Leçon 8 – 20/03/2025

3. Dynamique

- 3.6 Troisième loi de Newton (loi d'action-réaction)
- 3.7 Pression
- 3.8 Hydrostatique

3.6.5 Résolution d'exercices

Énoncé 2 : Deux chariots A et B sont poussés l'un vers l'autre. (1) Initialement, B est immobile alors que A se déplace vers la droite à 0.5 $m.s^{-1}$. Après la collision, A repart en sens inverse à 0.1 $m.s^{-1}$ et B se déplace vers la droite à 0.3 $m.s^{-1}$. (2) Dans une deuxième expérience, on charge A avec une masse de 1 kg et on le pousse contre B avec une vitesse de 0.5 $m.s^{-1}$. Après la collision, A reste au repos, alors que B se déplace vers la droite à 0.5 $m.s^{-1}$. Trouvez la masse de chacun des chariots.

3.6.5 Résolution d'exercices

Énoncé 2 : Deux chariots A et B sont poussés l'un vers l'autre. (1) Initialement, B est immobile alors que A se déplace vers la droite à 0.5 $m.s^{-1}$. Après la collision, A repart en sens inverse à 0.1 $m.s^{-1}$ et B se déplace vers la droite à 0.3 $m.s^{-1}$. (2) Dans une deuxième expérience, on charge A avec une masse de 1 kg et on le pousse contre B avec une vitesse de 0.5 $m.s^{-1}$. Après la collision, A reste au repos, alors que B se déplace vers la droite à 0.5 $m.s^{-1}$. Trouvez la masse de chacun des chariots.

- L'énoncé sous-entend que les chariots glissent sans frottement.

- Si lorsque un objet se déplace, on ne mentionne pas explicitement la présence de frottement, c'est qu'a priori il y a déplacement/roulement/glissement sans frottement. Faites appel à votre bon sens!

- En outre, sauf mention contraire, les chocs sont également supposés être élastiques (attention : si il y a déformation d'un ou des corps lors du choc, alors celui-ci est de nature inélastique).

3.6.5 Résolution d'exercices

Expérience #(1)

3.6.5 Résolution d'exercices

Expérience #(1)

- Objets : les deux chariots de masse m_A et m_B.
- Forces extérieures : les poids $m_A\mathbf{g}$ et $m_B\mathbf{g}$ et les forces de soutien $\mathbf{S_A}$ et $\mathbf{S_B}$ qui se compensent : $m_A\mathbf{g} + \mathbf{S_A} + m_B\mathbf{g} + \mathbf{S_B} = \mathbf{0}$. Ainsi, $\mathbf{F^{ext}} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{P} = \mathbf{cste}$.

3.6.5 Résolution d'exercices

Expérience #(1)

- <u>Objets</u> : les deux chariots de masse m_{A} et m_{B}.
- <u>Forces extérieures</u> : les poids $m_{\mathrm{A}}\mathbf{g}$ et $m_{\mathrm{B}}\mathbf{g}$ et les forces de soutien $\mathbf{S_A}$ et $\mathbf{S_B}$ qui se compensent : $m_{\mathrm{A}}\mathbf{g} + \mathbf{S_A} + m_{\mathrm{B}}\mathbf{g} + \mathbf{S_B} = \mathbf{0}$. Ainsi, $\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{P} = \mathbf{cste}$.

Selon $\mathbf{e}_x$: $\underbrace{P_{x_1} = m_{\mathrm{A}} v_{\mathrm{A}_1} + m_{\mathrm{B}} \underbrace{v_{\mathrm{B}_1}}_{v_{\mathrm{B}_1}=0}}_{\text{Avant le choc}} = \underbrace{m_{\mathrm{A}} v'_{\mathrm{A}_1} + m_{\mathrm{B}} v'_{\mathrm{B}_1}}_{\text{Après le choc}}$ (1)

3.6.5 Résolution d'exercices

Expérience #(1)

- <u>Objets</u> : les deux chariots de masse m_A et m_B.
- <u>Forces extérieures</u> : les poids $m_A\mathbf{g}$ et $m_B\mathbf{g}$ et les forces de soutien $\mathbf{S_A}$ et $\mathbf{S_B}$ qui se compensent : $m_A\mathbf{g} + \mathbf{S_A} + m_B\mathbf{g} + \mathbf{S_B} = \mathbf{0}$. Ainsi, $\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{P} = \mathbf{cste}$.

Selon $\mathbf{e}_x$: $$\underbrace{P_{x_1} = m_A v_{A_1} + m_B \underbrace{v_{B_1}}_{v_{B_1}=0}}_{\text{Avant le choc}} = \underbrace{m_A v'_{A_1} + m_B v'_{B_1}}_{\text{Après le choc}} \quad (1)$$

Expérience #(2)

- Chariots de masses m_A et m_B + masse m_0 et forces extérieures de même nature que pour l'expérience #(1)

3.6.5 Résolution d'exercices

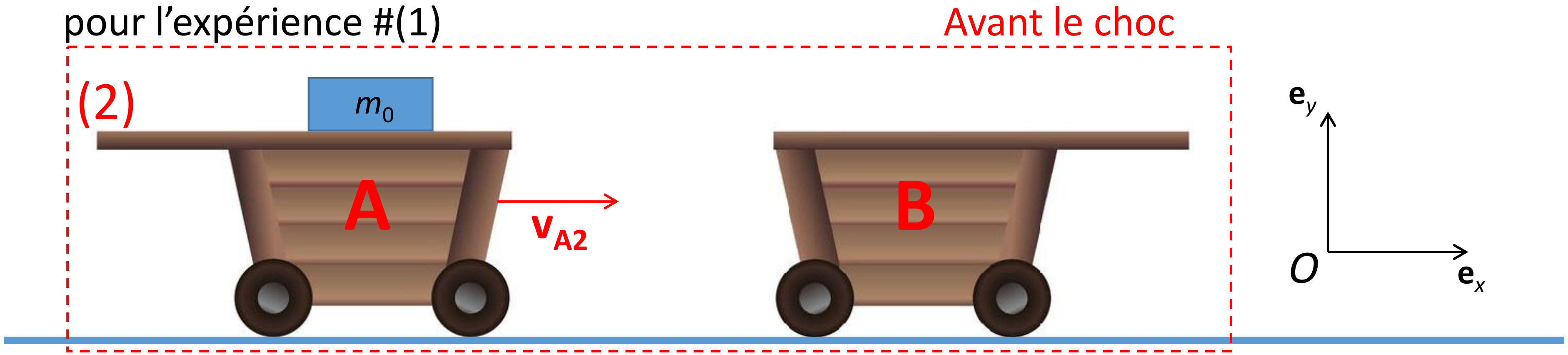
Expérience #(1)

- Objets : les deux chariots de masse m_A et m_B.
- Forces extérieures : les poids $m_A\mathbf{g}$ et $m_B\mathbf{g}$ et les forces de soutien $\mathbf{S_A}$ et $\mathbf{S_B}$ qui se compensent : $m_A\mathbf{g} + \mathbf{S_A} + m_B\mathbf{g} + \mathbf{S_B} = \mathbf{0}$. Ainsi, $\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{P} = \mathbf{cste}$.

Selon $\mathbf{e}_x$: $$P_{x_1} = \underbrace{m_A v_{A_1} + m_B \underbrace{v_{B_1}}_{v_{B_1}=0}}_{\text{Avant le choc}} = \underbrace{m_A v'_{A_1} + m_B v'_{B_1}}_{\text{Après le choc}} \quad (1)$$

Expérience #(2)

- Chariots de masses m_A et m_B + masse m_0 et forces extérieures de même nature que pour l'expérience #(1)



3.6.5 Résolution d'exercices

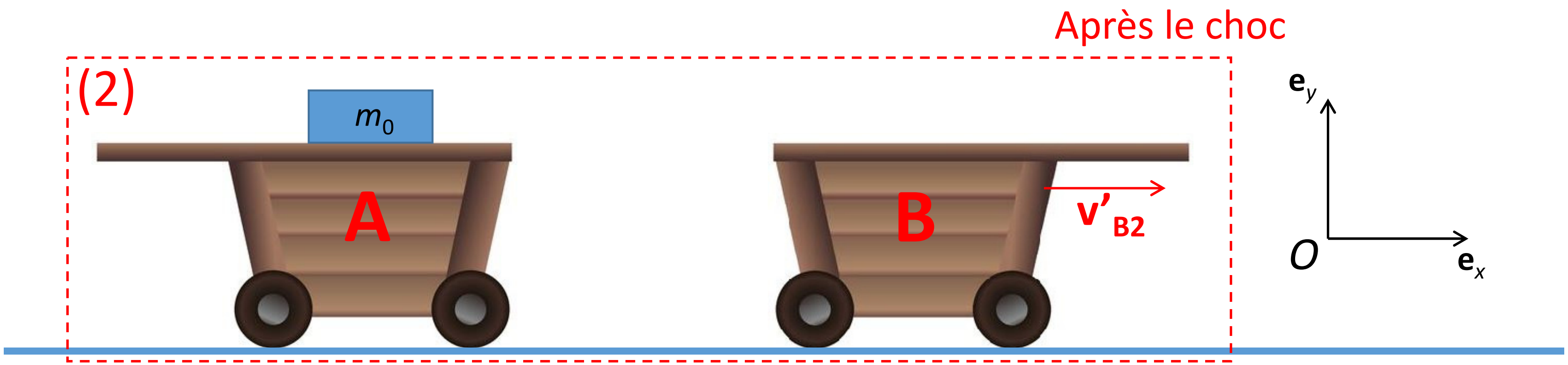
Selon $\mathbf{e}_x$:

$$P_{x_2} = \underbrace{\left(m_A + m_0\right)v_{A_2} + m_B \underbrace{v_{B_2}}_{v_{B_2}=0}}_{\text{Avant le choc}} = \underbrace{\left(m_A + m_0\right)\underbrace{v'_{A_2}}_{v'_{A_2}=0} + m_B v'_{B_2}}_{\text{Après le choc}} \Rightarrow \left(m_A + m_0\right)v_{A_2} = m_B v'_{B_2} \quad (2)$$

3.6.5 Résolution d'exercices

Selon $\mathbf{e}_x$:

$$P_{x_2} = \underbrace{(m_A + m_0)v_{A_2} + m_B \underbrace{v_{B_2}}_{v_{B_2}=0}}_{\text{Avant le choc}} = \underbrace{(m_A + m_0)\underbrace{v'_{A_2}}_{v'_{A_2}=0} + m_B v'_{B_2}}_{\text{Après le choc}} \Rightarrow (m_A + m_0)v_{A_2} = m_B v'_{B_2} \quad (2)$$

