Leçon 3 – 04/03/2025

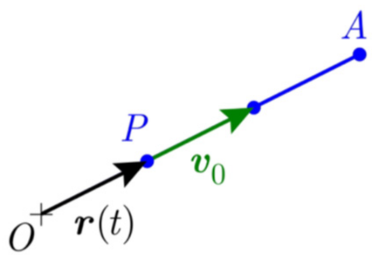
2. Mouvement dans le plan

- 2.3 Vecteur déplacement $\Delta\mathbf{r}(t)$

- 2.4 Vecteur vitesse $\mathbf{v}(t)$

- 2.5 Vecteur accélération $\mathbf{a}(t)$

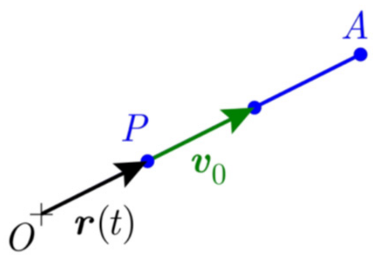
2.3.4 Notion de déplacement



Rencontre :

2.3.4 Notion de déplacement

Dans le plan, on donne l'origine O et un point A. Un objet se déplace régulièrement de O à A entre les instants $t = 0$ et $t = t_A$.

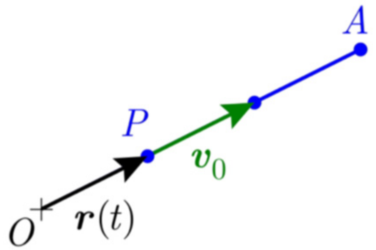


Rencontre :

2.3.4 *Notion de déplacement*

Dans le plan, on donne l'origine O et un point A. Un objet se déplace régulièrement de O à A entre les instants $t = 0$ et $t = t_A$.

On cherche à déterminer l'équation horaire $\mathbf{r}(t)$ de l'objet en considérant que celui-ci passe au point O à l'instant $t = 0$.

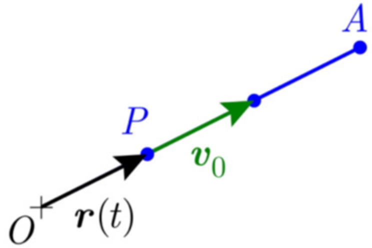


Rencontre :

2.3.4 Notion de déplacement

Dans le plan, on donne l'origine O et un point A. Un objet se déplace régulièrement de O à A entre les instants $t = 0$ et $t = t_A$.

On cherche à déterminer l'équation horaire $\mathbf{r}(t)$ de l'objet en considérant que celui-ci passe au point O à l'instant $t = 0$.



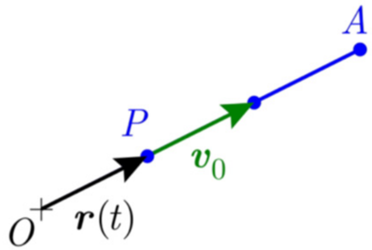
Conditions initiale et finale : $\mathbf{r_0} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{r}(t_A) = \mathbf{OA}$

Rencontre :

2.3.4 Notion de déplacement

Dans le plan, on donne l'origine O et un point A. Un objet se déplace régulièrement de O à A entre les instants $t = 0$ et $t = t_A$.

On cherche à déterminer l'équation horaire $\mathbf{r}(t)$ de l'objet en considérant que celui-ci passe au point O à l'instant $t = 0$.



Conditions initiale et finale : $\mathbf{r_0} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{r}(t_A) = \mathbf{OA}$

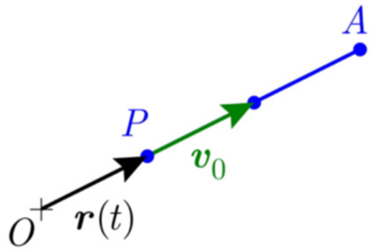
Ainsi, $\mathbf{r}(t_A) = \mathbf{v_0} t_A = \mathbf{OA} \Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{v_0} = \dfrac{\mathbf{OA}}{t_A} \quad (2.8)}$

Rencontre :

2.3.4 Notion de déplacement

Dans le plan, on donne l'origine O et un point A. Un objet se déplace régulièrement de O à A entre les instants $t = 0$ et $t = t_A$.

On cherche à déterminer l'équation horaire $\mathbf{r}(t)$ de l'objet en considérant que celui-ci passe au point O à l'instant $t = 0$.



Conditions initiale et finale : $\mathbf{r_0} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{r}(t_A) = \mathbf{OA}$

Ainsi, $\mathbf{r}(t_A) = \mathbf{v_0}t_A = \mathbf{OA} \Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{v_0} = \frac{\mathbf{OA}}{t_A} \quad (2.8)}$

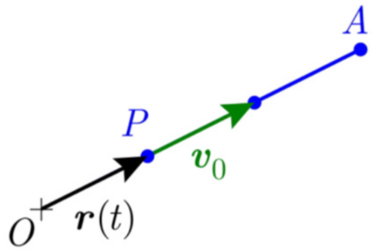
Finalement, $\boxed{\mathbf{r}(t) = \mathbf{v_0}t = \frac{t}{t_A}\mathbf{OA} \quad (2.9)}$

Rencontre :

2.3.4 Notion de déplacement

Dans le plan, on donne l'origine O et un point A. Un objet se déplace régulièrement de O à A entre les instants $t = 0$ et $t = t_A$.

