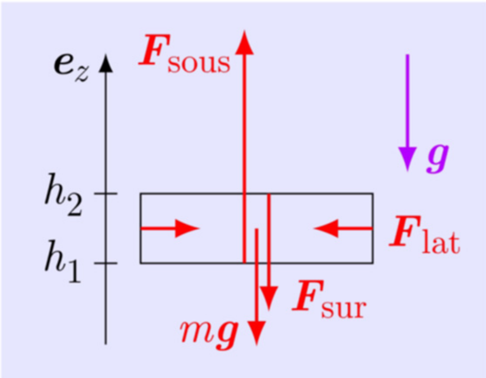
Leçon 9 – 25/03/2025

3. Dynamique

- 3.8 Hydrostatique

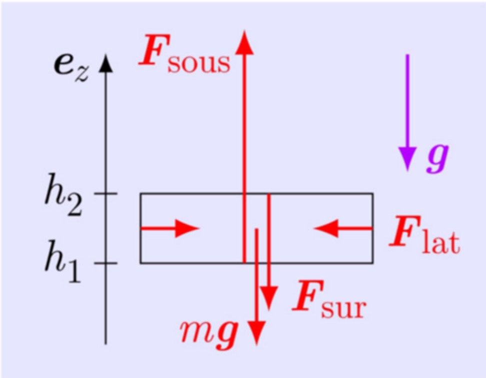
- 3.9 Deux intermèdes

3.8.4 Loi de l'hydrostatique



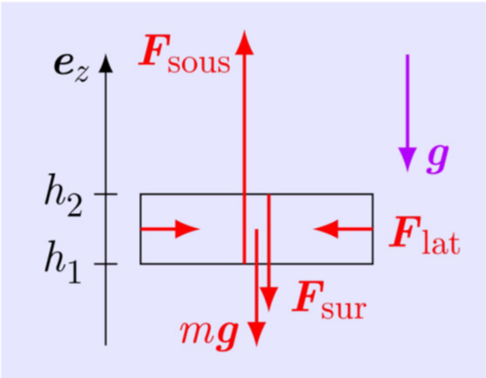
3.8.4 Loi de l'hydrostatique

On considère un fluide au repos soumis à la force de gravitation. Par expérience, la pression augmente avec la profondeur (oreilles).



3.8.4 Loi de l'hydrostatique

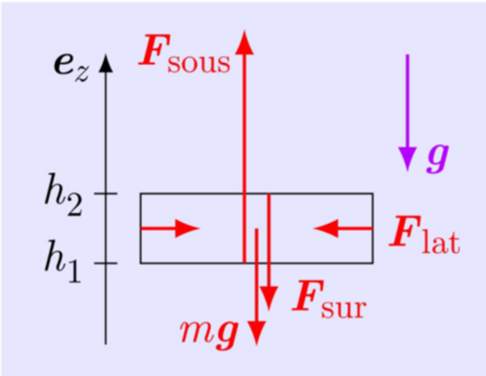
On considère un fluide au repos soumis à la force de gravitation. Par expérience, la pression augmente avec la profondeur (oreilles).



- Objet : parallélépipède rectangle de fluide entre deux niveaux h_1 et h_2
- Forces : poids $m\mathbf{g}$ et forces de pression verticales $\mathbf{F}_{sur}$ et $\mathbf{F}_{sous}$ et latérales $\mathbf{F}_{lat}$, $m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{sur} + \mathbf{F}_{sous} + \mathbf{F}_{lat} - \mathbf{F}_{lat} = \mathbf{0}$
- Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg - F_{sur} + F_{sous} = 0$

3.8.4 Loi de l'hydrostatique

On considère un fluide au repos soumis à la force de gravitation. Par expérience, la pression augmente avec la profondeur (oreilles).



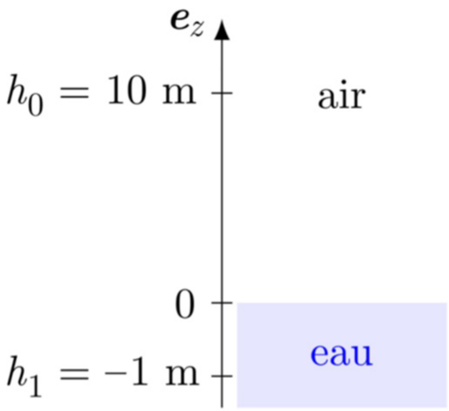
- <u>Objet</u> : parallélépipède rectangle de fluide entre deux niveaux h_1 et h_2
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$ et forces de pression verticales $\mathbf{F}_{sur}$ et $\mathbf{F}_{sous}$ et latérales $\mathbf{F}_{lat}$, $m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{sur} + \mathbf{F}_{sous} + \mathbf{F}_{lat} - \mathbf{F}_{lat} = \mathbf{0}$
- Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg - F_{sur} + F_{sous} = 0$

- <u>Fluide homogène</u> : $-\rho_{fl}(h_2-h_1)Sg-p(h_2)S+p(h_1)S = 0$

$$\boxed{p\left(h_1\right)-p\left(h_2\right)=\rho_{fl}g\left(h_2-h_1\right) \text{ si } \rho_{fl}=\text{cste} \quad (3.39)}$$

- La différence de pression entre deux niveaux est due au poids du fluide par unité de surface compris entre ces niveaux.

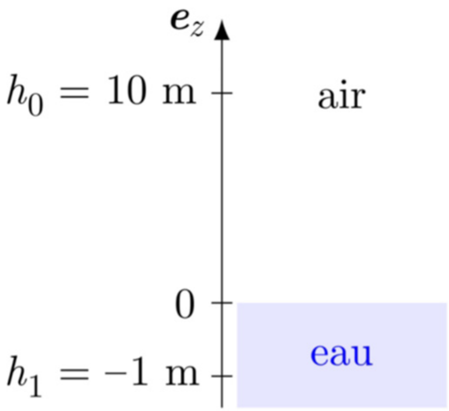
3.8.5 Pression d’une colonne d’air et d’eau



Remarque :

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

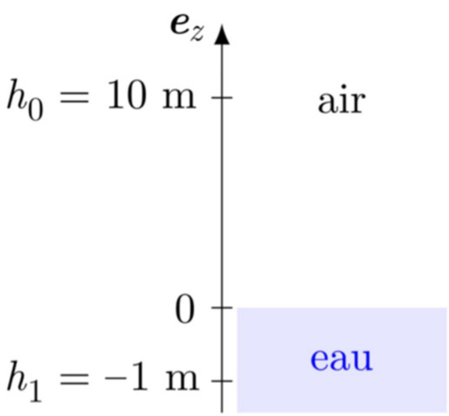
Connaissant la pression de l'air $p(h_0) = p_0 = 1$ atm à une hauteur de 10 m au-dessus du niveau de l'eau, on cherche à déterminer la pression $p(h_1)$ à 1 m de profondeur dans l'eau.



Remarque :

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Connaissant la pression de l'air $p(h_0) = p_0 = 1$ atm à une hauteur de 10 m au-dessus du niveau de l'eau, on cherche à déterminer la pression $p(h_1)$ à 1 m de profondeur dans l'eau.

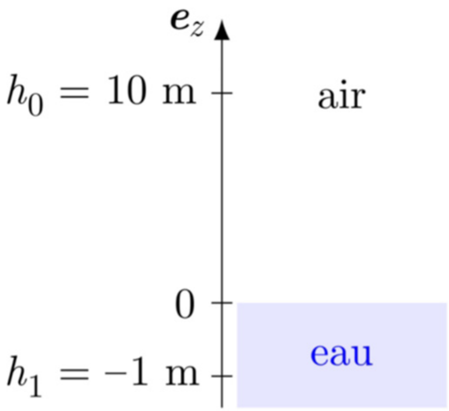


- Dans l'air : $p(0)-p(h_0) = \rho_{air}g(h_0-0)$ $(h_0>0)$
- Dans l'eau : $p(h_1)-p(0) = \rho_{eau}g(0-h_1)$ $(h_1<0)$

Remarque :

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Connaissant la pression de l'air $p(h_0) = p_0 = 1$ atm à une hauteur de 10 m au-dessus du niveau de l'eau, on cherche à déterminer la pression $p(h_1)$ à 1 m de profondeur dans l'eau.