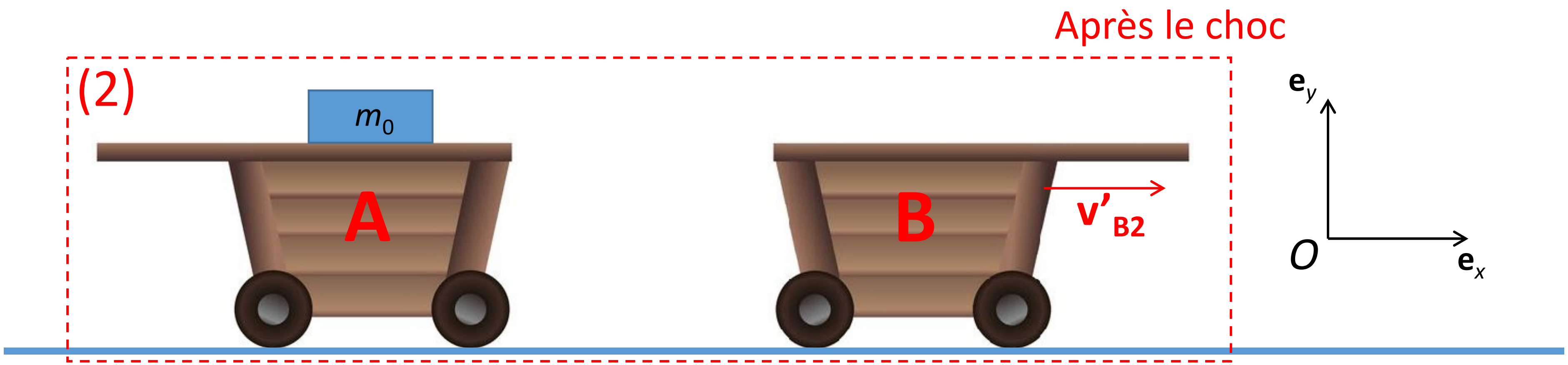


3.6.5 Résolution d'exercices

Selon $\mathbf{e}_x$:

$$P_{x_2} = \underbrace{(m_A + m_0)v_{A_2} + m_B \underbrace{v_{B_2}}_{v_{B_2}=0}}_{\text{Avant le choc}} = \underbrace{(m_A + m_0)\underbrace{v'_{A_2}}_{v'_{A_2}=0} + m_B v'_{B_2}}_{\text{Après le choc}} \Rightarrow (m_A + m_0)v_{A_2} = m_B v'_{B_2} \quad (2)$$

Puisque le chariot A s'immobilise après le choc et le chariot B se déplace vers la droite avec la même vitesse que le chariot A avant le choc et que nous sommes manifestement en présence d'un choc élastique, alors $m_A + m_0 = m_B$ (3).



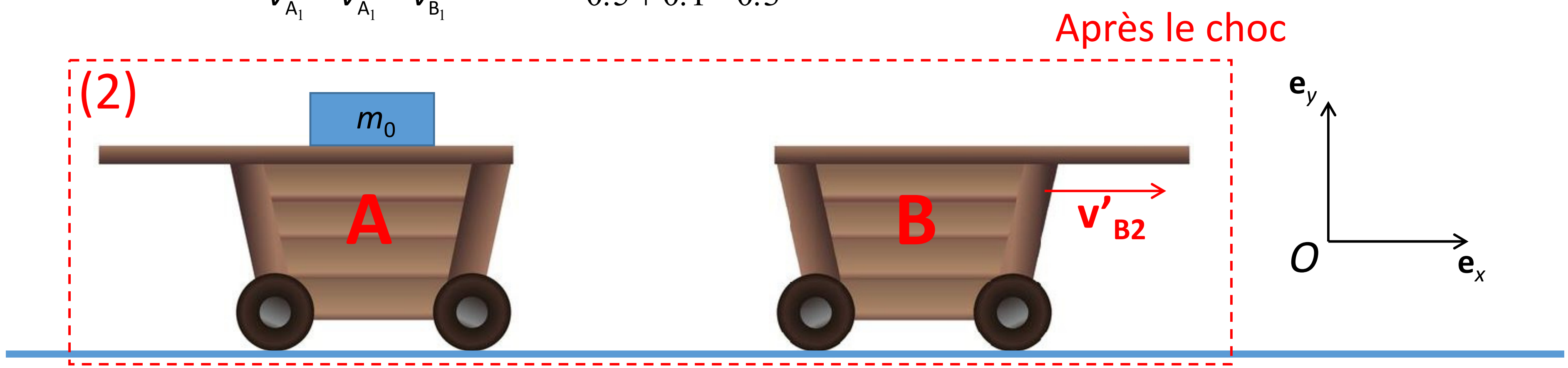
Selon $\mathbf{e}_x$:

$$P_{x_2} = \underbrace{(m_A + m_0)v_{A_2} + m_B \underbrace{v_{B_2}}_{v_{B_2}=0}}_{\text{Avant le choc}} = \underbrace{(m_A + m_0)\underbrace{v'_{A_2}}_{v'_{A_2}=0} + m_B v'_{B_2}}_{\text{Après le choc}} \Rightarrow (m_A + m_0)v_{A_2} = m_B v'_{B_2} \quad (2)$$

Puisque le chariot A s'immobilise après le choc et le chariot B se déplace vers la droite avec la même vitesse que le chariot A avant le choc et que nous sommes manifestement en présence d'un choc élastique, alors $m_A + m_0 = m_B$ (3).

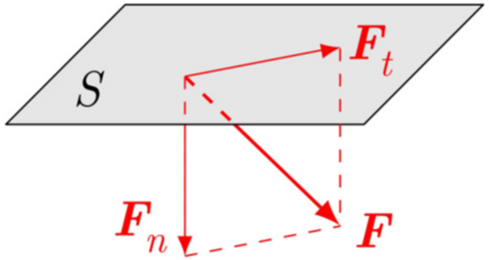
$$(1) \text{ et } (3) \Rightarrow m_A\left(v_{A_1} - v'_{A_1}\right) = (m_A + m_0)v'_{B_1}$$

$$\text{Soit } m_A = m_0 \frac{v'_{B_1}}{v_{A_1} - v'_{A_1} - v'_{B_1}} = 1\text{ kg} \times \frac{0.3}{0.5 + 0.1 - 0.3} = 1\text{ kg} \Rightarrow m_B = 2\text{ kg}$$



3.7 Pression

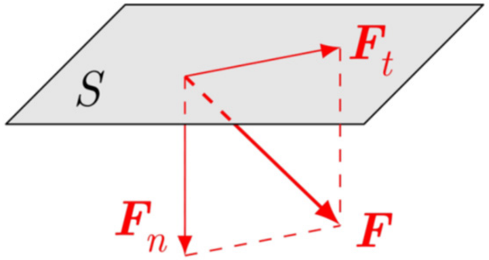
3.7 Pression et 3.7.1 pression moyenne



Pression moyenne

3.7 Pression et 3.7.1 pression moyenne

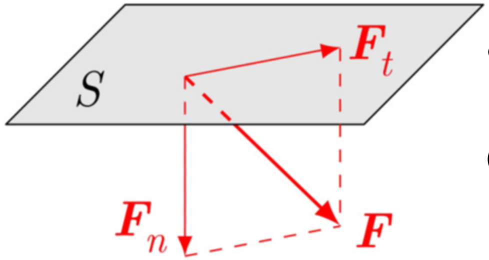
On considère une force **F** exercée sur la surface *S* d'un objet.



Pression moyenne

3.7 Pression et 3.7.1 pression moyenne

On considère une force $\mathbf{F}$ exercée sur la surface S d'un objet.



- On décompose la force $\mathbf{F}$: $\boxed{\mathbf{F} = \mathbf{F_n} + \mathbf{F_t} \quad (3.32)}$

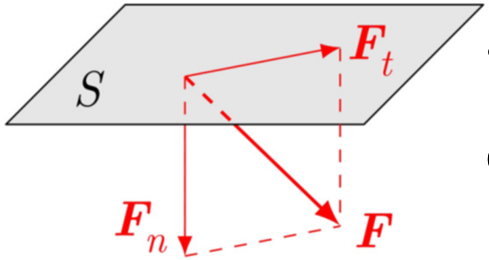
où $\mathbf{F_n}$ = force normale de compression

et $\mathbf{F_t}$ = force tangentielle de cisaillement

Pression moyenne

3.7 Pression et 3.7.1 pression moyenne

On considère une force **F** exercée sur la surface S d'un objet.



- On décompose la force **F** : $\boxed{\mathbf{F} = \mathbf{F_n} + \mathbf{F_t} \quad (3.32)}$

où $\mathbf{F_n}$ = force normale de compression

et $\mathbf{F_t}$ = force tangentielle de cisaillement

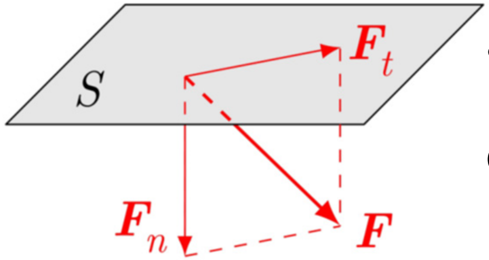
Pression moyenne

La pression moyenne est définie comme le rapport de la norme de la force normale et de la surface :

$$\boxed{p_{\text{moy}} = \frac{\|\mathbf{F_n}\|}{S} \quad (3.33)}$$

3.7 Pression et 3.7.1 pression moyenne

On considère une force **F** exercée sur la surface *S* d'un objet.



- On décompose la force **F** : $\boxed{\mathbf{F} = \mathbf{F_n} + \mathbf{F_t} \quad (3.32)}$

où $\mathbf{F_n}$ = force normale de compression

et $\mathbf{F_t}$ = force tangentielle de cisaillement

Pression moyenne

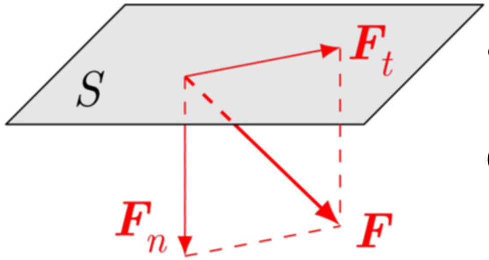
La pression moyenne est définie comme le rapport de la norme de la force normale et de la surface :

$$\boxed{p_{\mathrm{moy}} = \frac{\left\|\mathbf{F_n}\right\|}{S} \quad (3.33)}$$

Elle donne la répartition moyenne de la force normale sur la surface de l'objet.