On cherche à déterminer l'équation horaire $\mathbf{r}(t)$ de l'objet en considérant que celui-ci passe au point O à l'instant $t = 0$.



Conditions initiale et finale : $\mathbf{r_0} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{r}(t_A) = \mathbf{OA}$

Ainsi, $\mathbf{r}(t_A) = \mathbf{v_0} t_A = \mathbf{OA} \Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{v_0} = \frac{\mathbf{OA}}{t_A} \quad (2.8)}$

Finalement, $\boxed{\mathbf{r}(t) = \mathbf{v_0} t = \frac{t}{t_A}\mathbf{OA} \quad (2.9)}$

Rencontre :

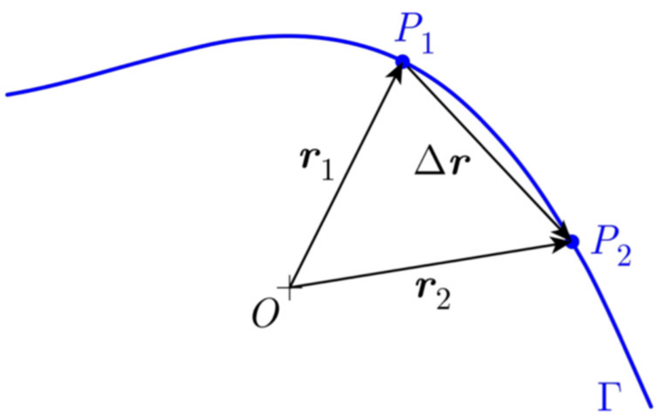
Lorsque deux objets se trouvent à la même position au même temps t_r, il y a rencontre.

$$\boxed{\exists\, t_r : \mathbf{r_1}(t_r) = \mathbf{r_2}(t_r) \quad (2.10)}$$

2.4 Vecteur vitesse

2.4.1 Notion de vitesse moyenne

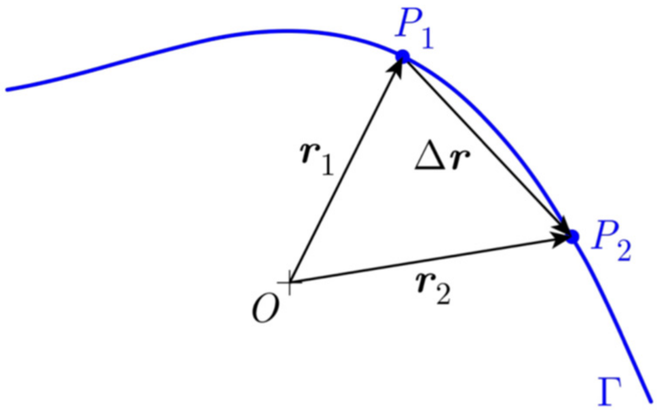
Vitesse moyenne



2.4.1 Notion de vitesse moyenne

Vitesse moyenne

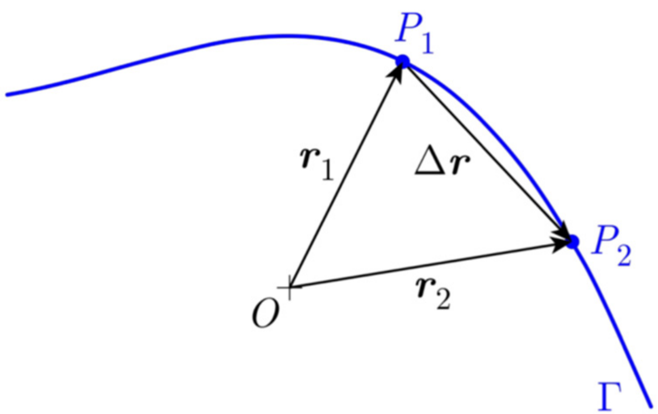
On considère un objet à la position initiale P_1 au temps initial t_1 et à la position finale P_2 au temps final t_2.



2.4.1 Notion de vitesse moyenne

Vitesse moyenne

On considère un objet à la position initiale P_1 au temps initial t_1 et à la position finale P_2 au temps final t_2.

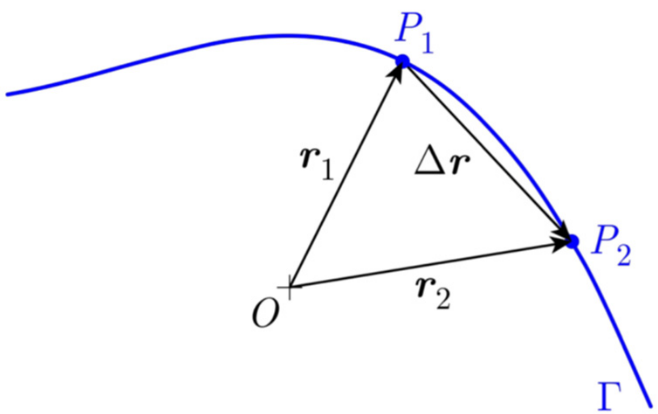


- Position initiale : $\mathbf{r_1} \equiv \mathbf{r}(t_1)$
- Position finale : $\mathbf{r_2} \equiv \mathbf{r}(t_2)$
- Déplacement : $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r_2}\text{-}\mathbf{r_1}$
- Intervalle de temps : $\Delta t = t_2\text{-}t_1$

2.4.1 Notion de vitesse moyenne

Vitesse moyenne

On considère un objet à la position initiale P_1 au temps initial t_1 et à la position finale P_2 au temps final t_2.