- <u>Dans l'air</u> : $p(0)-p(h_0) = \rho_{air} g(h_0-0)$ $(h_0>0)$
- <u>Dans l'eau</u> : $p(h_1)-p(0) = \rho_{eau} g(0-h_1)$ $(h_1<0)$

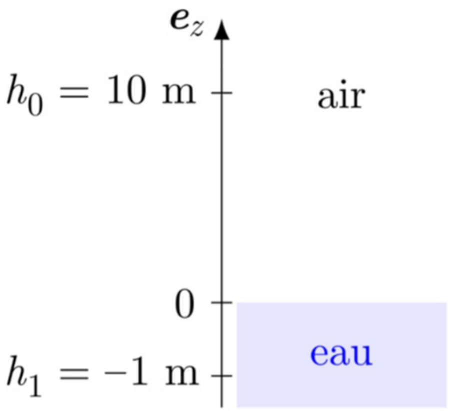
Ainsi,

- $p(0) = p(h_0) + \rho_{air} g h_0 = (1{,}013 \cdot 10^5 + 1{,}3 \cdot 9{,}81 \cdot 10)$ Pa $= 1{,}014 \cdot 10^5$ Pa
- $p(h_1) = p(0) - \rho_{eau} g h_1 = (1{,}014 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 1)$ Pa $= 1{,}112 \cdot 10^5$ Pa

Remarque :

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Connaissant la pression de l'air $p(h_0) = p_0$ = 1 atm à une hauteur de 10 m au-dessus du niveau de l'eau, on cherche à déterminer la pression $p(h_1)$ à 1 m de profondeur dans l'eau.



- Dans l'air : $p(0)-p(h_0) = \rho_{air}g(h_0-0)$ $(h_0>0)$
- Dans l'eau : $p(h_1)-p(0) = \rho_{eau}g(0-h_1)$ $(h_1<0)$

Ainsi,

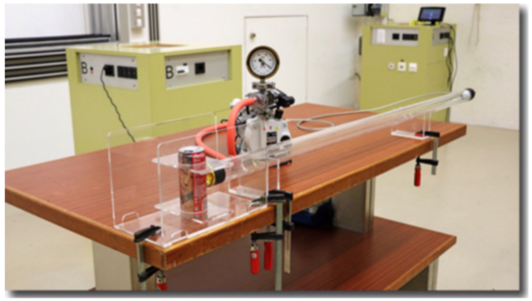
- $p(0) = p(h_0) + \rho_{air}gh_0 = (1{,}013\cdot10^5 + 1{,}3\cdot9{,}81\cdot10)$ Pa = $1{,}014\cdot10^5$ Pa
- $p(h_1) = p(0) - \rho_{eau}gh_1 = (1{,}014\cdot10^5 + 10^3\cdot9{,}81\cdot1)$ Pa = $1{,}112\cdot10^5$ Pa

Remarque :

- La variation de pression dans l'air peut souvent être négligée.
- Par 1 m de profondeur dans l'eau, la pression augmente de 10% par rapport à la pression atmosphérique.

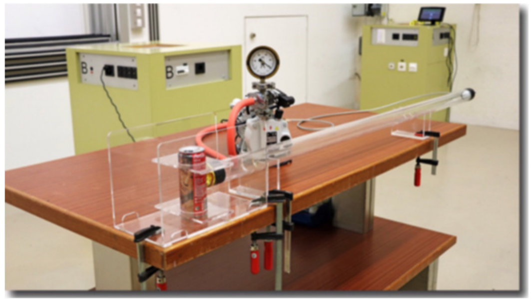
3.7.4 Loi des gaz parfaits

Expérience :



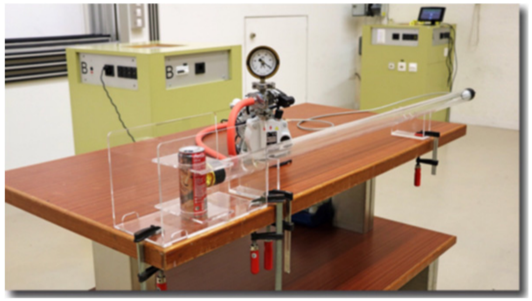
3.7.4 Loi des gaz parfaits

Expérience : Canon à vide



3.7.4 Loi des gaz parfaits

Expérience : Canon à vide

- Une balle de ping-pong, qui épouse parfaitement le diamètre intérieur d’un tube de plexiglas de 1,5 m de long, est accélérée presque jusqu’à la vitesse du son par la simple pression atmosphérique ambiante!
- Les deux extrémités du tube sont fermées à l’aide d’un film plastique pour permettre d’y faire un vide primaire avec une pompe à palettes.
- En perforant la membrane du côté de la balle, l’air s’engouffre dans le tube en chassant la balle qui est projetée à grande vitesse vers l’autre extrémité.

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

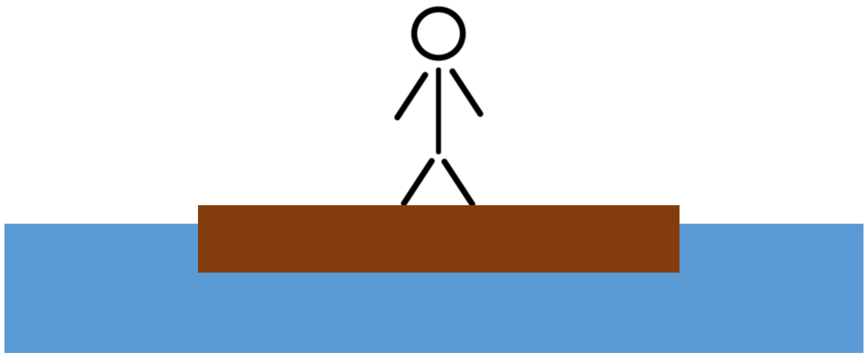
Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

Cet exercice peut se résoudre à l'aide de deux variantes : en utilisant la loi de l'hydrostatique (**variante #1**) ou la poussée d'Archimède (**variante #2**).
Ici, nous allons considérer la **variante #1**.

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

<u>Énoncé</u> : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

Cet exercice peut se résoudre à l'aide de deux variantes : en utilisant la loi de l'hydrostatique (**variante #1**) ou la poussée d'Archimède (**variante #2**).
Ici, nous allons considérer la **variante #1**.



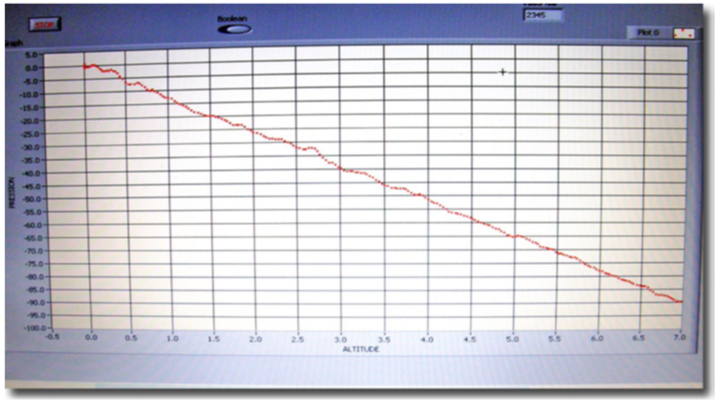
3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

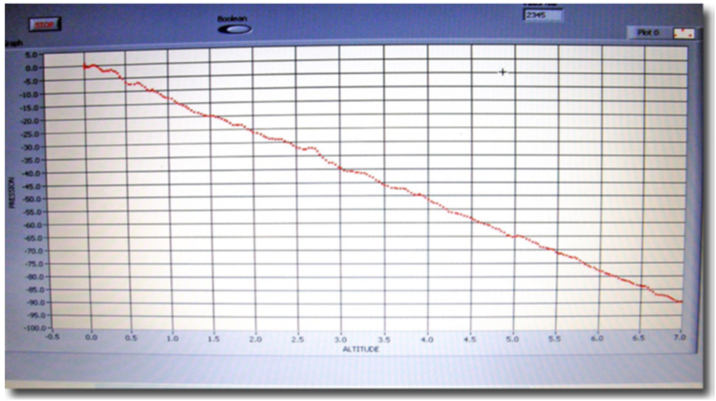
3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Expérience :



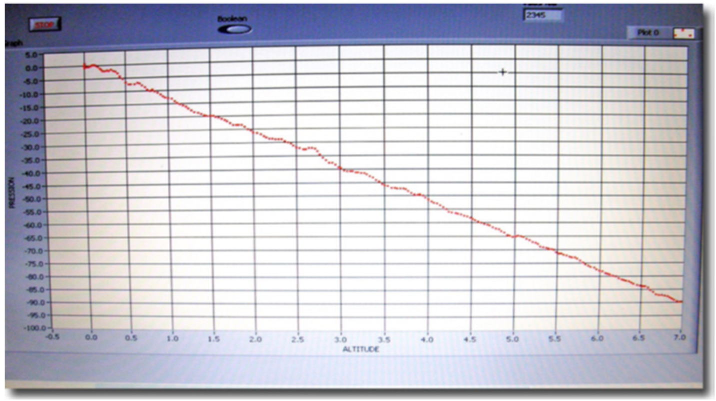
3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Expérience : Pression atmosphérique