3.7 Pression et 3.7.1 pression moyenne

On considère une force **F** exercée sur la surface *S* d'un objet.



- On décompose la force **F** : $\boxed{\mathbf{F} = \mathbf{F_n} + \mathbf{F_t} \quad (3.32)}$

où $\mathbf{F_n}$ = force normale de compression

et $\mathbf{F_t}$ = force tangentielle de cisaillement

Pression moyenne

La pression moyenne est définie comme le rapport de la norme de la force normale et de la surface :

$$\boxed{p_{moy} = \frac{\|\mathbf{F_n}\|}{S} \quad (3.33)}$$

Elle donne la répartition moyenne de la force normale sur la surface de l'objet.

- Unité physique de la pression (SI) : le Pascal [Pa] = [N.m^{-2}] = [kg.m^{-1}.s^{-2}]

3.7.1 Pression moyenne

Exemple :

3.7.1 Pression moyenne

Exemple :

Une personne de masse m = 64 kg se tient sur un talon. On veut calculer la pression moyenne exercée sur le sol suivant la nature du talon (plat ou aiguille).

- À l'équilibre, la force exercée sur le sol est le poids de la personne $m\mathbf{g}$. Ainsi,

$$\boxed{p_{\text{moy}} = \frac{mg}{S} \quad (3.34)}$$

3.7.1 Pression moyenne

Exemple :

Une personne de masse m = 64 kg se tient sur un talon. On veut calculer la pression moyenne exercée sur le sol suivant la nature du talon (plat ou aiguille).

- À l'équilibre, la force exercée sur le sol est le poids de la personne $m\mathbf{g}$. Ainsi,

$$\boxed{p_{\text{moy}} = \frac{mg}{S} \quad (3.34)}$$

- Talon plat : $S = 16\ \text{cm}^2 \Rightarrow \quad p_{\text{moy}} = \dfrac{640}{16 \cdot 10^{-4}}\ \text{N.m}^{-2} = 4 \cdot 10^5\ \text{Pa}$
- Talon aiguille : $S = 1\ \text{cm}^2 \Rightarrow \quad p_{\text{moy}} = \dfrac{640}{1 \cdot 10^{-4}}\ \text{N.m}^{-2} = 64 \cdot 10^5\ \text{Pa}$

3.7.1 Pression moyenne

Exemple :

Une personne de masse m = 64 kg se tient sur un talon. On veut calculer la pression moyenne exercée sur le sol suivant la nature du talon (plat ou aiguille).

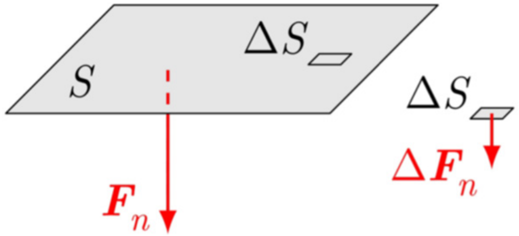
- À l'équilibre, la force exercée sur le sol est le poids de la personne $m\mathbf{g}$. Ainsi,

$$\boxed{p_{\text{moy}} = \frac{mg}{S} \quad (3.34)}$$

- Talon plat : $S = 16\ \text{cm}^2 \Rightarrow \quad p_{\text{moy}} = \dfrac{640}{16 \cdot 10^{-4}}\ \text{N.m}^{-2} = 4 \cdot 10^5\ \text{Pa}$
- Talon aiguille : $S = 1\ \text{cm}^2 \Rightarrow \quad p_{\text{moy}} = \dfrac{640}{1 \cdot 10^{-4}}\ \text{N.m}^{-2} = 64 \cdot 10^5\ \text{Pa}$

Pour exercer la même pression sur le sol avec un talon plat qu'avec un talon aiguille, il faudrait que la personne porte 15 autres personnes de masse identique.

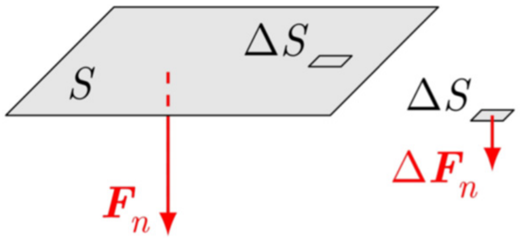
3.7.2 Pression locale



Remarque :

3.7.2 Pression locale

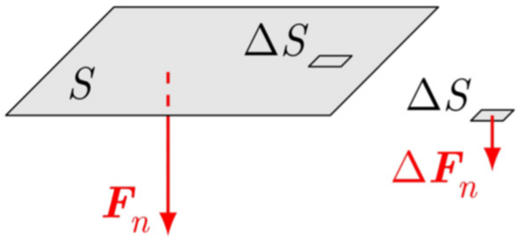
La force normale $\mathbf{F_n}$ n'agit a priori pas de la même manière sur toute la surface d'aire S. En divisant la surface en éléments d'aire ΔS, on met en évidence la contribution $\Delta\mathbf{F_n}$ sur chaque élément ΔS :



Remarque :

3.7.2 Pression locale

La force normale $\mathbf{F_n}$ n'agit a priori pas de la même manière sur toute la surface d'aire S. En divisant la surface en éléments d'aire ΔS, on met en évidence la contribution $\Delta\mathbf{F_n}$ sur chaque élément ΔS :



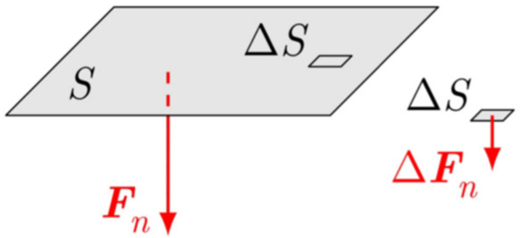
- Surface totale : $S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \ldots$
- Force normale : $\mathbf{F_n} = \Delta\mathbf{F_{n,1}} + \Delta\mathbf{F_{n,2}} + \ldots$
- Pression locale :

$$\boxed{p(\mathbf{r}) = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\left\|\Delta\mathbf{F_n}\right\|}{\Delta S} = \frac{dF_n}{dS} \quad (3.35)}$$

Remarque :

3.7.2 Pression locale

La force normale $\mathbf{F_n}$ n'agit a priori pas de la même manière sur toute la surface d'aire S. En divisant la surface en éléments d'aire ΔS, on met en évidence la contribution $\Delta\mathbf{F_n}$ sur chaque élément ΔS :



- Surface totale : $S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \ldots$
- Force normale : $\mathbf{F_n} = \Delta\mathbf{F_{n,1}} + \Delta\mathbf{F_{n,2}} + \ldots$
- Pression locale :

$$\boxed{p(\mathbf{r}) = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\|\Delta\mathbf{F_n}\|}{\Delta S} = \frac{dF_n}{dS} \quad (3.35)}$$

Remarque :

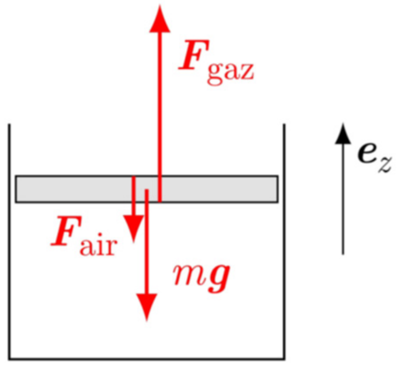
1. La pression est un scalaire positif, $p \geq 0$.
2. La pression est définie en tout point $\mathbf{r}$ de la surface et est a priori différente d'un endroit à l'autre : c'est une fonction de l'espace (et du temps), $p \equiv p(\mathbf{r},t)$.

3.7.2 Pression locale et 3.7.3 gaz dans un cylindre

Cas particulier :

Exemple :

Gaz dans un cylindre



3.7.2 Pression locale et 3.7.3 gaz dans un cylindre

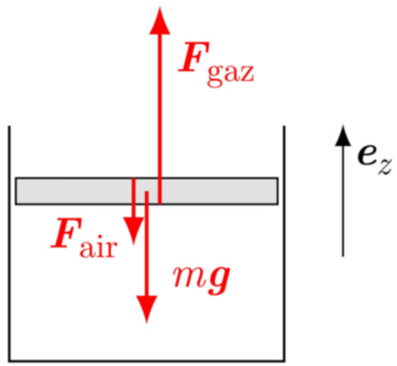
Cas particulier :

Si la force normale est uniforme sur la surface S, la pression est identique en tout point et égale à la pression moyenne. Ainsi,

$$\boxed{\left\| \mathbf{F_n} \right\| = pS \quad (3.36)}$$

Exemple :

Gaz dans un cylindre



3.7.2 Pression locale et 3.7.3 gaz dans un cylindre

Cas particulier :

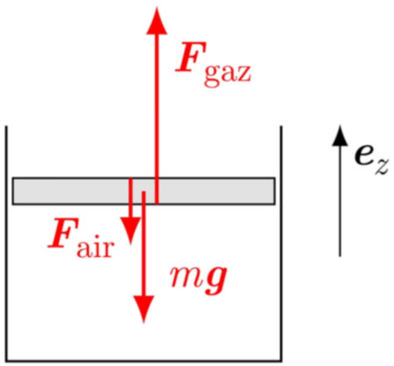
Si la force normale est uniforme sur la surface S, la pression est identique en tout point et égale à la pression moyenne. Ainsi,

$$\boxed{\left\|\mathbf{F_n}\right\| = pS \quad (3.36)}$$

Exemple :

La pression de l'air due aux chocs des molécules d'air sur les faces d'un objet.

Gaz dans un cylindre



3.7.2 Pression locale et 3.7.3 gaz dans un cylindre

Cas particulier :

Si la force normale est uniforme sur la surface *S*, la pression est identique en tout point et égale à la pression moyenne. Ainsi,

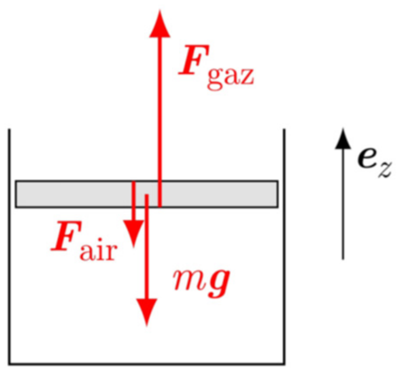
$$\boxed{\left\|\mathbf{F_n}\right\| = pS \quad (3.36)}$$

Exemple :

La pression de l'air due aux chocs des molécules d'air sur les faces d'un objet.