- Position initiale : $\mathbf{r_1} \equiv \mathbf{r}(t_1)$
- Position finale : $\mathbf{r_2} \equiv \mathbf{r}(t_2)$
- Déplacement : $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r_2}\text{-}\mathbf{r_1}$
- Intervalle de temps : $\Delta t = t_2\text{-}t_1$

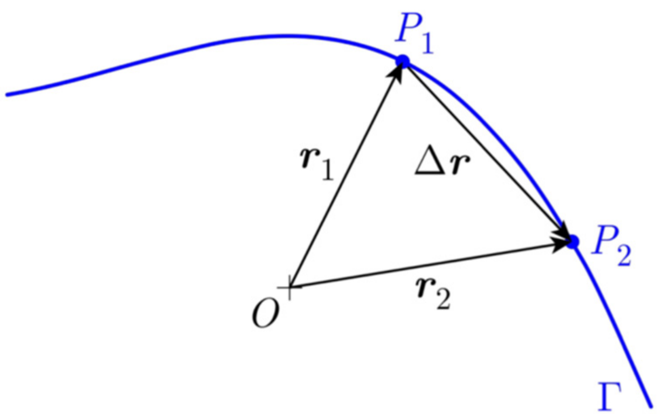
La <u>vitesse moyenne</u> $\mathbf{v}_{\text{moy}}$ de l'objet est définie comme le rapport entre le déplacement $\Delta\mathbf{r}$ et l'intervalle de temps Δt.

$$\boxed{\mathbf{v}_{\text{moy}} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} \quad (2.11)}$$

2.4.1 Notion de vitesse moyenne

Vitesse moyenne

On considère un objet à la position initiale P_1 au temps initial t_1 et à la position finale P_2 au temps final t_2.



- Position initiale : $\mathbf{r_1} \equiv \mathbf{r}(t_1)$
- Position finale : $\mathbf{r_2} \equiv \mathbf{r}(t_2)$
- Déplacement : $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r_2}\text{-}\mathbf{r_1}$
- Intervalle de temps : $\Delta t = t_2\text{-}t_1$

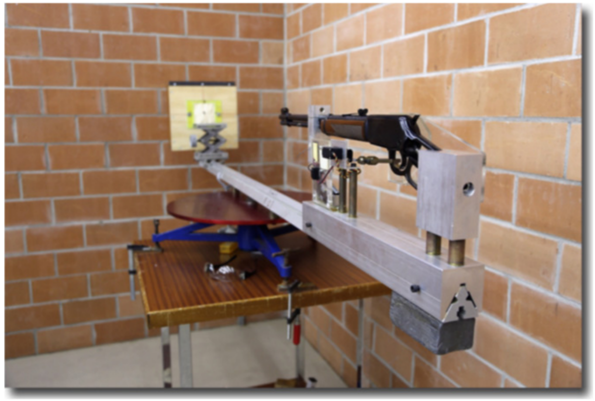
La <u>vitesse moyenne</u> $\mathbf{v}_{\text{moy}}$ de l'objet est définie comme le rapport entre le déplacement $\Delta\mathbf{r}$ et l'intervalle de temps Δt.

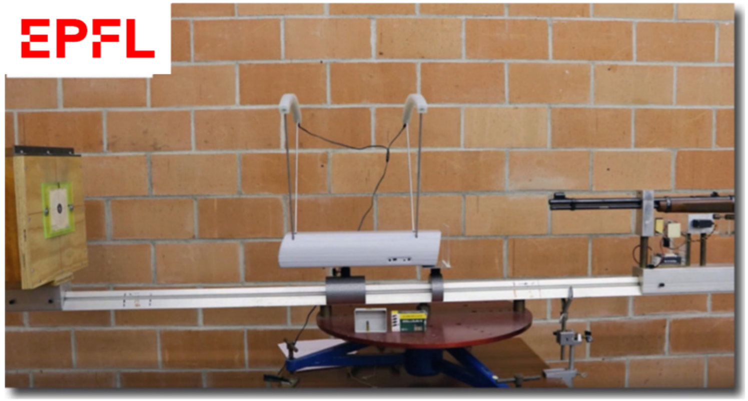
$$\boxed{\mathbf{v}_{\text{moy}} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} \quad (2.11)}$$

- Unité physique (SI) : le mètre par seconde [$\mathrm{m.s^{-1}}$]

2.4.1 Notion de vitesse moyenne

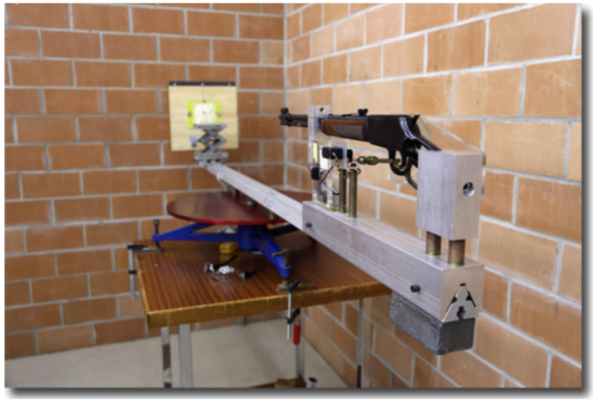
Expérience :