3.8.5 Pression d’une colonne d’air et d’eau

Expérience : Pression atmosphérique

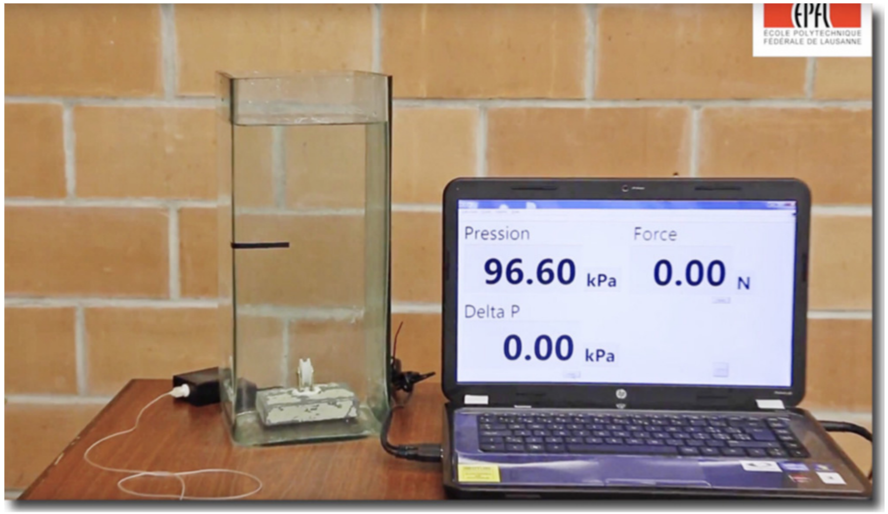


- On mesure la valeur de la pression atmosphérique sur une hauteur de 6 m. On montre que la pression varie linéairement avec la hauteur. On observe une différence de pression de 70 Pa pour 6 m d’élévation.

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Expérience :

1.

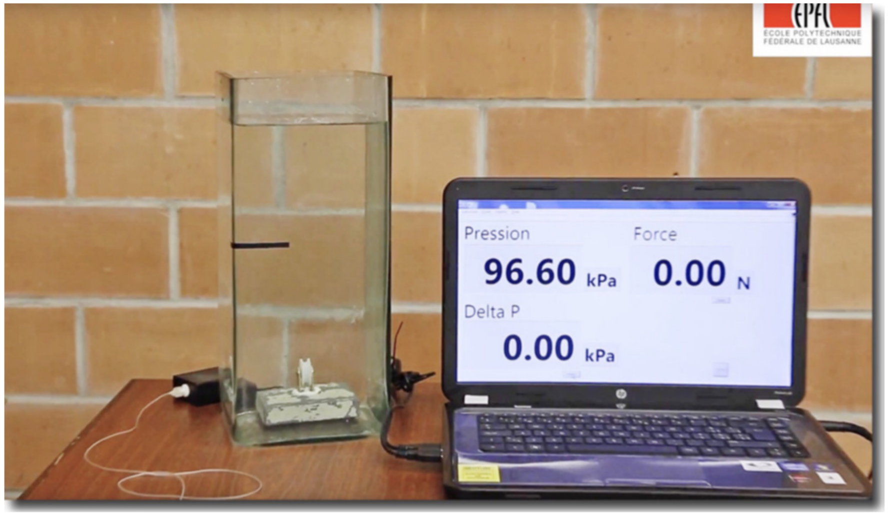


2.

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Expérience : Pression hydrostatique

1.

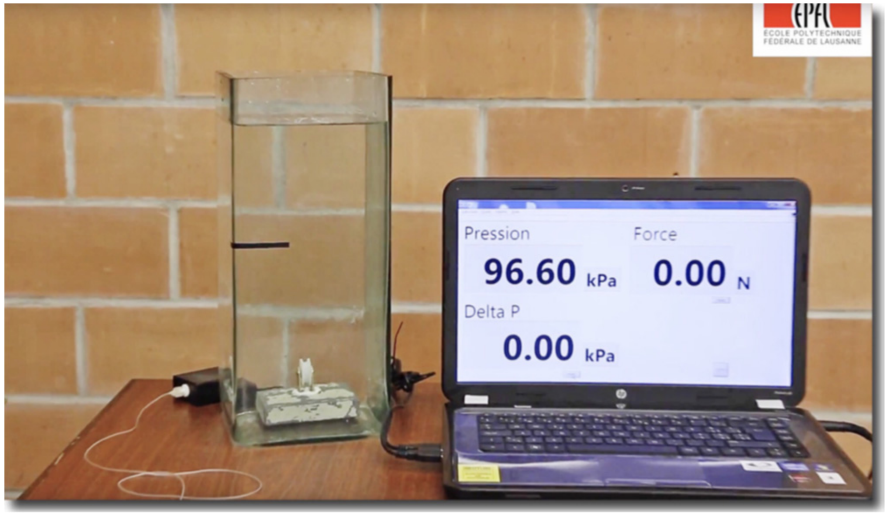


2.

3.8.5 Pression d’une colonne d’air et d’eau

Expérience : Pression hydrostatique

1.

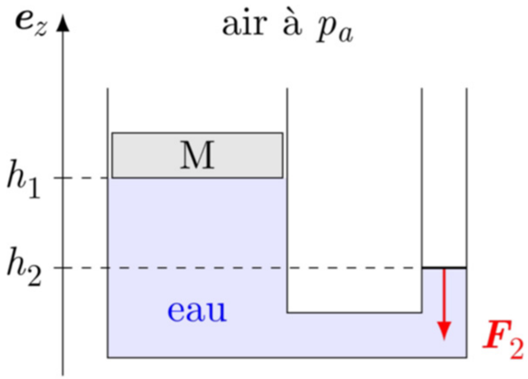


2.

1. À une profondeur d’environ 10 cm dans l’eau, la pression augmente d’environ 1% par rapport à la pression atmosphérique.

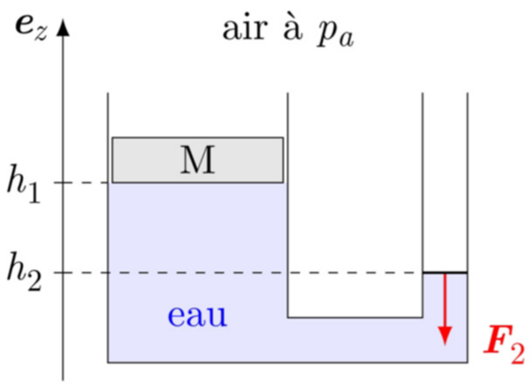
2. Les colonnes de liquide en contact ont toutes le même niveau (principe des vases communicants).

3.8.6 Surfaces connectées par un fluide



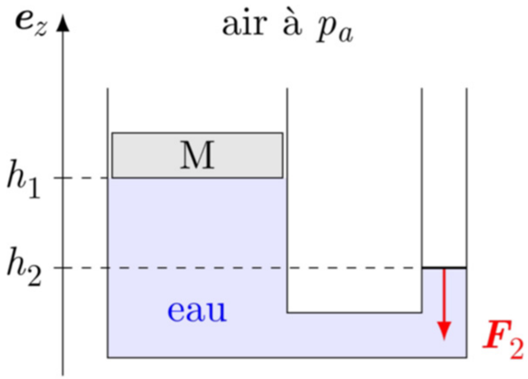
3.8.6 *Surfaces connectées par un fluide*

- La pression est identique en tous points d'un même niveau *pour un liquide donné*. Dans les vases communicants, les niveaux à l'air libre sont les mêmes (sinon le fluide ne serait pas au repos).



3.8.6 Surfaces connectées par un fluide

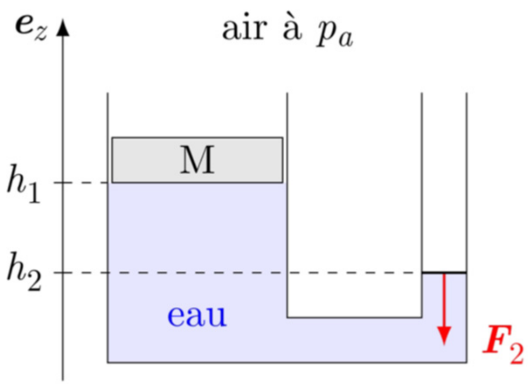
- La pression est identique en tous points d'un même niveau *pour un liquide donné*. Dans les vases communicants, les niveaux à l'air libre sont les mêmes (sinon le fluide ne serait pas au repos).



- Soient deux colonnes de sections S_1 et S_2 reliées par de l'eau.
- Quelle force $\mathbf{F_2}$ faut-il exercer à droite pour maintenir une différence de niveau $\Delta h = h_2 - h_1$ entre les deux colonnes d'eau?