Gaz dans un cylindre

- On considère un gaz dans un cylindre fermé par un piston de masse *m*.



3.7.2 Pression locale et 3.7.3 gaz dans un cylindre

Cas particulier :

Si la force normale est uniforme sur la surface S, la pression est identique en tout point et égale à la pression moyenne. Ainsi,

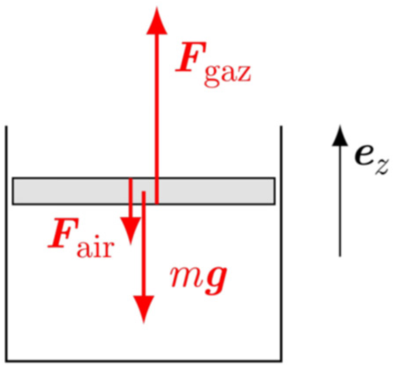
$$\boxed{\left\|\mathbf{F_n}\right\| = pS \quad (3.36)}$$

Exemple :

La pression de l'air due aux chocs des molécules d'air sur les faces d'un objet.

Gaz dans un cylindre

- On considère un gaz dans un cylindre fermé par un piston de masse m.



- Objet : piston
- Forces : poids $m\mathbf{g}$ et forces de pression $\mathbf{F}_{\text{air}}$ et $\mathbf{F}_{\text{gaz}}$

$m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{air}} + \mathbf{F}_{\text{gaz}} = \mathbf{0}$

- Selon $\mathbf{e}_z$:

$$-mg - p_{\text{air}}S + p_{\text{gaz}}S = 0 \Rightarrow p_{\text{gaz}} = p_{\text{air}} + \frac{mg}{S}$$

3.7.3 Gaz dans un cylindre et 3.7.4 loi des gaz parfaits

Remarque :

Autres unités de pression :

Loi des gaz parfaits

3.7.3 Gaz dans un cylindre et 3.7.4 loi des gaz parfaits

Remarque :

La pression de l'air à la surface de la terre a, en général, une valeur comprise entre

$0{,}95 \cdot 10^5$ Pa $< p_{air} <$ $1{,}05 \cdot 10^5$ Pa

Autres unités de pression :

Loi des gaz parfaits

3.7.3 Gaz dans un cylindre et 3.7.4 loi des gaz parfaits

Remarque :

La pression de l'air à la surface de la terre a, en général, une valeur comprise entre $0{,}95 \cdot 10^5$ Pa $< p_{\mathrm{air}} <$ $1{,}05 \cdot 10^5$ Pa

Autres unités de pression :

- Le bar : 1 bar = 10^5 Pa
- L'atmosphère : 1 atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa
- Le millimètre de mercure : 1 atm = 760 mm Hg

Loi des gaz parfaits

3.7.3 Gaz dans un cylindre et 3.7.4 loi des gaz parfaits

Remarque :

La pression de l'air à la surface de la terre a, en général, une valeur comprise entre $0{,}95 \cdot 10^5$ Pa $< p_{\text{air}} < 1{,}05 \cdot 10^5$ Pa

Autres unités de pression :

- Le bar : 1 bar = 10^5 Pa
- L'atmosphère : 1 atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa
- Le millimètre de mercure : 1 atm = 760 mm Hg

Loi des gaz parfaits

- Un gaz parfait est un modèle de gaz idéalisé. Lorsque la pression d'un gaz est suffisamment basse, les gaz réels peuvent être modélisés par le modèle du gaz parfait. Dans le cas contraire, ils sont décrits par le modèle du gaz de Van der Waals.

3.7.4 Loi des gaz parfaits

3.7.4 Loi des gaz parfaits

- Équation d'état du gaz parfait : $$\boxed{pV = Nk_{\mathrm{B}}T = nRT \quad (3.37)}$$

3.7.4 Loi des gaz parfaits

- Équation d'état du gaz parfait : $\boxed{pV = Nk_B T = nRT \quad (3.37)}$

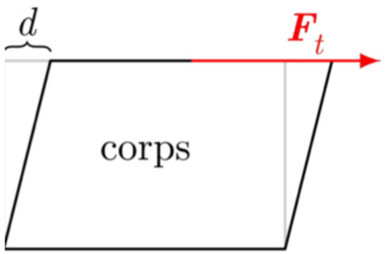
où

- p est la pression du gaz [Pa]
- V est le volume occupé par le gaz [m^3]
- T est la température du gaz [K]
- k_B est la constante de Boltzmann : $k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ [J.K^{-1}]
- N_A est la constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ molécules
- n est le nombre de moles de gaz : $n = N/N_A$
- R est la constante du gaz parfait : $R = N_A \cdot k_B = 8{,}31$ [J.K^{-1}.mole]

3.8 Hydrostatique

3.8 Hydrostatique et 3.8.1 définition d'un fluide

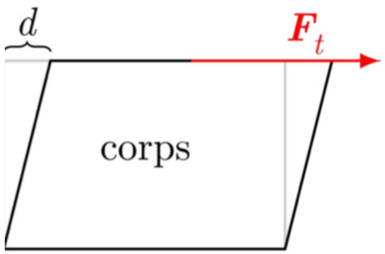
Définition d'un fluide



Exemple :

3.8 Hydrostatique et 3.8.1 définition d'un fluide

Définition d'un fluide

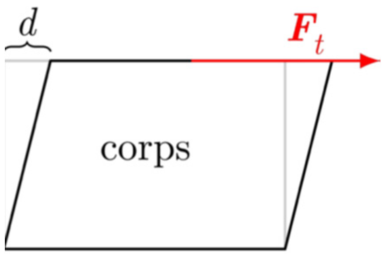


- Si on applique une force tangentielle de cisaillement $\mathbf{F_t}$ pour obtenir un petit déplacement tangentiel *d*, le corps s'oppose à ce cisaillement.

Exemple :

3.8 *Hydrostatique et 3.8.1 définition d'un fluide*

Définition d'un fluide



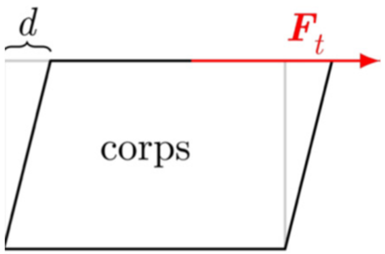
- Si on applique une force tangentielle de cisaillement $\mathbf{F_t}$ pour obtenir un petit déplacement tangentiel *d*, le corps s'oppose à ce cisaillement.

- Le corps est un <u>solide</u> si il faut exercer une force de cisaillement en continu pour maintenir un déplacement.

Exemple :

3.8 Hydrostatique et 3.8.1 définition d'un fluide

Définition d'un fluide



- Si on applique une force tangentielle de cisaillement $\mathbf{F_t}$ pour obtenir un petit déplacement tangentiel *d*, le corps s'oppose à ce cisaillement.

- Le corps est un solide si il faut exercer une force de cisaillement en continu pour maintenir un déplacement.

Exemple :

Modèle linéaire $F_t = kd$ (force élastique)
En régime élastique (loi de Hooke), le solide reprend sa forme initiale si on supprime la force de cisaillement.

3.8.1 Définition d'un fluide

Exemple :

Exemple :

Gaz (propane)

Liquide (eau)

3.8.1 Définition d'un fluide

- Le corps est un fluide si la force de cisaillement nécessaire pour maintenir le déplacement diminue au cours du temps. Après un temps suffisamment long, plus aucun cisaillement n'est nécessaire : le fluide s'est adapté à la contrainte.

Exemple :

Exemple :

Gaz (propane)

Liquide (eau)

3.8.1 Définition d'un fluide

- Le corps est un fluide si la force de cisaillement nécessaire pour maintenir le déplacement diminue au cours du temps. Après un temps suffisamment long, plus aucun cisaillement n'est nécessaire : le fluide s'est adapté à la contrainte.

Exemple : Modèle $F_t = kd \cdot e^{-\lambda t}$

Exemple :

Gaz (propane)

Liquide (eau)

3.8.1 Définition d'un fluide

- Le corps est un fluide si la force de cisaillement nécessaire pour maintenir le déplacement diminue au cours du temps. Après un temps suffisamment long, plus aucun cisaillement n'est nécessaire : le fluide s'est adapté à la contrainte.

Exemple : Modèle $F_t = kd \cdot e^{-\lambda t}$

Si on maintient le cisaillement (même très faible), le fluide se transforme continuellement.

Exemple :

Gaz (propane)

Liquide (eau)

3.8.1 Définition d'un fluide

- Le corps est un <u>fluide</u> si la force de cisaillement nécessaire pour maintenir le déplacement diminue au cours du temps. Après un temps suffisamment long, plus aucun cisaillement n'est nécessaire : le fluide s'est adapté à la contrainte.

Exemple : Modèle $F_t = kd \cdot e^{-\lambda t}$

Si on maintient le cisaillement (même très faible), le fluide se transforme continuellement.

Exemple : Gaz, liquide

Gaz (propane)

Liquide (eau)

3.8.1 Définition d'un fluide

Expérience :

3.8.1 Définition d'un fluide

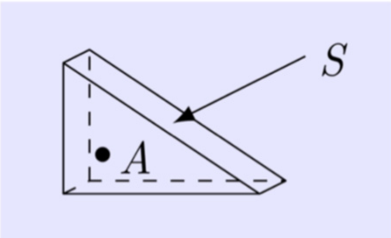
Expérience : Onde de pression dans un gobelet d'eau

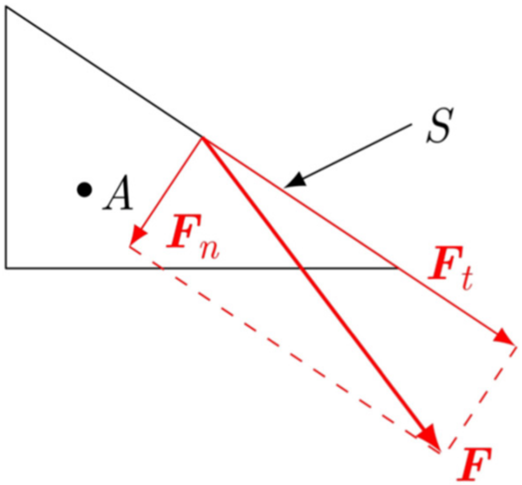
3.8.1 *Définition d'un fluide*

Expérience : Onde de pression dans un gobelet d'eau

- On tire tout d'abord sur un gobelet en plastique sans eau : on observe que la balle traverse le gobelet de part en part, en faisant deux trous circulaires.
- Le second gobelet est rempli d'eau. On tire dessus et on observe une colonne d'eau qui s'élève verticalement sous l'effet de l'onde de choc (accroissement de la pression).