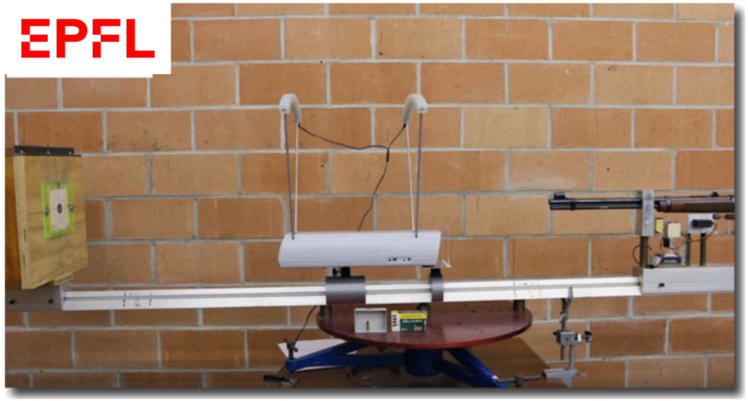




2.4.1 Notion de vitesse moyenne

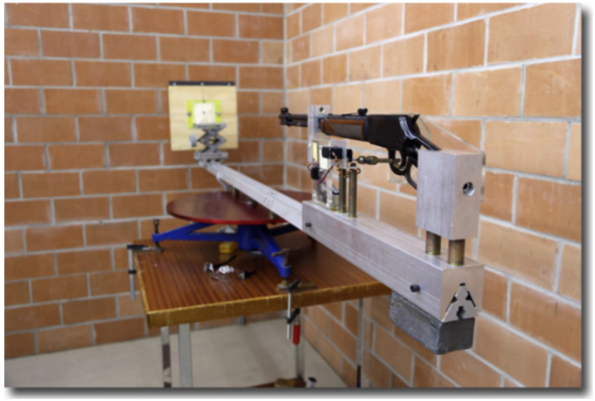
Expérience : Mesure de la vitesse moyenne d'une balle de fusil

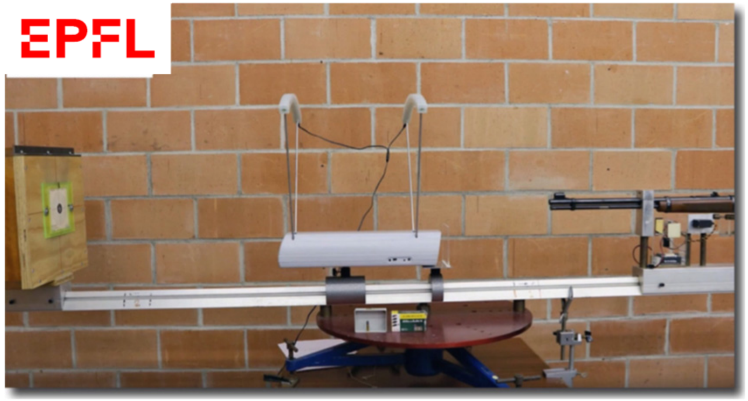




2.4.1 Notion de vitesse moyenne

Expérience : Mesure de la vitesse moyenne d'une balle de fusil

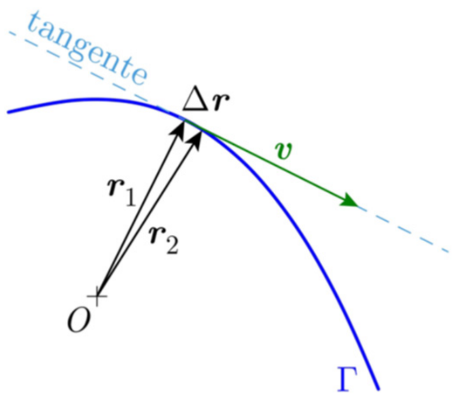




La vitesse de la balle de fusil est mesurée à l'aide de deux cellules photoélectriques.

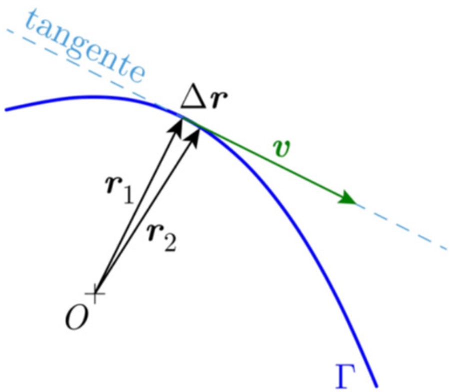
Comme la vitesse est constante, la vitesse moyenne est obtenue en prenant le rapport de la distance entre les cellules photoélectriques et la durée (ou l'intervalle de temps) séparant les temps de passage entre les deux cellules.