3.8.6 Surfaces connectées par un fluide

- La pression est identique en tous points d'un même niveau *pour un liquide donné*. Dans les vases communicants, les niveaux à l'air libre sont les mêmes (sinon le fluide ne serait pas au repos).



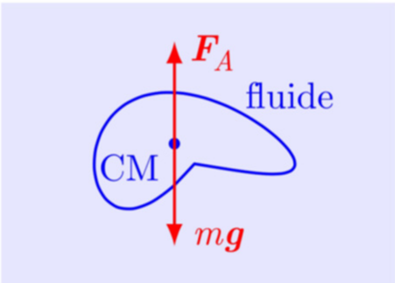
- Soient deux colonnes de sections S_1 et S_2 reliées par de l'eau.
- Quelle force $\mathbf{F_2}$ faut-il exercer à droite pour maintenir une différence de niveau $\Delta h = h_2 - h_1$ entre les deux colonnes d'eau?

- Au niveau h_2, la pression est la même dans les deux colonnes.

$$p_a + \frac{F_2}{S_2} = p_a + \frac{Mg}{S_1} + \rho_{eau} g \left(h_1 - h_2\right) \Rightarrow F_2 = Mg\frac{S_2}{S_1} + \rho_{eau} g \left(h_1 - h_2\right) S_2$$

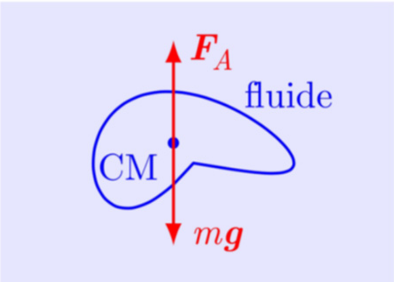
- En choisissant S_2 petite, $\mathbf{F_2}$ peut être petite. C'est le principe de fonctionnement d'une pompe hydraulique.

3.8.7 Principe d'Archimède



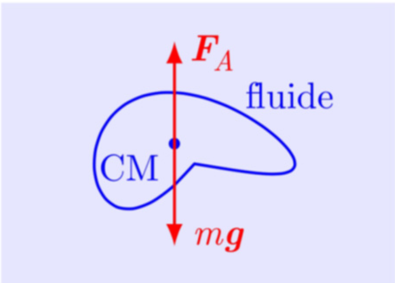
3.8.7 Principe d'Archimède

- La pression augmentant avec la profondeur, un corps immergé subit une résultante des forces de pression dirigée vers le haut, appelée poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$.



3.8.7 Principe d'Archimède

- La pression augmentant avec la profondeur, un corps immergé subit une résultante des forces de pression dirigée vers le haut, appelée poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$.

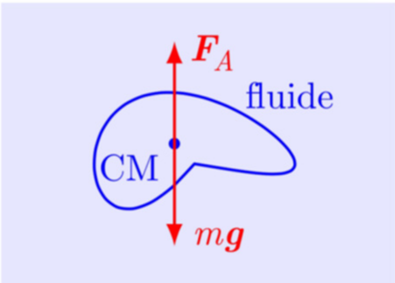


- Objet : élément de fluide (masse m, volume V_{fl})
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, forces de pression (poussée d'Archimède $\mathbf{F_A}$)

$m\mathbf{g} + \mathbf{F}_A = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{F}_A = -\rho_{fl} V_{fl} \mathbf{g}$

3.8.7 Principe d'Archimède

- La pression augmentant avec la profondeur, un corps immergé subit une résultante des forces de pression dirigée vers le haut, appelée poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$.



- Objet : élément de fluide (masse m, volume V_{fl})
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, forces de pression (poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$)

$m\mathbf{g} + \mathbf{F}_A = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{F}_A = -\rho_{fl} V_{fl} \mathbf{g}$

- Si on remplace l'élément de fluide par un autre corps au repos de même forme et de même volume, les forces exercées par le fluide environnant (i.e., $\mathbf{F}_A$) ne changent pas.

- Si la masse volumique du corps est inférieure à celle du fluide, il remonte alors à la surface (par exemple, bois dans l'eau).

3.8.7 Principe d'Archimède

Poussée d'Archimède $\boxed{\mathbf{F}_{\mathrm{A}} = -\rho_{\mathrm{fl}} V_{\mathrm{im}} \mathbf{g} \quad (3.40)}$

Remarque :

Exemple :

Ballon partiellement immergé

3.8.7 Principe d'Archimède

Poussée d'Archimède $\boxed{\mathbf{F}_\mathrm{A} = -\rho_\mathrm{fl} V_\mathrm{im} \mathbf{g} \quad (3.40)}$ où V_im est le volume immergé du corps.

Remarque :

Exemple :

Ballon partiellement immergé

3.8.7 Principe d'Archimède

Poussée d'Archimède $\boxed{\mathbf{F}_A = -\rho_{fl} V_{im} \mathbf{g} \quad (3.40)}$ où V_{im} est le volume immergé du corps.

Remarque :

Comme la poussée d'Archimède est une conséquence de la loi de l'hydrostatique qui donne la différence de pression dans un même fluide, un corps flottant à l'interface entre deux fluides subit deux poussées d'Archimède, selon le volume immergé dans chacun des fluides.

Exemple :

Ballon partiellement immergé

3.8.7 Principe d'Archimède

Poussée d'Archimède $\boxed{\mathbf{F}_{\mathrm{A}} = -\rho_{\mathrm{fl}} V_{\mathrm{im}} \mathbf{g} \quad (3.40)}$ où V_{im} est le volume immergé du corps.

Remarque :

Comme la poussée d'Archimède est une conséquence de la loi de l'hydrostatique qui donne la différence de pression dans un même fluide, un corps flottant à l'interface entre deux fluides subit deux poussées d'Archimède, selon le volume immergé dans chacun des fluides.

Exemple :

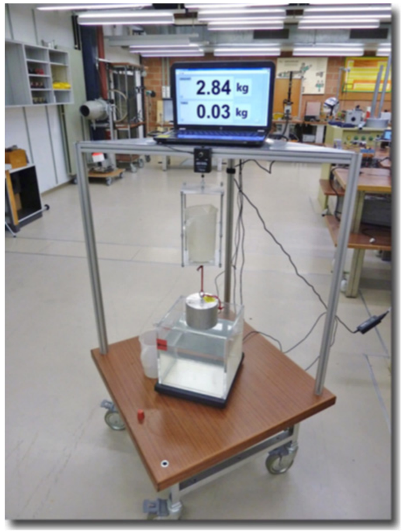
1. Iceberg flottant sur l'eau

2. Ballon contenant un enfant flottant sur l'eau

Ballon partiellement immergé

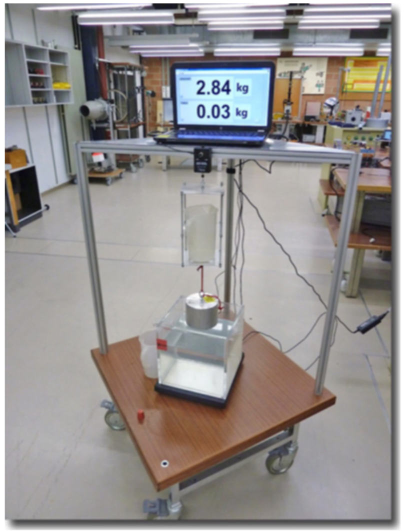
3.8.7 Principe d'Archimède

Expérience :



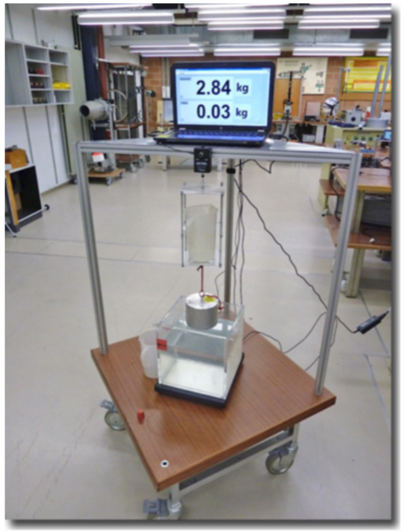
3.8.7 Principe d'Archimède

Expérience : Poussée d'Archimède



3.8.7 Principe d’Archimède

Expérience : Poussée d’Archimède

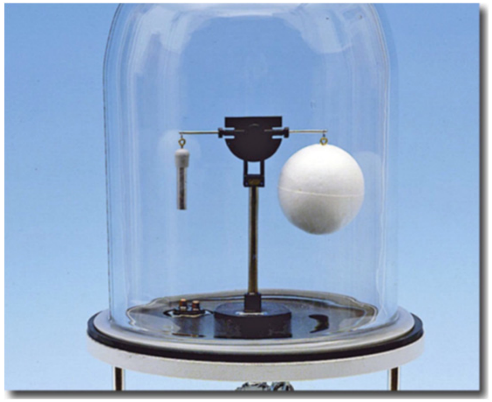


- On suspend un cylindre d’aluminium d’environ 2,8 kg, c’est-à-dire d’environ 1 l. On l’immerge ensuite dans un bac d’eau et sa masse apparente est alors de 1,8 kg grâce à l’action de la poussée d’Archimède due à 1 kg d’eau déplacé.