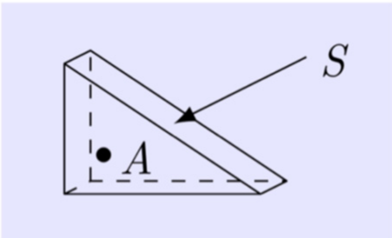
3.8.2 Forces dans un fluide au repos

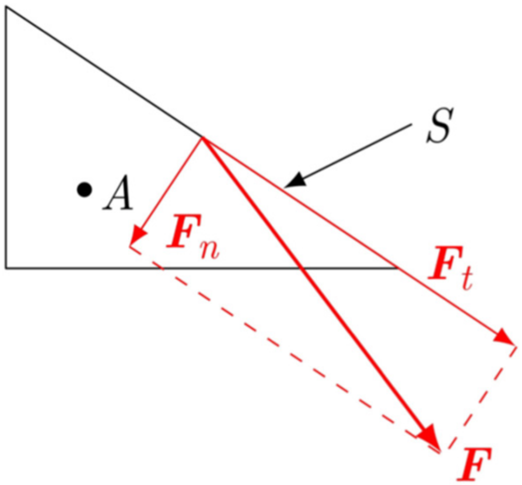




3.8.2 Forces dans un fluide au repos

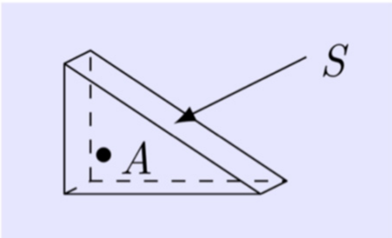
- L'hydrostatique est l'étude des fluides au repos.



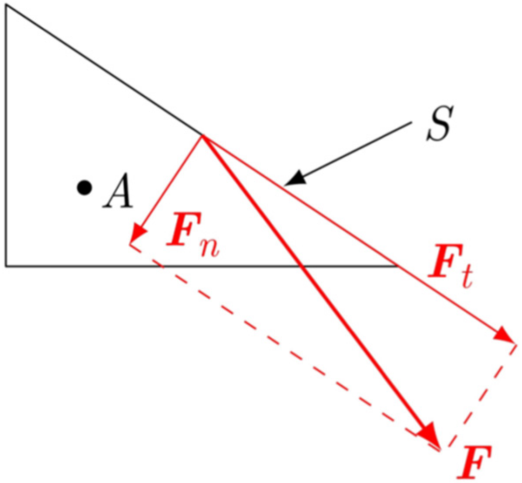


3.8.2 Forces dans un fluide au repos

- L'hydrostatique est l'étude des fluides au repos.

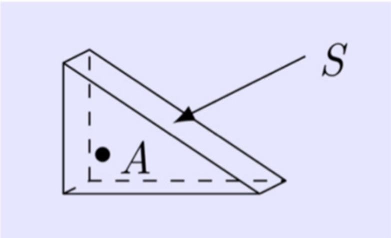


- Dans un fluide, on considère un petit volume autour d'un point A.



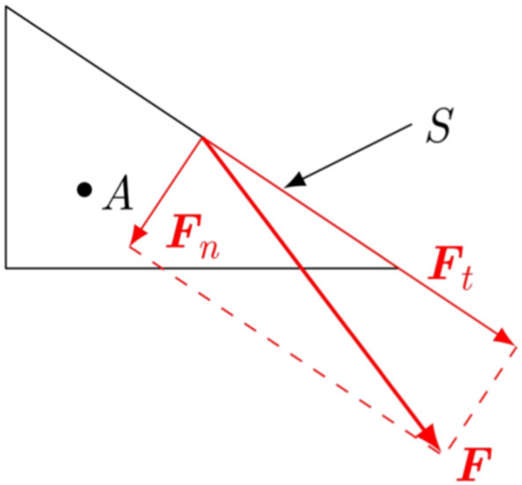
3.8.2 Forces dans un fluide au repos

- L’hydrostatique est l’étude des fluides au repos.



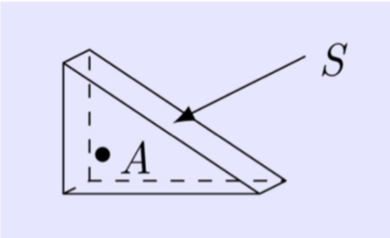
- Dans un fluide, on considère un petit volume autour d’un point *A*.

- Vue en coupe :



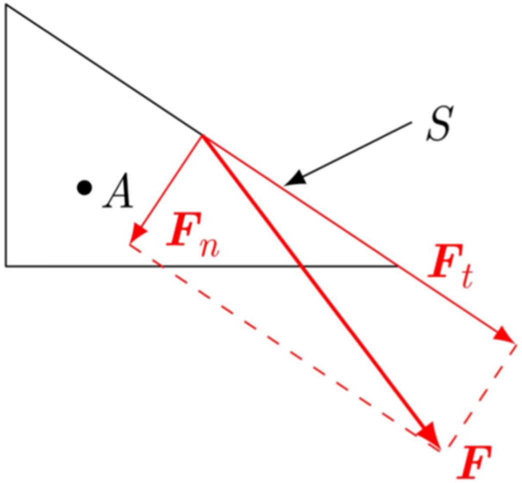
3.8.2 Forces dans un fluide au repos

- L'hydrostatique est l'étude des fluides au repos.



- Dans un fluide, on considère un petit volume autour d'un point *A*.

- Vue en coupe :

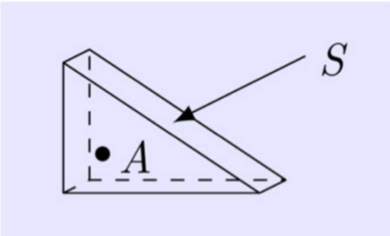


- Le fluide environnant exerce une force **F** sur chaque face de surface *S* :

$$\boxed{\mathbf{F} = \mathbf{F_n} + \mathbf{F_t} \quad (3.38)}$$

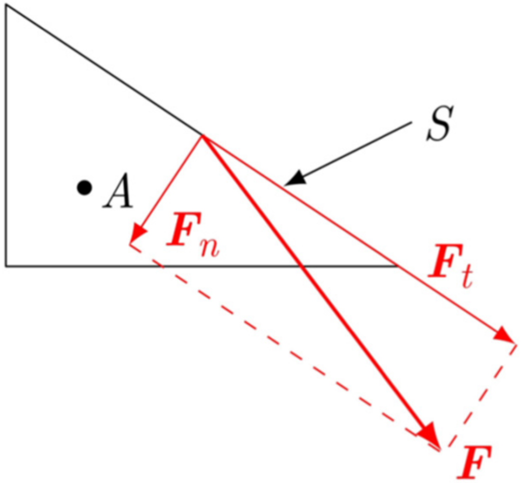
3.8.2 Forces dans un fluide au repos

- L'hydrostatique est l'étude des fluides au repos.



- Dans un fluide, on considère un petit volume autour d'un point *A*.

- Vue en coupe :



- Le fluide environnant exerce une force **F** sur chaque face de surface *S* :

$$\boxed{\mathbf{F} = \mathbf{F_n} + \mathbf{F_t} \quad (3.38)}$$

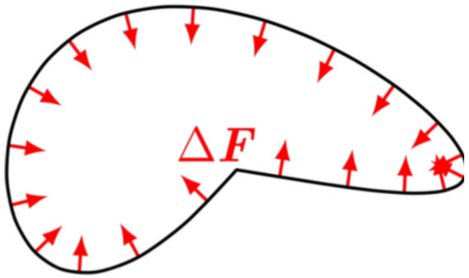
- Comme le fluide est au repos, il n'exerce pas de force de cisaillement (sinon il se déformerait) : $\mathbf{F_t} = \mathbf{0}$. Ainsi, la force **F** est normale à la face : $\mathbf{F} = \mathbf{F_n}$.

3.8.3 Loi de Pascal

Remarque :

Blaise Pascal

Corps immobile dans un fluide



Force exercée localement ΔF

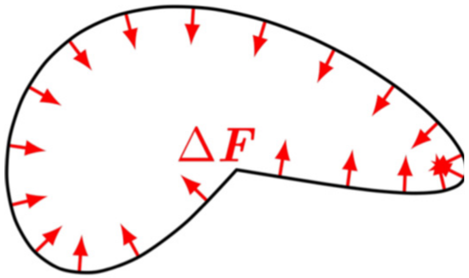
3.8.3 Loi de Pascal

L'intensité de la force exercée par un fluide sur une surface ne dépend pas de l'orientation de cette surface. Elle ne dépend que de la taille de la surface et de sa position **r** dans le fluide. Il suffit donc de connaître la pression (force par unité de surface) du fluide $p(\mathbf{r})$.

Blaise Pascal

Remarque :

Corps immobile dans un fluide



Force exercée localement ΔF

3.8.3 Loi de Pascal

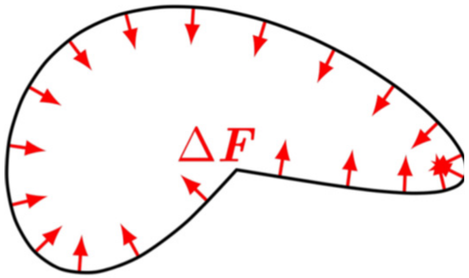
L'intensité de la force exercée par un fluide sur une surface ne dépend pas de l'orientation de cette surface. Elle ne dépend que de la taille de la surface et de sa position **r** dans le fluide. Il suffit donc de connaître la pression (force par unité de surface) du fluide $p(\mathbf{r})$.