2.4.1 Notion de vitesse moyenne et de vitesse instantanée



2.4.1 Notion de vitesse moyenne et de vitesse instantanée

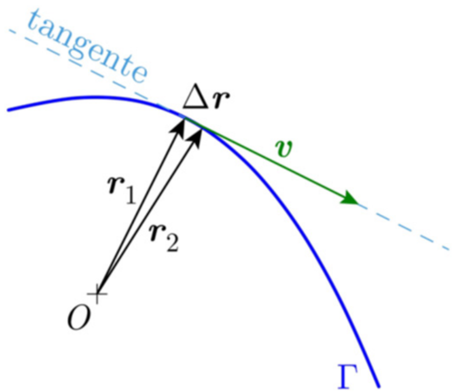
La vitesse moyenne ne donne que la position finale $\mathbf{r_2}$ par rapport à la position initiale $\mathbf{r_1}$ et non les positions intermédiaires. $\boxed{\mathbf{r_2} = \mathbf{r_1} + \mathbf{v}_{\text{moy}} \cdot \Delta t \quad (2.12)}$



2.4.1 Notion de vitesse moyenne et de vitesse instantanée

La vitesse moyenne ne donne que la position finale $\mathbf{r_2}$ par rapport à la position initiale $\mathbf{r_1}$ et non les positions intermédiaires. $\boxed{\mathbf{r_2} = \mathbf{r_1} + \mathbf{v}_{\text{moy}} \cdot \Delta t \quad (2.12)}$

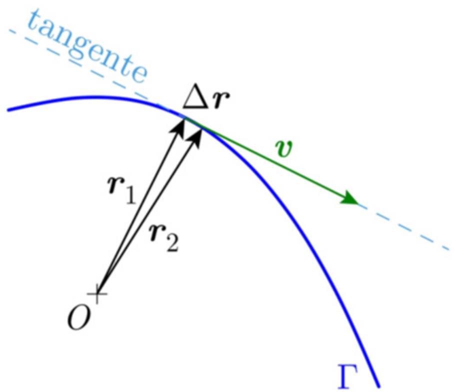
C'est la vitesse constante qu'il faudrait maintenir pour faire le déplacement $\Delta\mathbf{r}$ durant l'intervalle de temps Δt.



2.4.1 Notion de vitesse moyenne et de vitesse instantanée

La vitesse moyenne ne donne que la position finale $\mathbf{r_2}$ par rapport à la position initiale $\mathbf{r_1}$ et non les positions intermédiaires. $\boxed{\mathbf{r_2} = \mathbf{r_1} + \mathbf{v}_{\text{moy}} \cdot \Delta t \quad (2.12)}$

C'est la vitesse constante qu'il faudrait maintenir pour faire le déplacement $\Delta\mathbf{r}$ durant l'intervalle de temps Δt.

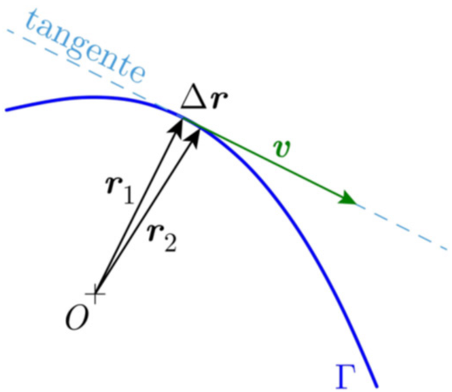


Dans la limite où l'intervalle de temps Δt est très petit, le déplacement $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r_2}\text{-}\mathbf{r_1}$ donne la direction et le sens du mouvement juste après le temps t_1.

2.4.1 Notion de vitesse moyenne et de vitesse instantanée

La vitesse moyenne ne donne que la position finale $\mathbf{r_2}$ par rapport à la position initiale $\mathbf{r_1}$ et non les positions intermédiaires. $\boxed{\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 + \mathbf{v}_{\text{moy}} \cdot \Delta t \quad (2.12)}$

C'est la vitesse constante qu'il faudrait maintenir pour faire le déplacement $\Delta\mathbf{r}$ durant l'intervalle de temps Δt.



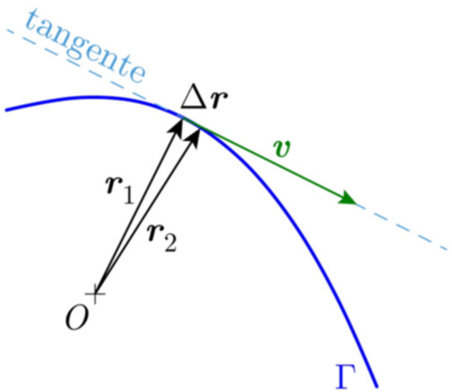
Dans la limite où l'intervalle de temps Δt est très petit, le déplacement $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r_2}$-$\mathbf{r_1}$ donne la direction et le sens du mouvement juste après le temps t_1.

Le déplacement $\Delta\mathbf{r}$ devient le vecteur directeur de la tangente à la trajectoire en $\mathbf{r_1}$.

2.4.1 Notion de vitesse moyenne et de vitesse instantanée

La vitesse moyenne ne donne que la position finale $\mathbf{r}_2$ par rapport à la position initiale $\mathbf{r}_1$ et non les positions intermédiaires. $\boxed{\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 + \mathbf{v}_{moy} \cdot \Delta t \quad (2.12)}$

C'est la vitesse constante qu'il faudrait maintenir pour faire le déplacement $\Delta\mathbf{r}$ durant l'intervalle de temps Δt.



