2024

## Enoncé

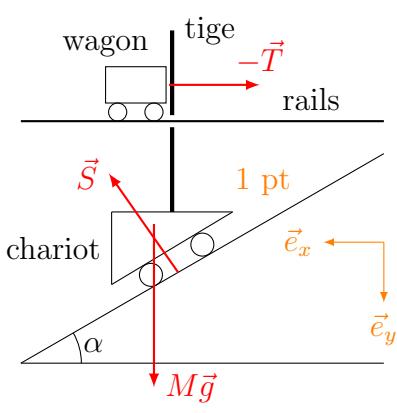
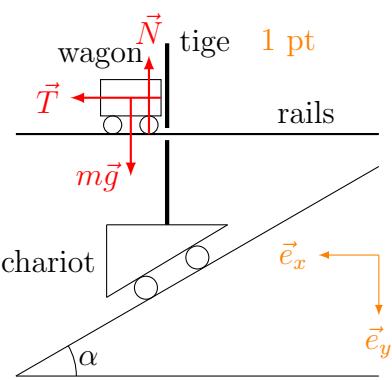
Un chariot de masse  $M = 3m$  peut rouler le long d'une droite inclinée d'un angle  $\alpha = 30^\circ$ . Une tige de masse négligeable, verticale et fixée sur le chariot, pousse un wagon de masse  $m$  pouvant avancer sur des rails horizontaux fixes.

Tous les frottements sont négligeables.

Déterminer entièrement l'accélération du wagon.



## Corrigé



Objet : wagon  $m$

Forces : poids, soutien des rails, contact avec la tige

Newton :

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T} = m\vec{a}_m \quad 1 \text{ pt}$$

Selon  $\vec{e}_x$  :

$$T = ma_m \quad 1 \text{ pt}$$

Remarque : pas de mouvement selon  $\vec{e}_y$ .

Objet : chariot  $M$  et tige

Forces : poids, soutien du plan, contact avec le wagon

Newton :

$$M\vec{g} + \vec{S} - \vec{T} = M\vec{a}_M \quad 1 \text{ pt}$$

Selon  $\vec{e}_x$  :

$$S \sin \alpha - T = Ma_{M,x} \quad 1 \text{ pt}$$

Selon  $\vec{e}_y$  :

$$Mg - S \cos \alpha = Ma_{M,y} \quad 1 \text{ pt}$$

Liaisons : wagon et chariot ont même mouvement horizontal

$$a_{M,x} = a_m = a \quad 1 \text{ pt}$$

et l'accélération du chariot fait un angle  $\alpha$  avec l'horizontale

$$\frac{a_{M,y}}{a_{M,x}} = \tan \alpha \Rightarrow a_{M,y} = a \tan \alpha. \quad 1 \text{ pt}$$

Système à résoudre :

$$\begin{aligned} T &= ma \\ S \sin \alpha - T &= Ma \\ Mg - S \cos \alpha &= Ma \tan \alpha. \end{aligned}$$

Avec l'angle remarquable  $\alpha = 30^\circ$  et  $M = 3m$  :

$$\begin{aligned} T &= ma \\ S \frac{1}{2} - T &= 3ma \\ 3mg - S \frac{\sqrt{3}}{2} &= 3ma \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

ou

$$\begin{array}{lcl} S \frac{1}{2} & = & 4ma & \cdot \sqrt{3} \\ 3mg - S \frac{\sqrt{3}}{2} & = & \sqrt{3}ma & \cdot 1 \end{array}$$

d'où

$$\begin{aligned} 3mg &= (4m\sqrt{3} + m\sqrt{3})a \\ \Rightarrow 3g &= 5\sqrt{3}a \end{aligned}$$

et finalement

$$a_m = a = \frac{\sqrt{3}}{5} g. \quad \text{1 pt}$$

Le wagon accélère vers la gauche.