Blaise Pascal

Remarque :

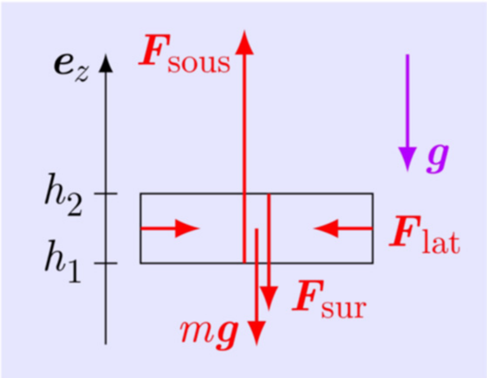
Lors de chocs sur une surface, les molécules changent de quantité de mouvement et subissent une force de la part de la surface. La troisième loi de Newton implique que les molécules exercent une force, nommée force de pression.

Corps immobile dans un fluide



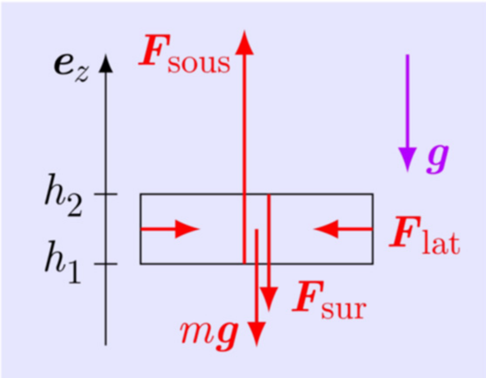
Force exercée localement ΔF

3.8.4 Loi de l'hydrostatique



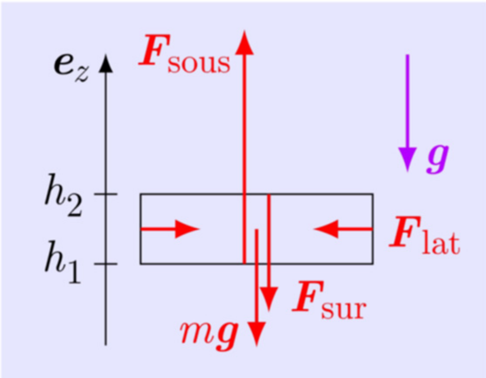
3.8.4 Loi de l'hydrostatique

On considère un fluide au repos soumis à la force de gravitation. Par expérience, la pression augmente avec la profondeur (oreilles).



3.8.4 Loi de l'hydrostatique

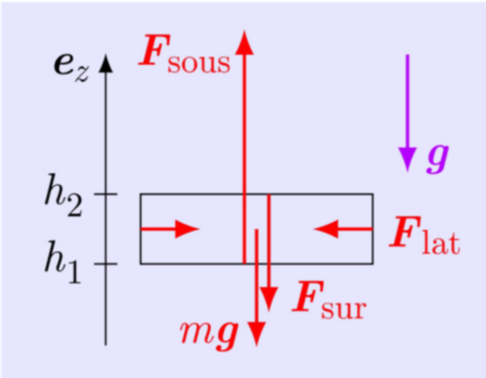
On considère un fluide au repos soumis à la force de gravitation. Par expérience, la pression augmente avec la profondeur (oreilles).



- <u>Objet</u> : parallélépipède rectangle de fluide entre deux niveaux h_1 et h_2
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$ et forces de pression verticales $\mathbf{F}_{sur}$ et $\mathbf{F}_{sous}$ et latérales $\mathbf{F}_{lat}$, $m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{sur} + \mathbf{F}_{sous} + \mathbf{F}_{lat} - \mathbf{F}_{lat} = \mathbf{0}$
- Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg - F_{sur} + F_{sous} = 0$

3.8.4 Loi de l'hydrostatique

On considère un fluide au repos soumis à la force de gravitation. Par expérience, la pression augmente avec la profondeur (oreilles).

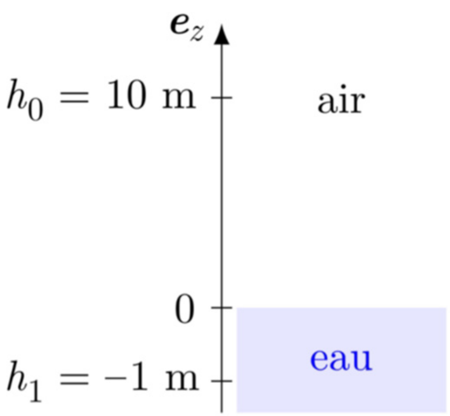


- Objet : parallélépipède rectangle de fluide entre deux niveaux h_1 et h_2
- Forces : poids $m\mathbf{g}$ et forces de pression verticales $\mathbf{F}_{\text{sur}}$ et $\mathbf{F}_{\text{sous}}$ et latérales $\mathbf{F}_{\text{lat}}$, $m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{sur}} + \mathbf{F}_{\text{sous}} + \mathbf{F}_{\text{lat}} - \mathbf{F}_{\text{lat}} = \mathbf{0}$
- Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg - F_{\text{sur}} + F_{\text{sous}} = 0$
- Fluide homogène : $-\rho_{\text{fl}}(h_2-h_1)Sg-p(h_2)S+p(h_1)S = 0$

$$\boxed{p(h_1)-p(h_2)=\rho_{\text{fl}}g(h_2-h_1) \text{ si } \rho_{\text{fl}}=\text{cste} \quad (3.39)}$$

- La différence de pression entre deux niveaux est due au poids du fluide par unité de surface compris entre ces niveaux.

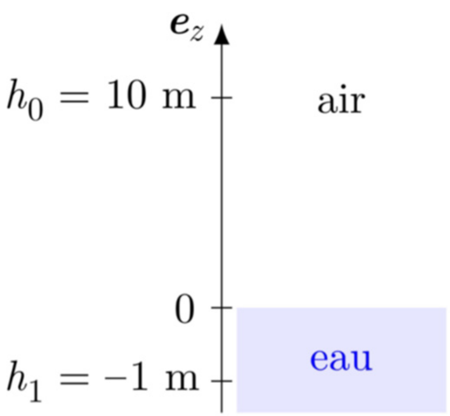
3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau



Remarque :

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

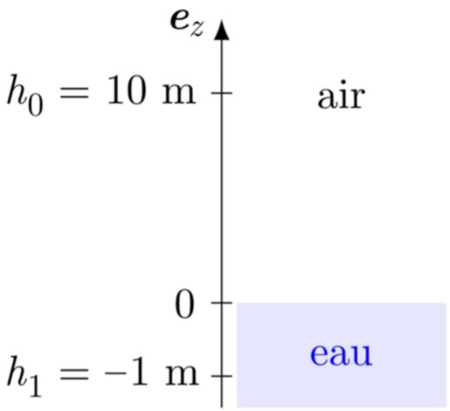
Connaissant la pression de l'air $p(h_0) = p_0 = 1$ atm à une hauteur de 10 m au-dessus du niveau de l'eau, on cherche à déterminer la pression $p(h_1)$ à 1 m de profondeur dans l'eau.



Remarque :

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Connaissant la pression de l'air $p(h_0) = p_0 = 1$ atm à une hauteur de 10 m au-dessus du niveau de l'eau, on cherche à déterminer la pression $p(h_1)$ à 1 m de profondeur dans l'eau.

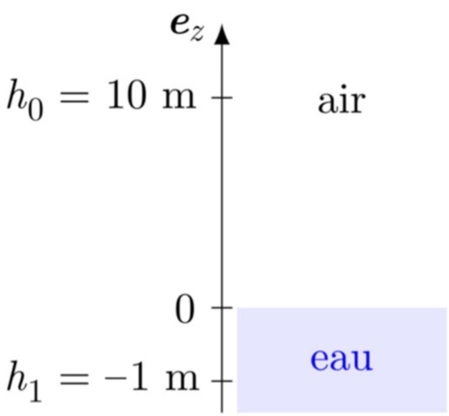


- <u>Dans l'air</u> : $p(0)-p(h_0) = \rho_{air} g(h_0-0)$ $(h_0>0)$
- <u>Dans l'eau</u> : $p(h_1)-p(0) = \rho_{eau} g(0-h_1)$ $(h_1<0)$

Remarque :

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Connaissant la pression de l'air $p(h_0) = p_0 = 1$ atm à une hauteur de 10 m au-dessus du niveau de l'eau, on cherche à déterminer la pression $p(h_1)$ à 1 m de profondeur dans l'eau.



- Dans l'air : $p(0)\text{-}p(h_0) = \rho_{air}g(h_0\text{-}0)$ $(h_0>0)$
- Dans l'eau : $p(h_1)\text{-}p(0) = \rho_{eau}g(0\text{-}h_1)$ $(h_1<0)$

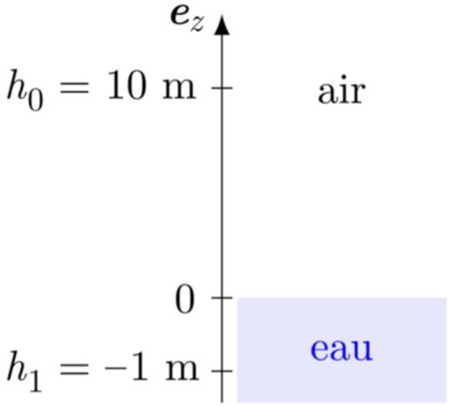
Ainsi,

- $p(0) = p(h_0) + \rho_{air}gh_0 = (1{,}013\cdot10^5 + 1{,}3\cdot9{,}81\cdot10)$ Pa = $1{,}014\cdot10^5$ Pa
- $p(h_1) = p(0) - \rho_{eau}gh_1 = (1{,}014\cdot10^5 + 10^3\cdot9{,}81\cdot1)$ Pa = $1{,}112\cdot10^5$ Pa

Remarque :

3.8.5 Pression d'une colonne d'air et d'eau

Connaissant la pression de l'air $p(h_0) = p_0$ = 1 atm à une hauteur de 10 m au-dessus du niveau de l'eau, on cherche à déterminer la pression $p(h_1)$ à 1 m de profondeur dans l'eau.



- <u>Dans l'air</u> : $p(0)-p(h_0) = \rho_{air}g(h_0-0)$ $(h_0>0)$
- <u>Dans l'eau</u> : $p(h_1)-p(0) = \rho_{eau}g(0-h_1)$ $(h_1<0)$

Ainsi,

- $p(0) = p(h_0) + \rho_{air}gh_0 = (1{,}013\cdot10^5 + 1{,}3\cdot9{,}81\cdot10)$ Pa = $1{,}014\cdot10^5$ Pa
- $p(h_1) = p(0) - \rho_{eau}gh_1 = (1{,}014\cdot10^5 + 10^3\cdot9{,}81\cdot1)$ Pa = $1{,}112\cdot10^5$ Pa

Remarque :

- La variation de pression dans l'air peut souvent être négligée.
- Par 1 m de profondeur dans l'eau, la pression augmente de 10% par rapport à la pression atmosphérique.