Dans la limite où l'intervalle de temps Δt est très petit, le déplacement $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2\text{-}\mathbf{r}_1$ donne la direction et le sens du mouvement juste après le temps t_1.

Le déplacement $\Delta\mathbf{r}$ devient le vecteur directeur de la tangente à la trajectoire en $\mathbf{r}_1$.

La <u>vitesse instantanée</u> ou <u>vitesse</u> de l'objet est définie comme la vitesse moyenne dans la limite d'un intervalle de temps infinitésimal :

$$\boxed{\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\mathbf{r}}{dt} \equiv \dot{\mathbf{r}}(t) \quad (2.13)}$$

2.4.1 Propriétés de la vitesse

2.4.1 Propriétés de la vitesse

- Taux de variation de la position par rapport au temps (dérivée)
- Vecteur (direction, sens, norme)
- Tangente à la trajectoire dans le sens du mouvement

2.4.1 Propriétés de la vitesse

- Taux de variation de la position par rapport au temps (dérivée)
- Vecteur (direction, sens, norme)
- Tangente à la trajectoire dans le sens du mouvement

Comme la vitesse peut changer au cours du temps, il s’agit d’une fonction du temps :

$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$

2.4.1 Propriétés de la vitesse

- Taux de variation de la position par rapport au temps (dérivée)
- Vecteur (direction, sens, norme)
- Tangente à la trajectoire dans le sens du mouvement

Comme la vitesse peut changer au cours du temps, il s'agit d'une fonction du temps :
$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$

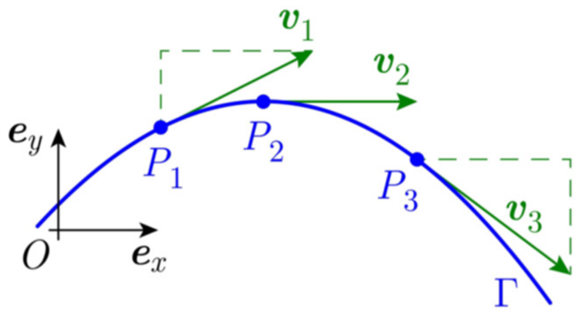
- Vecteur vitesse à l'instant t :

$$\boxed{\mathbf{v}(t) = v_x(t)\,\mathbf{e}_x + v_y(t)\,\mathbf{e}_y = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix}, \quad (2.14)}$$

où $v_x(t)$ et $v_y(t)$ sont les composantes de $\mathbf{v}(t)$ selon le repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$.

2.4.1 Propriétés de la vitesse

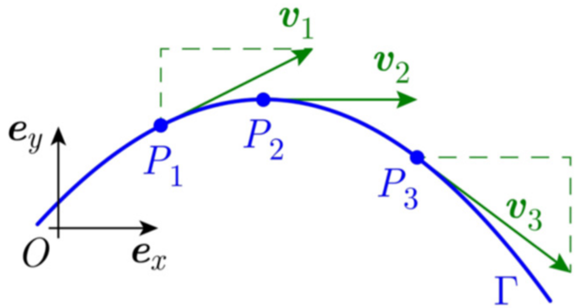
Expérience :



2

2.4.1 Propriétés de la vitesse

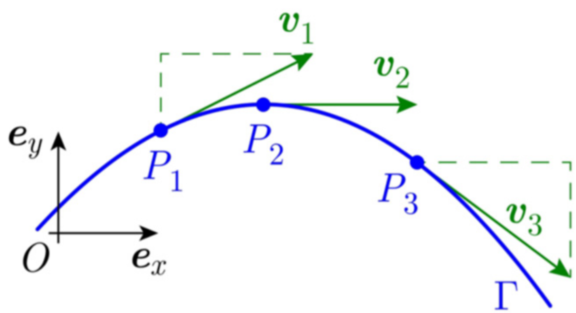
Expérience : Mouvement d'un pendule et d'un puck/palet sur une table à coussin d'air



2

2.4.1 *Propriétés de la vitesse*

Expérience : Mouvement d'un pendule et d'un puck/palet sur une table à coussin d'air



2

1. La vitesse du pendule change de norme et d'orientation. Sa norme est maximale à la verticale et nulle aux extrémités.

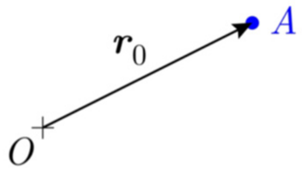
2. La vitesse du puck change de norme et d'orientation au cours du temps.