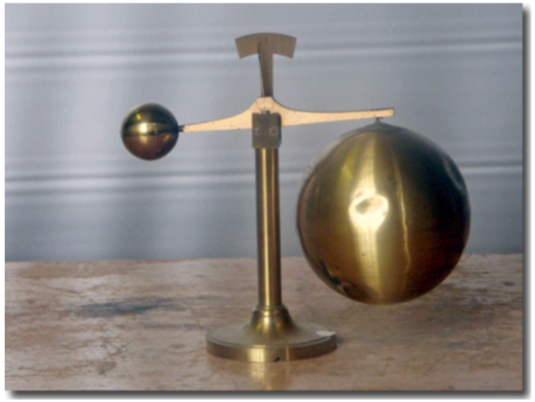
3.8.7 Principe d'Archimède

Expérience :

Vide



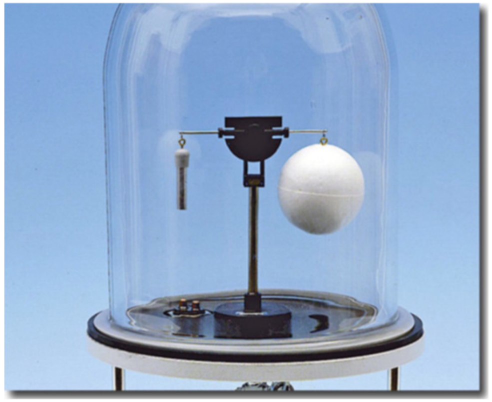
Vide



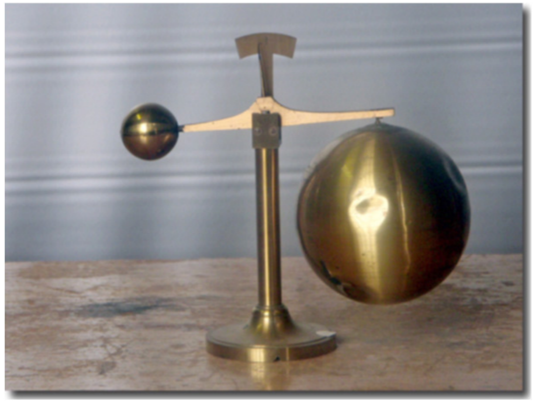
3.8.7 Principe d'Archimède

Expérience :   Baroscope

Vide



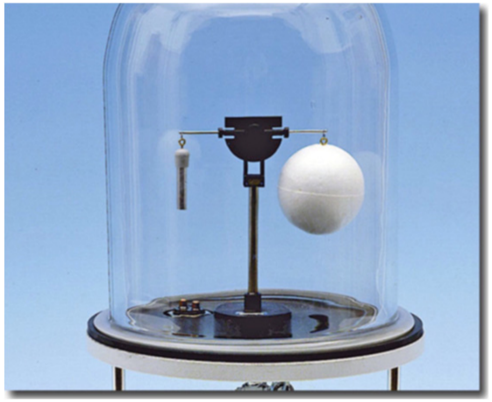
Vide



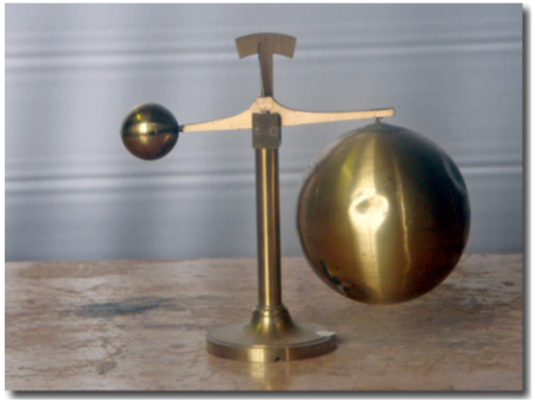
3.8.7 Principe d'Archimède

Expérience : Baroscope

Vide

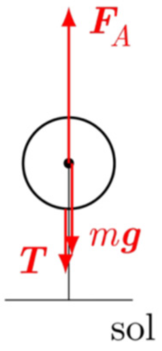


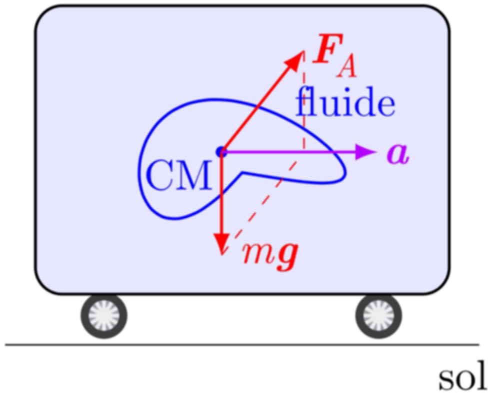
Vide



- Un baroscope permet de mettre en évidence la poussée d'Archimède. Les deux objets sont à l'équilibre à la pression atmosphérique. Lorsqu'on fait le vide, le fléau de la balance penche vers l'objet le plus volumineux puisque c'est sur cet objet que la poussée d'Archimède diminue le plus.

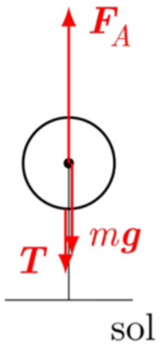
3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

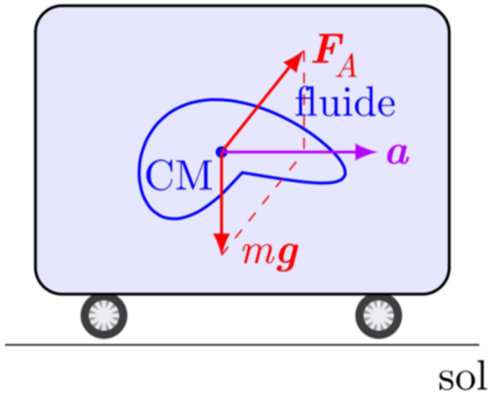




3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

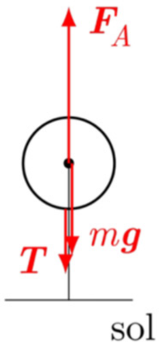
1. Ballon de foire retenu au sol par un fil





3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

1. Ballon de foire retenu au sol par un fil

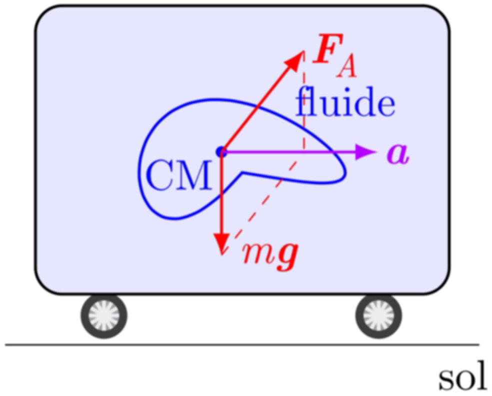


- Objet : ballon
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, tension du fil $\mathbf{T}$, poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$

$m\mathbf{g} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_A = \mathbf{0}$

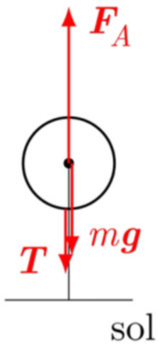
$$\boxed{\Rightarrow \mathbf{T} = -m\mathbf{g} - \mathbf{F}_A = \left(\rho_{air} V - m\right)\mathbf{g} \quad (3.41)}$$

- Le fil est vertical et tendu si $\rho_{air}V\text{-}m > 0$,



3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

1. Ballon de foire retenu au sol par un fil



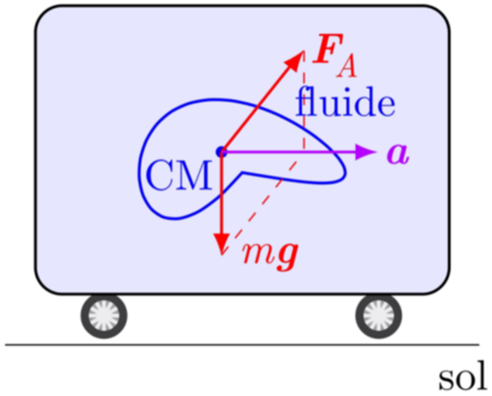
- Objet : ballon
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, tension du fil $\mathbf{T}$, poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$

$m\mathbf{g} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_A = \mathbf{0}$

$$\boxed{\Rightarrow \mathbf{T} = -m\mathbf{g} - \mathbf{F}_A = \left(\rho_{air}V - m\right)\mathbf{g} \quad (3.41)}$$

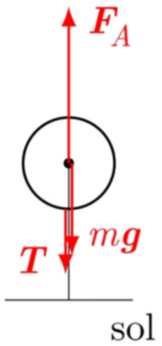
- Le fil est vertical et tendu si $\rho_{air}V\text{-}m > 0$.