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

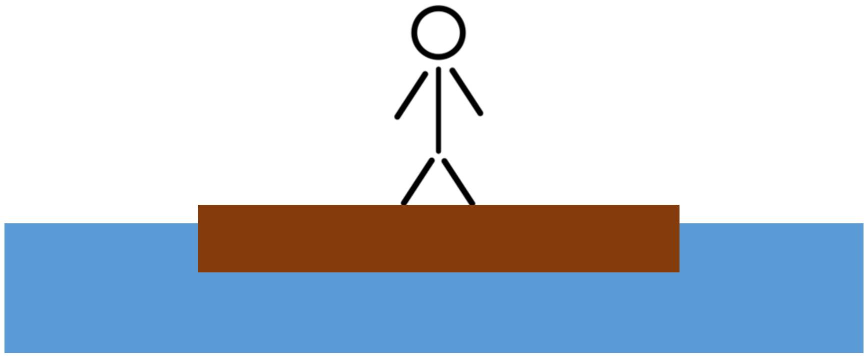
Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

Cet exercice peut se résoudre à l'aide de deux variantes : en utilisant la loi de l'hydrostatique (**variante #1**) ou la poussée d'Archimède (**variante #2**).
Ici, nous allons considérer la **variante #1**.

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

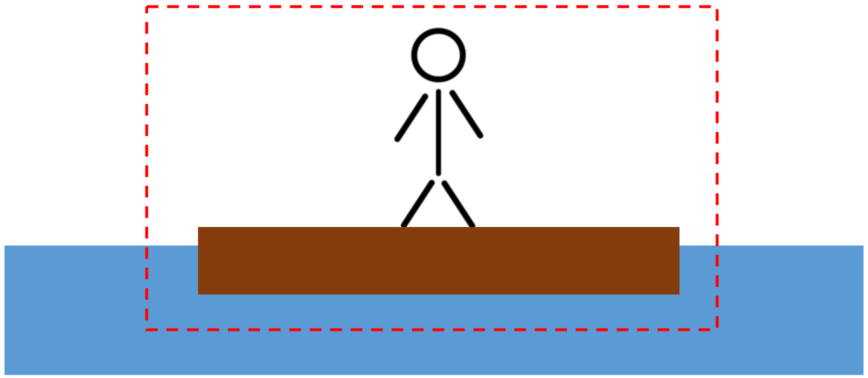
Cet exercice peut se résoudre à l'aide de deux variantes : en utilisant la loi de l'hydrostatique (**variante #1**) ou la poussée d'Archimède (**variante #2**).
Ici, nous allons considérer la **variante #1**.



3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

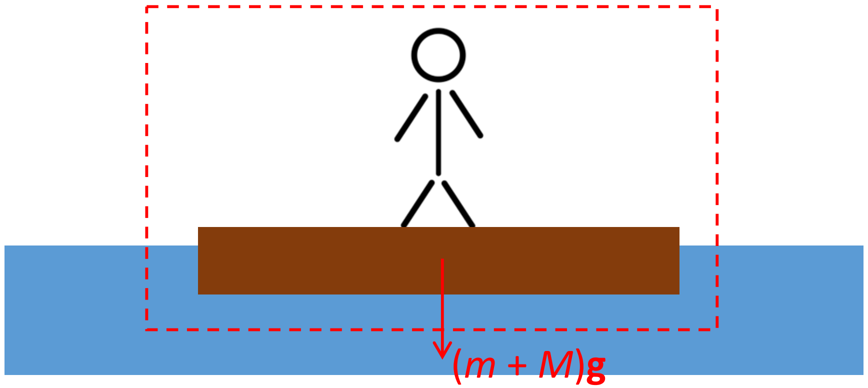
Cet exercice peut se résoudre à l'aide de deux variantes : en utilisant la loi de l'hydrostatique (**variante #1**) ou la poussée d'Archimède (**variante #2**).
Ici, nous allons considérer la **variante #1**.



3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

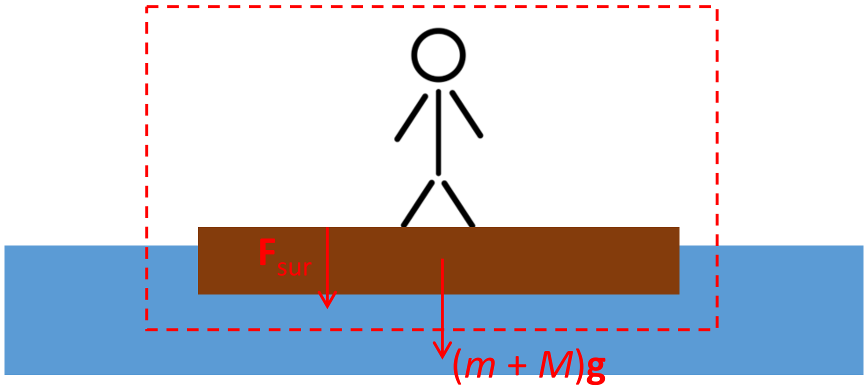
Cet exercice peut se résoudre à l'aide de deux variantes : en utilisant la loi de l'hydrostatique (**variante #1**) ou la poussée d'Archimède (**variante #2**).
Ici, nous allons considérer la **variante #1**.



3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

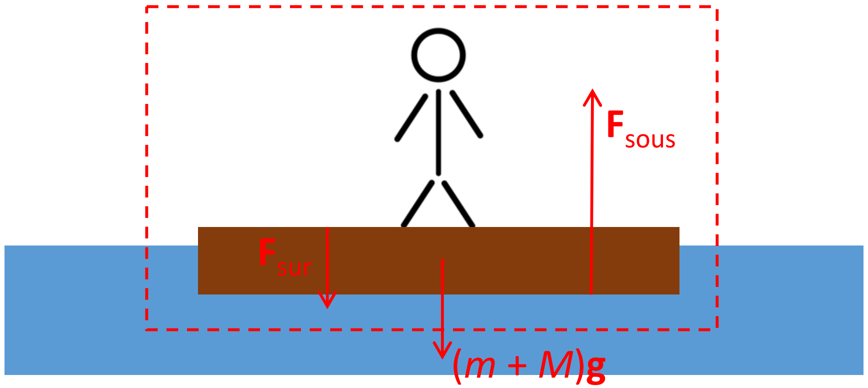
Cet exercice peut se résoudre à l'aide de deux variantes : en utilisant la loi de l'hydrostatique (**variante #1**) ou la poussée d'Archimède (**variante #2**).
Ici, nous allons considérer la **variante #1**.



3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

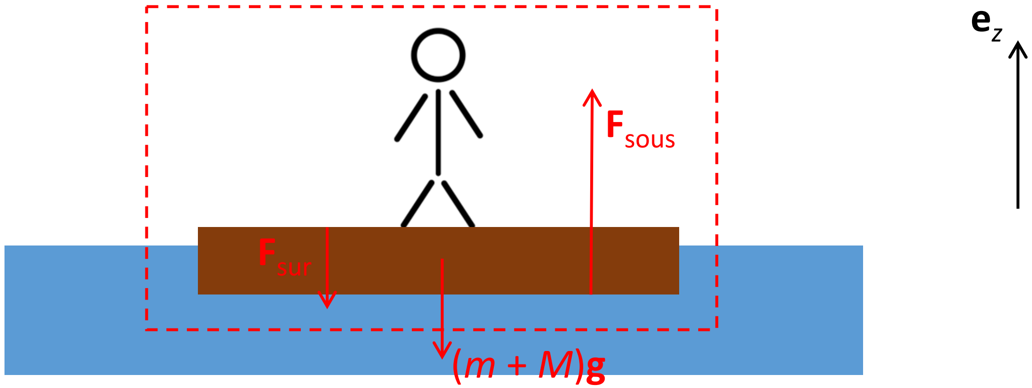
Cet exercice peut se résoudre à l'aide de deux variantes : en utilisant la loi de l'hydrostatique (**variante #1**) ou la poussée d'Archimède (**variante #2**).
Ici, nous allons considérer la **variante #1**.



3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

Énoncé : Une personne de masse m = 60 kg se trouve sur un radeau de bois flottant sur l'eau. Les dimensions du radeau sont a = 4 m, b = 3 m et h = 10 cm. La masse volumique du bois est $\rho = 0.9 \times 10^3$ kg.m^{-3}. Calculer la hauteur immergée. De combien la hauteur immergée varie-t-elle lorsque la personne quitte le radeau?

Cet exercice peut se résoudre à l'aide de deux variantes : en utilisant la loi de l'hydrostatique (**variante #1**) ou la poussée d'Archimède (**variante #2**).
Ici, nous allons considérer la **variante #1**.



3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

- Système : la personne et le radeau
- Forces extérieures : le poids $(m + M)\mathbf{g}$ et les forces de pression $\mathbf{F}_{\text{sous}}$ et $\mathbf{F}_{\text{sur}}$ qui se compensent : $(m + M)\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{sous}} + \mathbf{F}_{\text{sur}} = \mathbf{0}$ et $M = \rho abh$.

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

- Système : la personne et le radeau
- Forces extérieures : le poids $(m + M)\mathbf{g}$ et les forces de pression $\mathbf{F}_{\text{sous}}$ et $\mathbf{F}_{\text{sur}}$ qui se compensent : $(m + M)\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{sous}} + \mathbf{F}_{\text{sur}} = \mathbf{0}$ et $M = \rho abh$.

On projette la deuxième loi de Newton selon $\mathbf{e}_z$: $-(m+M)g + p_{\text{sous}}ab - p_{\text{sur}}ab = 0$

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

- Système : la personne et le radeau
- Forces extérieures : le poids $(m + M)\mathbf{g}$ et les forces de pression $\mathbf{F}_{\text{sous}}$ et $\mathbf{F}_{\text{sur}}$ qui se compensent : $(m + M)\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{sous}} + \mathbf{F}_{\text{sur}} = \mathbf{0}$ et $M = \rho abh$.