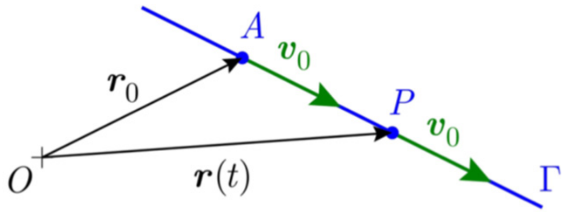
   Selon $\mathbf{e}_x$: la vitesse est constante, v_x = cste

   Selon $\mathbf{e}_y$: la vitesse augmente vers le bas, $v_y \neq$ cste, en raison de la force de gravitation

2.4.1 Propriétés de la vitesse

Cas particuliers :

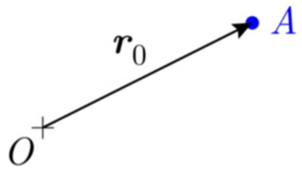


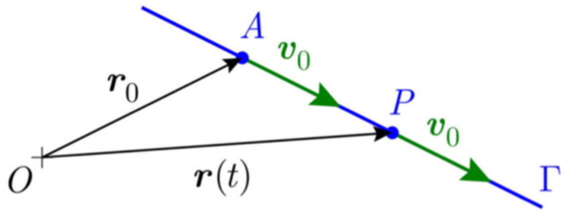


2.4.1 Propriétés de la vitesse

Cas particuliers :

1. Objet immobile au point A :

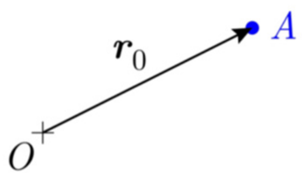




2.4.1 Propriétés de la vitesse

Cas particuliers :

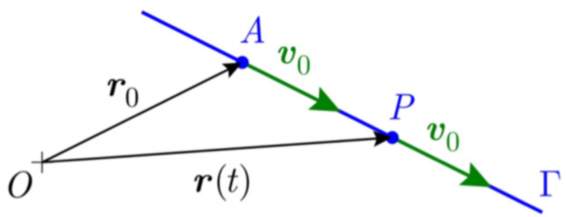
1. Objet immobile au point A :



Vecteur vitesse nul (position cste) :

$$\boxed{\begin{array}{l}\mathbf{v}(t) = \mathbf{0} \ \forall\, t \quad (2.15) \\ \text{car } \mathbf{r}(t) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0} \ \forall\, t \quad (2.6)\end{array}}$$

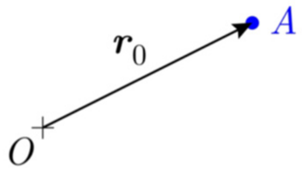
<u>Vérification</u> : $\mathbf{v}(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\mathbf{r_0} - \mathbf{r_0}}{\Delta t} = \mathbf{0}$



2.4.1 Propriétés de la vitesse

Cas particuliers :

1. Objet immobile au point A :



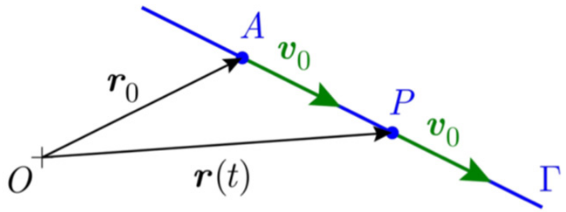
Vecteur vitesse nul (position cste) :

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{v}(t) = \mathbf{0} \ \forall\, t \quad (2.15) \\ \text{car } \mathbf{r}(t) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0} \ \forall\, t \quad (2.6) \end{array}}$$

Vérification : $\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{r_0} - \mathbf{r_0}}{\Delta t} = \mathbf{0}$

2. Objet avançant à vitesse constante $\mathbf{v_0}$ et passant par A à l'instant t_0 :

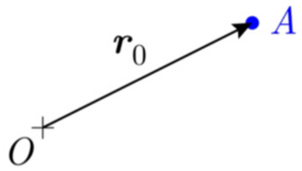
$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0}$.



2.4.1 Propriétés de la vitesse

Cas particuliers :

1. Objet immobile au point A :



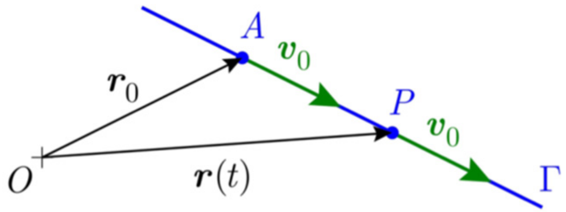
Vecteur vitesse nul (position cste) :

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{v}(t) = \mathbf{0} \ \forall \, t \quad (2.15) \\ \text{car } \mathbf{r}(t) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0} \ \forall \, t \quad (2.6) \end{array}}$$

<u>Vérification</u> : $\mathbf{v}(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\mathbf{r_0} - \mathbf{r_0}}{\Delta t} = \mathbf{0}$

2. Objet avançant à vitesse constante $\mathbf{v_0}$ et passant par A à l'instant t_0 :

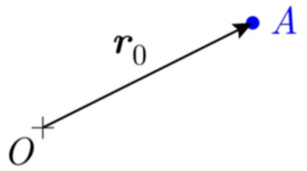
$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0}$. Vecteur vitesse constant : $\boxed{\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0} = \mathbf{cste} \ \forall \, t \quad (2.16)}$



2.4.1 Propriétés de la vitesse

Cas particuliers :

1. Objet immobile au point A :



Vecteur vitesse nul (position cste) :

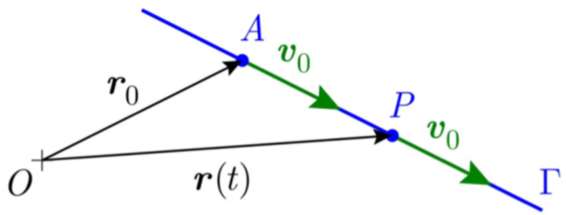
$$\boxed{\begin{array}{l}\mathbf{v}(t) = \mathbf{0} \ \forall\, t \quad (2.15) \\ \text{car } \mathbf{r}(t) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0} \ \forall\, t \quad (2.6)\end{array}}$$

<u>Vérification</u> : $\mathbf{v}(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\mathbf{r_0} - \mathbf{r_0}}{\Delta t} = \mathbf{0}$

2. Objet avançant à vitesse constante $\mathbf{v_0}$ et passant par A à l'instant t_0 :

$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0}$.