2. Fluide dans un chariot accéléré (hydrodynamique)



3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

1. Ballon de foire retenu au sol par un fil



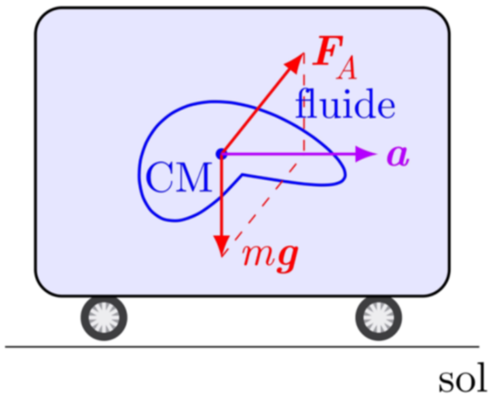
- <u>Objet</u> : ballon
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$, tension du fil $\mathbf{T}$, poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$

$m\mathbf{g} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_A = \mathbf{0}$

$$\boxed{\Rightarrow \mathbf{T} = -m\mathbf{g} - \mathbf{F}_A = \left(\rho_{air}V - m\right)\mathbf{g} \quad (3.41)}$$

- Le fil est vertical et tendu si $\rho_{air}V\text{-}m > 0$.

2. Fluide dans un chariot accéléré (hydrodynamique)



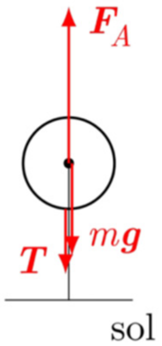
- <u>Objet</u> : élément de fluide
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$, poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$, $m\mathbf{g} + \mathbf{F}_A = m\mathbf{a}$

$$\boxed{\mathbf{F}_A = -\underbrace{\rho_{fl}V_{im}}_{=m}\left(\mathbf{g} - \mathbf{a}\right) \quad (3.42)}$$

!

3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

1. Ballon de foire retenu au sol par un fil



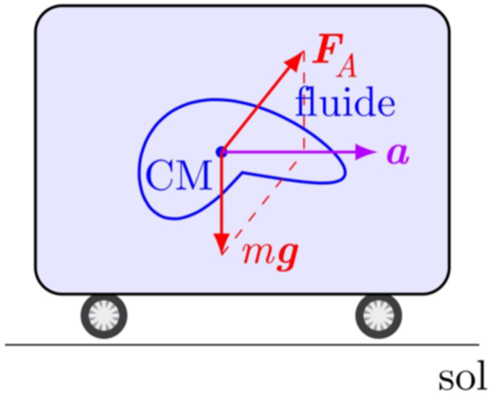
- Objet : ballon
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, tension du fil $\mathbf{T}$, poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$

$m\mathbf{g} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_A = \mathbf{0}$

$$\boxed{\Rightarrow \mathbf{T} = -m\mathbf{g} - \mathbf{F}_A = \left(\rho_{air} V - m\right)\mathbf{g} \quad (3.41)}$$

- Le fil est vertical et tendu si $\rho_{air}V\text{-}m > 0$,

2. Fluide dans un chariot accéléré (hydrodynamique)

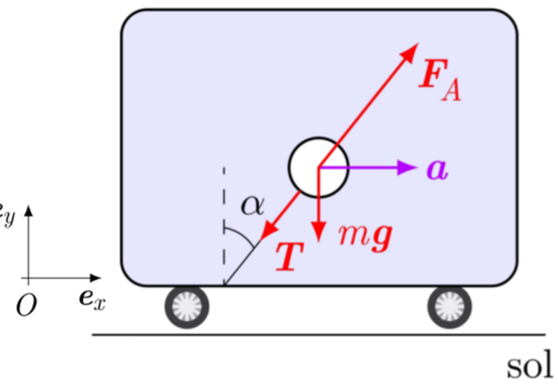


- Objet : élément de fluide
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$, $m\mathbf{g} + \mathbf{F}_A = m\mathbf{a}$

$$\boxed{\mathbf{F}_A = -\underbrace{\rho_{fl} V_{im}}_{=m}\left(\mathbf{g} - \mathbf{a}\right) \quad (3.42)}$$

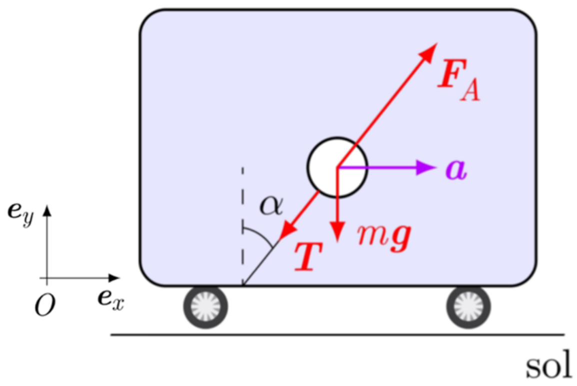
! $\mathbf{F}_A$ n'est pas verticale!

3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède



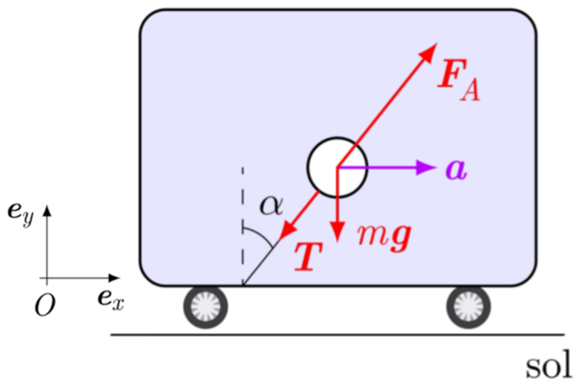
3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

3. Ballon de foire retenu au plancher d'un chariot accéléré



3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

3. Ballon de foire retenu au plancher d'un chariot accéléré



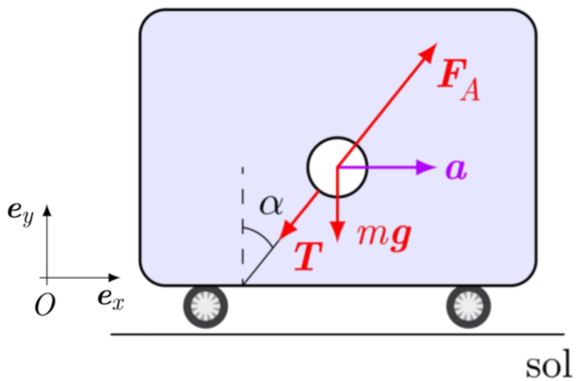
- Objet : ballon
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, tension du fil $\mathbf{T}$, poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$

$m\mathbf{g} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_A = m\mathbf{a}$

$$\boxed{\Rightarrow \mathbf{T} = -m(\mathbf{g}-\mathbf{a}) - \mathbf{F}_A = (\rho_{air}V - m)(\mathbf{g}-\mathbf{a}) \quad (3.43)}$$

3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

3. Ballon de foire retenu au plancher d'un chariot accéléré



- <u>Objet</u> : ballon
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$, tension du fil $\mathbf{T}$, poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$

$m\mathbf{g} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_A = m\mathbf{a}$

$$\boxed{\Rightarrow \mathbf{T} = -m(\mathbf{g}-\mathbf{a}) - \mathbf{F}_A = (\rho_{air}V - m)(\mathbf{g}-\mathbf{a}) \quad (3.43)}$$

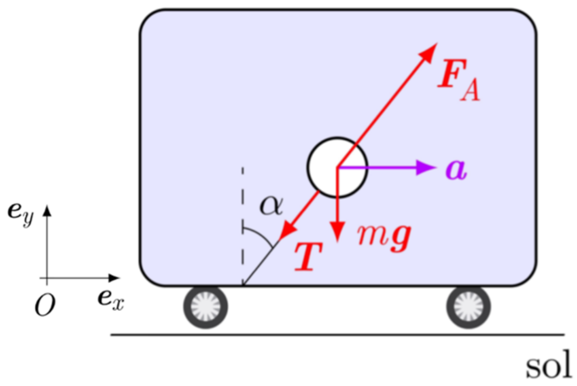
- Le fil est tendu si $\rho_{air}V\text{-}m > 0 \Rightarrow \rho_{air}V\text{-}\rho_{gaz}V > 0$.