On projette la deuxième loi de Newton selon $\mathbf{e}_z$: $-(m+M)g + p_{\text{sous}}ab - p_{\text{sur}}ab = 0$

En adoptant le fait que la pression de l'air est uniforme, on peut écrire l'égalité :

$p_{\text{sur}} = p_{\text{air}}$.

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

- <u>Système</u> : la personne et le radeau
- <u>Forces extérieures</u> : le poids $(m + M)\mathbf{g}$ et les forces de pression $\mathbf{F}_{\text{sous}}$ et $\mathbf{F}_{\text{sur}}$ qui se compensent : $(m + M)\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{sous}} + \mathbf{F}_{\text{sur}} = \mathbf{0}$ et $M = \rho abh$.

On projette la deuxième loi de Newton selon $\mathbf{e}_z$: $-(m+M)g + p_{\text{sous}}ab - p_{\text{sur}}ab = 0$

En adoptant le fait que la pression de l'air est uniforme, on peut écrire l'égalité :

$p_{\text{sur}} = p_{\text{air}}$.

En outre, la loi de l'hydrostatique nous permet d'écrire : $p_{\text{sous}} - p_{\text{air}} = \rho_{\text{eau}} g h_0$.

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

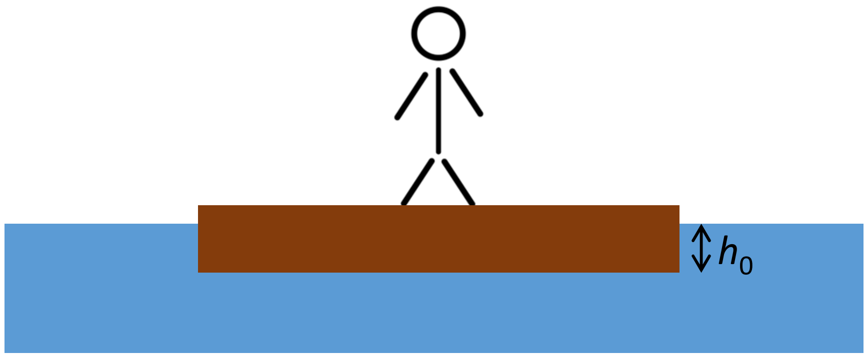
- Système : la personne et le radeau
- Forces extérieures : le poids $(m + M)\mathbf{g}$ et les forces de pression $\mathbf{F}_{\text{sous}}$ et $\mathbf{F}_{\text{sur}}$ qui se compensent : $(m + M)\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{sous}} + \mathbf{F}_{\text{sur}} = \mathbf{0}$ et $M = \rho abh$.

On projette la deuxième loi de Newton selon $\mathbf{e}_z$: $-(m+M)g + p_{\text{sous}}ab - p_{\text{sur}}ab = 0$

En adoptant le fait que la pression de l'air est uniforme, on peut écrire l'égalité :

$p_{\text{sur}} = p_{\text{air}}$.

En outre, la loi de l'hydrostatique nous permet d'écrire : $p_{\text{sous}} - p_{\text{air}} = \rho_{\text{eau}} g h_0$.



3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

Remarque :

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On obtient donc : $-(m+\rho abh)g+\rho_{\text{eau}}gabh_0=0$

$$\Rightarrow h_0=\frac{m+\rho abh}{\rho_{\text{eau}}ab}=\frac{60\,\text{kg}+0.9\cdot 10^3\ \text{kg.m}^{-3}\times 4\ \text{m}\times 3\ \text{m}\times 0.1\ \text{m}}{10^3\ \text{kg.m}^{-3}\times 4\ \text{m}\times 3\ \text{m}}=9.5\,\text{cm}$$

Remarque :

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On obtient donc : $-\left(m+\rho abh\right)g+\rho_{\mathrm{eau}}gabh_0=0$

$$\Rightarrow h_0=\frac{m+\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\frac{60\,\mathrm{kg}+0.9\cdot 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 4\ \mathrm{m}\times 3\ \mathrm{m}\times 0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 4\ \mathrm{m}\times 3\ \mathrm{m}}=9.5\,\mathrm{cm}$$

Lorsque la personne quitte le radeau, m = 0 et $h_0^{'}=\frac{\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\frac{\rho h}{\rho_{\mathrm{eau}}}=\frac{0.9\cdot 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}}=9\,\mathrm{cm}$

Remarque :

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On obtient donc : $-(m+\rho abh)g+\rho_{\mathrm{eau}}gabh_0=0$

$$\Rightarrow h_0=\frac{m+\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\frac{60\,\mathrm{kg}+0.9\cdot 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 4\ \mathrm{m}\times 3\ \mathrm{m}\times 0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 4\ \mathrm{m}\times 3\ \mathrm{m}}=9.5\,\mathrm{cm}$$

Lorsque la personne quitte le radeau, m = 0 et $h_0^{'}=\frac{\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\frac{\rho h}{\rho_{\mathrm{eau}}}=\frac{0.9\cdot 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}}=9\,\mathrm{cm}$

La hauteur immergée diminue donc de 5 mm.

Remarque :

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On obtient donc : $-(m+\rho abh)g+\rho_{\mathrm{eau}}gabh_0=0$

$$\Rightarrow h_0=\frac{m+\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\frac{60\,\mathrm{kg}+0.9\cdot 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 4\ \mathrm{m}\times 3\ \mathrm{m}\times 0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 4\ \mathrm{m}\times 3\ \mathrm{m}}=9.5\,\mathrm{cm}$$

Lorsque la personne quitte le radeau, m = 0 et $h_0^{'}=\frac{\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\frac{\rho h}{\rho_{\mathrm{eau}}}=\frac{0.9\cdot 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}}=9\,\mathrm{cm}$

La hauteur immergée diminue donc de 5 mm.

Remarque : Comment peut-on tenir compte du fait que la pression de l'air n'est pas uniforme?

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On obtient donc : $-(m+\rho abh)g+\rho_{\mathrm{eau}}gabh_0=0$

$$\Rightarrow h_0=\frac{m+\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\frac{60\,\mathrm{kg}+0.9\cdot 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 4\ \mathrm{m}\times 3\ \mathrm{m}\times 0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 4\ \mathrm{m}\times 3\ \mathrm{m}}=9.5\,\mathrm{cm}$$

Lorsque la personne quitte le radeau, m = 0 et $h_0^{'}=\dfrac{\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\dfrac{\rho h}{\rho_{\mathrm{eau}}}=\dfrac{0.9\cdot 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times 0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}}=9\,\mathrm{cm}$

La hauteur immergée diminue donc de 5 mm.

Remarque : Comment peut-on tenir compte du fait que la pression de l'air n'est pas uniforme?

Il faut considérer l'air comme un fluide pesant (ρ_{air} = 1.3 kg.m^{-3}).

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On obtient donc : $-(m+\rho abh)g+\rho_{\mathrm{eau}}gabh_0=0$

$$\Rightarrow h_0=\frac{m+\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\frac{60\,\mathrm{kg}+0.9\cdot10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times4\ \mathrm{m}\times3\ \mathrm{m}\times0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times4\ \mathrm{m}\times3\ \mathrm{m}}=9.5\,\mathrm{cm}$$

Lorsque la personne quitte le radeau, m = 0 et $h_0^{'}=\frac{\rho abh}{\rho_{\mathrm{eau}}ab}=\frac{\rho h}{\rho_{\mathrm{eau}}}=\frac{0.9\cdot10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}\times0.1\ \mathrm{m}}{10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}}=9\,\mathrm{cm}$

La hauteur immergée diminue donc de 5 mm.

Remarque : Comment peut-on tenir compte du fait que la pression de l'air n'est pas uniforme?

Il faut considérer l'air comme un fluide pesant (ρ_{air} = 1.3 kg.m^{-3}).

Si l'on tient compte de la variation de la pression de l'air entre la surface du radeau et le niveau de l'eau, l'enfoncement du radeau est légèrement plus faible.

3.8.5 bis Loi de l’hydrostatique : résolution d’exercice

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On trouve en effet : $p_{\text{sous}} - p_{\text{sur}} = \rho_{\text{eau}} g h_0 + \underbrace{\rho_{\text{air}} g \left(h - h_0\right)}_{\text{Pression supplémentaire due à la colonne d'air comprise entre la surface de l'eau et la face supérieure du radeau}}$.

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On trouve en effet : $p_{\text{sous}} - p_{\text{sur}} = \rho_{\text{eau}} g h_0 + \underbrace{\rho_{\text{air}} g \left(h - h_0\right)}_{\substack{\text{Pression supplémentaire due à la} \\ \text{colonne d'air comprise entre la surface} \\ \text{de l'eau et la face supérieure du radeau}}}$.

Et puisque : $-\left(m + M\right) g + \left(p_{\text{sous}} - p_{\text{sur}}\right) ab = 0$

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On trouve en effet : $p_{\text{sous}} - p_{\text{sur}} = \rho_{\text{eau}} g h_0 + \underbrace{\rho_{\text{air}} g \left(h - h_0\right)}_{\substack{\text{Pression supplémentaire due à la} \\ \text{colonne d'air comprise entre la surface} \\ \text{de l'eau et la face supérieure du radeau}}}$.

Et puisque : $-\left(m+M\right)g + \left(p_{\text{sous}} - p_{\text{sur}}\right)ab = 0$

On trouve : $h_0 = \dfrac{m + \left(\rho - \rho_{\text{air}}\right)abh}{\left(\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{air}}\right)ab} = 9.499\ \text{cm}$

3.8.5 bis Loi de l'hydrostatique : résolution d'exercice

On trouve en effet : $p_{\mathrm{sous}} - p_{\mathrm{sur}} = \rho_{\mathrm{eau}} g h_0 + \underbrace{\rho_{\mathrm{air}} g \left(h - h_0\right)}_{\substack{\text{Pression supplémentaire due à la} \\ \text{colonne d'air comprise entre la surface} \\ \text{de l'eau et la face supérieure du radeau}}}$.

Et puisque : $-\left(m+M\right)g + \left(p_{\mathrm{sous}} - p_{\mathrm{sur}}\right)ab = 0$

On trouve : $h_0 = \dfrac{m + \left(\rho - \rho_{\mathrm{air}}\right)abh}{\left(\rho_{\mathrm{eau}} - \rho_{\mathrm{air}}\right)ab} = 9.499\ \mathrm{cm}$

On constate comme attendu que la variation de la hauteur immergée est négligeable (10 µm) et que dans ce contexte la pression de l'air n'entre pas en matière pour résoudre le problème.