$\Longrightarrow$ $\rho_{gaz} < \rho_{air}$ et l'angle est donné par :

$$\tan\alpha = \frac{T_x}{T_y} = \frac{-(\rho_{air}V - m)a}{-(\rho_{air}V - m)g} = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g\tan\alpha$$

3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

3. Ballon de foire retenu au plancher d'un chariot accéléré



- <u>Objet</u> : ballon
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$, tension du fil $\mathbf{T}$, poussée d'Archimède $\mathbf{F}_A$

$m\mathbf{g} + \mathbf{T} + \mathbf{F}_A = m\mathbf{a}$

$$\boxed{\Rightarrow \mathbf{T} = -m(\mathbf{g}-\mathbf{a}) - \mathbf{F}_A = (\rho_{air}V - m)(\mathbf{g}-\mathbf{a}) \quad (3.43)}$$

- Le fil est tendu si $\rho_{air}V\text{-}m > 0 \Rightarrow \rho_{air}V\text{-}\rho_{gaz}V > 0$.

$\Longrightarrow$ $\rho_{gaz} < \rho_{air}$ et l'angle est donné par :

$$\tan\alpha = \frac{T_x}{T_y} = \frac{-(\rho_{air}V - m)a}{-(\rho_{air}V - m)g} = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g\tan\alpha$$

- On a ainsi réalisé un accéléromètre.

3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

Expérience :

3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

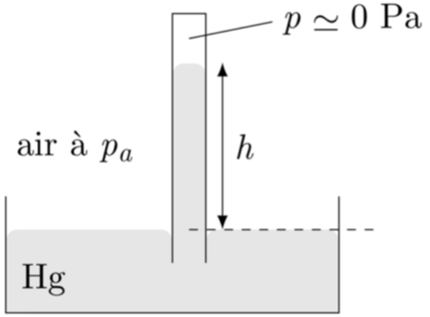
Expérience : Accéléromètre avec un ballon d'hélium

3.8.8 Applications de la poussée d'Archimède

Expérience : Accéléromètre avec un ballon d'hélium

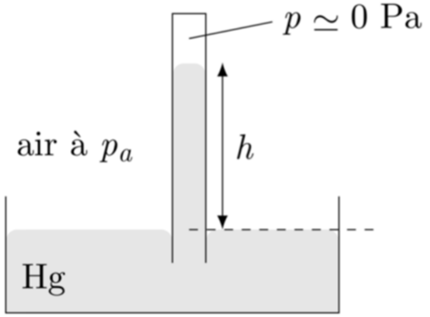
- Si la table est immobile, le fil du ballon est vertical. Si la table tourne, le ballon s'incline vers l'intérieur du cercle.
- On peut donc estimer l'accélération d'un référentiel tournant par rapport à la terre en mesurant l'angle formé par le fil par rapport à la verticale.

3.8.9 Unité de pression : le mm Hg



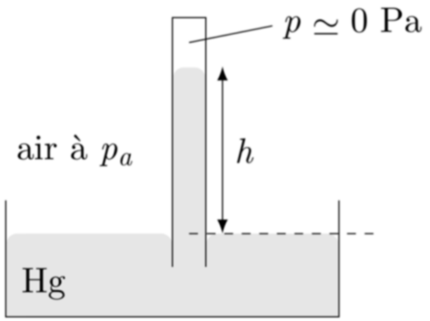
3.8.9 Unité de pression : le mm Hg

- La pression atmosphérique peut être donnée par la hauteur d'une colonne de liquide dans un tube.



3.8.9 Unité de pression : le mm Hg

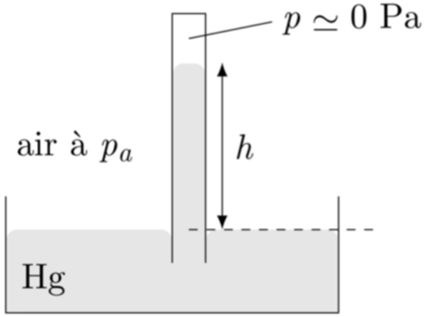
- La pression atmosphérique peut être donnée par la hauteur d'une colonne de liquide dans un tube.



- Un tube vide, fermé supérieurement, est plongé dans du mercure (Hg). Sous la pression de l'air ambiant p_a, le mercure monte dans le tube.
- La pression p_a est partout la même au niveau de l'interface air-mercure.

3.8.9 Unité de pression : le mm Hg

- La pression atmosphérique peut être donnée par la hauteur d'une colonne de liquide dans un tube.



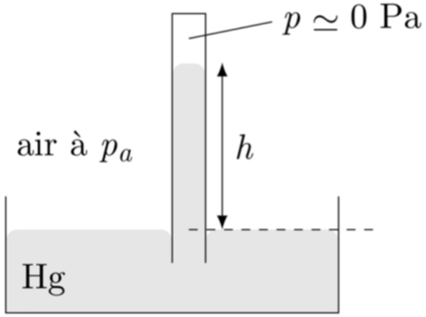
- Un tube vide, fermé supérieurement, est plongé dans du mercure (Hg). Sous la pression de l'air ambiant p_{a}, le mercure monte dans le tube.
- La pression p_{a} est partout la même au niveau de l'interface air-mercure.

- Sous la colonne de mercure,

$$\boxed{p_{\mathrm{Hg}} = \rho_{\mathrm{Hg}} g h = p_{\mathrm{a}} \Leftrightarrow h = \frac{p_{\mathrm{a}}}{\rho_{\mathrm{Hg}} g} \quad (3.44)}$$

3.8.9 Unité de pression : le mm Hg

- La pression atmosphérique peut être donnée par la hauteur d'une colonne de liquide dans un tube.



- Un tube vide, fermé supérieurement, est plongé dans du mercure (Hg). Sous la pression de l'air ambiant p_a, le mercure monte dans le tube.
- La pression p_a est partout la même au niveau de l'interface air-mercure.

- Sous la colonne de mercure,

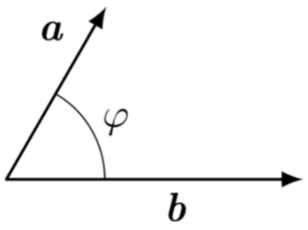
$$\boxed{p_{Hg} = \rho_{Hg} g h = p_a \Leftrightarrow h = \frac{p_a}{\rho_{Hg} g} \quad (3.44)}$$

- À une atmosphère, la hauteur de la colonne est de 760 mm, d'où la relation :

$$\boxed{\frac{h}{760\,\text{mm}} = \frac{p_a}{1\,\text{atm}} \quad (3.45)}$$

3.9 Deux intermèdes

3.9.1 Produit scalaire

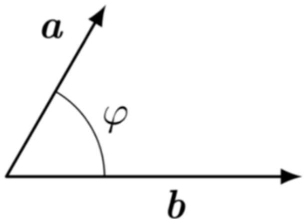


Propriétés :

3.9.1 Produit scalaire

- Soient deux vecteurs **a** et **b**. Leur produit scalaire s'écrit,

$$\boxed{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|\cos\varphi \quad (3.46)}$$

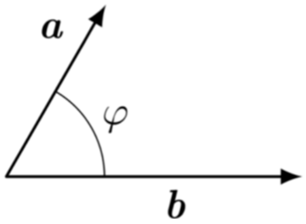


Propriétés :

3.9.1 Produit scalaire

- Soient deux vecteurs **a** et **b**. Leur produit scalaire s'écrit,

$$\boxed{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\| \cos\varphi \quad (3.46)}$$



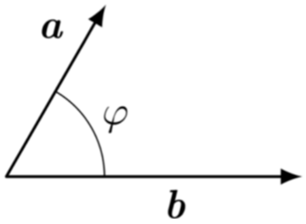
où φ est l'angle formé par **a** et **b**.

Propriétés :

3.9.1 Produit scalaire

- Soient deux vecteurs **a** et **b**. Leur produit scalaire s'écrit,

$$\boxed{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|\cos\varphi \quad (3.46)}$$



où φ est l'angle formé par **a** et **b**.

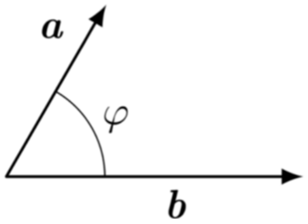
- Le produit scalaire est une mesure du parallélisme de deux vecteurs.

Propriétés :

3.9.1 Produit scalaire

- Soient deux vecteurs **a** et **b**. Leur produit scalaire s'écrit,

$$\boxed{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|\cos\varphi \quad (3.46)}$$



où φ est l'angle formé par **a** et **b**.

- Le produit scalaire est une mesure du parallélisme de deux vecteurs.

Propriétés :

- $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \mathbf{b}\cdot\mathbf{a}$
- Si l'angle est aigu : $\varphi \in \,]-\pi/2, \pi/2[\Leftrightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} > 0$
- Si l'angle est obtus : $\varphi \in \,]\pi/2, 3\pi/2[\Leftrightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} < 0$
- Si **a** et **b** sont orthogonaux : $\varphi = \pm\pi/2 \Leftrightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 0$
- Si $\mathbf{a} \equiv \mathbf{b} \Rightarrow \|\mathbf{b}\| = \|\mathbf{a}\|$ et $\cos\varphi = \cos(0) = 1 \Rightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{a} = \|\mathbf{a}\|^2$

3.9.1 Produit scalaire et 3.9.2 dérivée temporelle d’un produit

Cas particulier :

Dérivée temporelle d’un produit

3.9.1 Produit scalaire et 3.9.2 dérivée temporelle d'un produit

Cas particulier :

$\|\mathbf{b}\| = 1 \Rightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \|\mathbf{a}\|\cos\varphi$ est la projection (avec signe) du vecteur **a** le long du vecteur unitaire **b**. On peut ainsi obtenir les composantes d'un vecteur **a** dans un repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ par le produit scalaire : $a_x = \mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_x$ et $a_y = \mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_y$.

Dérivée temporelle d'un produit

3.9.1 Produit scalaire et 3.9.2 dérivée temporelle d'un produit

Cas particulier :

$\|\mathbf{b}\| = 1 \Rightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \|\mathbf{a}\|\cos\varphi$ est la projection (avec signe) du vecteur **a** le long du vecteur unitaire **b**. On peut ainsi obtenir les composantes d'un vecteur **a** dans un repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ par le produit scalaire : $a_x = \mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_x$ et $a_y = \mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_y$.

Dérivée temporelle d'un produit

La dérivée temporelle d'un produit (algébrique, scalaire, vectoriel) se calcule comme suit :

3.9.1 Produit scalaire et 3.9.2 dérivée temporelle d'un produit

Cas particulier :

$\|\mathbf{b}\| = 1 \Rightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \|\mathbf{a}\|\cos\varphi$ est la projection (avec signe) du vecteur **a** le long du vecteur unitaire **b**. On peut ainsi obtenir les composantes d'un vecteur **a** dans un repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ par le produit scalaire : $a_x = \mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_x$ et $a_y = \mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_y$.

Dérivée temporelle d'un produit

La dérivée temporelle d'un produit (algébrique, scalaire, vectoriel) se calcule comme suit :

$$\frac{d}{dt}(AB) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta(AB)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\left[A(t+\Delta t)B(t+\Delta t) - A(t)B(t)\right]$$

$$\begin{aligned}\Delta(AB) &= A(t+\Delta t)B(t+\Delta t) - A(t)B(t+\Delta t) + A(t)B(t+\Delta t) - A(t)B(t)\\ &= \big(A(t+\Delta t) - A(t)\big)B(t+\Delta t) + A(t)\big(B(t+\Delta t) - B(t)\big)\\ &= \Delta A B(t+\Delta t) + A(t)\Delta B\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt}(AB) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta(AB)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta A}{\Delta t}\overbrace{B(t+\Delta t)}^{\to B(t)} + \lim_{\Delta t\to 0}A(t)\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

3.9.1 Produit scalaire et 3.9.2 dérivée temporelle d'un produit

Cas particulier :

$\|\mathbf{b}\| = 1 \Rightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \|\mathbf{a}\|\cos\varphi$ est la projection (avec signe) du vecteur **a** le long du vecteur unitaire **b**. On peut ainsi obtenir les composantes d'un vecteur **a** dans un repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ par le produit scalaire : $a_x = \mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_x$ et $a_y = \mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_y$.

Dérivée temporelle d'un produit

La dérivée temporelle d'un produit (algébrique, scalaire, vectoriel) se calcule comme suit :

$$\frac{d}{dt}(AB) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta(AB)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\left[A(t+\Delta t)B(t+\Delta t) - A(t)B(t)\right]$$

$$\begin{aligned}\Delta(AB) &= A(t+\Delta t)B(t+\Delta t) - A(t)B(t+\Delta t) + A(t)B(t+\Delta t) - A(t)B(t)\\ &= \big(A(t+\Delta t) - A(t)\big)B(t+\Delta t) + A(t)\big(B(t+\Delta t) - B(t)\big)\\ &= \Delta A B(t+\Delta t) + A(t)\Delta B\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt}(AB) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta(AB)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta A}{\Delta t}\overbrace{B(t+\Delta t)}^{\to B(t)} + \lim_{\Delta t\to 0}A(t)\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{d}{dt}(AB) = \dot{A}B + A\dot{B} \quad (3.47)}$$

3.9.2 Dérivée temporelle d'un produit

Remarque :

Remarque :

3.9.2 Dérivée temporelle d'un produit

- Pour un vecteur $\mathbf{v} = v\,\mathbf{e}_t$: $\boxed{\frac{d}{dt}\left(v\mathbf{e}_t\right) = \dot{v}\mathbf{e}_t + v\dot{\mathbf{e}}_t \quad (3.48)}$

Remarque :

Remarque :

3.9.2 Dérivée temporelle d'un produit

- Pour un vecteur $\mathbf{v} = v\,\mathbf{e}_t$: $\boxed{\dfrac{d}{dt}\left(v\mathbf{e}_t\right) = \dot{v}\mathbf{e}_t + v\dot{\mathbf{e}}_t \quad (3.48)}$

Remarque :

Le premier terme $\dot{v}\mathbf{e}_t$ correspond à la dérivée du vecteur $\mathbf{v}$ lorsque sa norme v varie et son orientation reste constante. Le deuxième terme $v\dot{\mathbf{e}}_t$ correspond à la dérivée du vecteur $\mathbf{v}$ lorsque son orientation varie mais sa norme v reste constante.

Remarque :

3.9.2 Dérivée temporelle d'un produit

- Pour un vecteur $\mathbf{v} = v\,\mathbf{e}_t$:

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(v\mathbf{e}_t\right) = \dot{v}\mathbf{e}_t + v\dot{\mathbf{e}}_t \quad (3.48)}$$

Remarque :

Le premier terme $\dot{v}\mathbf{e}_t$ correspond à la dérivée du vecteur $\mathbf{v}$ lorsque sa norme v varie et son orientation reste constante. Le deuxième terme $v\dot{\mathbf{e}}_t$ correspond à la dérivée du vecteur $\mathbf{v}$ lorsque son orientation varie mais sa norme v reste constante.

- Pour le carré de la norme du vecteur $\mathbf{v}$:

$$\boxed{\frac{d}{dt}v^2 = \frac{d}{dt}\left(\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}\right) = \dot{\mathbf{v}}\cdot\mathbf{v} + \mathbf{v}\cdot\dot{\mathbf{v}} = 2\mathbf{v}\cdot\dot{\mathbf{v}} \quad (3.49)}$$

Remarque :

3.9.2 Dérivée temporelle d'un produit

- Pour un vecteur $\mathbf{v} = v\,\mathbf{e}_t$: $$\boxed{\frac{d}{dt}(v\mathbf{e}_t) = \dot{v}\mathbf{e}_t + v\dot{\mathbf{e}}_t \quad (3.48)}$$

Remarque :

Le premier terme $\dot{v}\mathbf{e}_t$ correspond à la dérivée du vecteur $\mathbf{v}$ lorsque sa norme v varie et son orientation reste constante. Le deuxième terme $v\dot{\mathbf{e}}_t$ correspond à la dérivée du vecteur $\mathbf{v}$ lorsque son orientation varie mais sa norme v reste constante.

- Pour le carré de la norme du vecteur $\mathbf{v}$:

$$\boxed{\frac{d}{dt}v^2 = \frac{d}{dt}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}) = \dot{\mathbf{v}}\cdot\mathbf{v} + \mathbf{v}\cdot\dot{\mathbf{v}} = 2\mathbf{v}\cdot\dot{\mathbf{v}} \quad (3.49)}$$

Remarque :

Lorsque la norme du vecteur $\mathbf{v}$ est constante et $\dot{\mathbf{v}} \neq \mathbf{0}$, le vecteur $\mathbf{v}$ est orthogonal à sa dérivée temporelle $\dot{\mathbf{v}}$, c'est-à-dire que $\mathbf{v}\cdot\dot{\mathbf{v}} = 0$.