Vecteur vitesse constant : $\boxed{\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0} = \mathbf{cste} \ \forall\, t \quad (2.16)}$



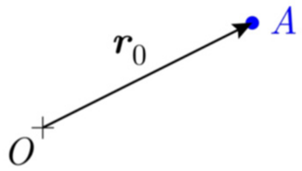
Vitesse et vitesse moyenne identiques :

$$\boxed{\mathbf{r}(t) = \mathbf{v_0} \cdot (t - t_0) + \mathbf{r_0} \quad (2.7)}$$

2.4.1 Propriétés de la vitesse

Cas particuliers :

1. Objet immobile au point A :



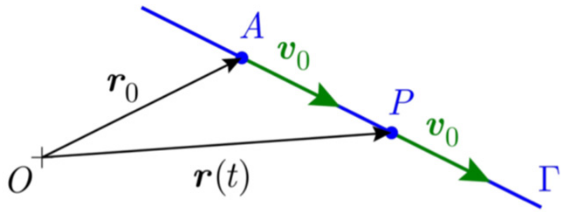
Vecteur vitesse nul (position cste) :

$$\boxed{\begin{array}{l}\mathbf{v}(t)=\mathbf{0}\ \forall t \quad (2.15)\\ \text{car } \mathbf{r}(t)=\mathbf{OA}=\mathbf{r_0}\ \forall t \quad (2.6)\end{array}}$$

<u>Vérification</u> : $\mathbf{v}(t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\mathbf{r}(t+\Delta t)-\mathbf{r}(t)}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\mathbf{r_0}-\mathbf{r_0}}{\Delta t}=\mathbf{0}$

2. Objet avançant à vitesse constante $\mathbf{v_0}$ et passant par A à l'instant t_0 :

$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0}$.



Vecteur vitesse constant : $\boxed{\mathbf{v}(t)=\mathbf{v_0}=\textbf{cste}\ \forall t \quad (2.16)}$

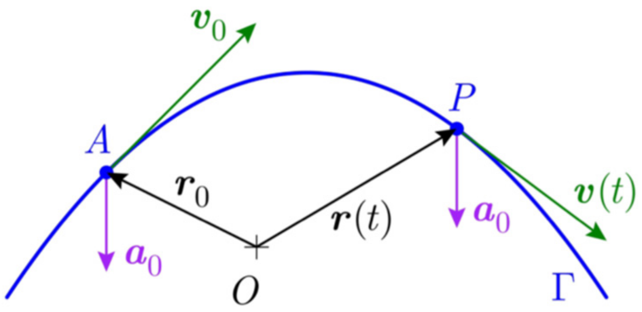
Vitesse et vitesse moyenne identiques :

$$\boxed{\mathbf{r}(t)=\mathbf{v_0}\cdot(t-t_0)+\mathbf{r_0} \quad (2.7)}$$

Mouvement rectiligne uniforme (MRU) à vitesse constante :

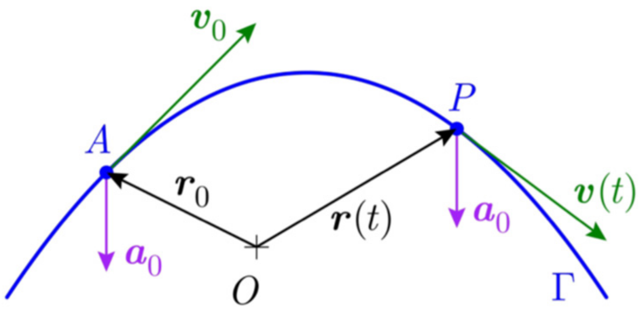
<u>Vérification</u> : $\mathbf{v}(t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\mathbf{v_0}\cdot(t+\Delta t-t_0)+\mathbf{r_0}-\mathbf{v_0}\cdot(t-t_0)-\mathbf{r_0}}{\Delta t}=\mathbf{v_0}$

2.4.1 Propriétés de la vitesse



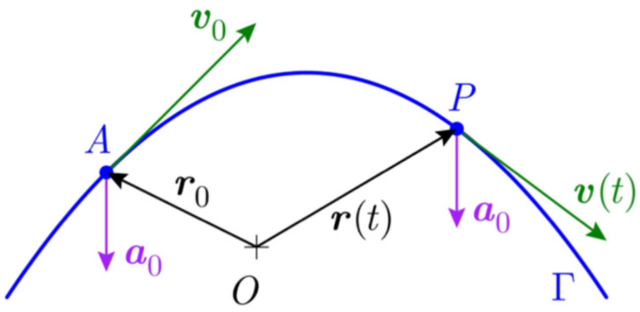
2.4.1 *Propriétés de la vitesse*

3. Objet passant par A à l'instant t_0, i.e., $\mathbf{r}(t_0)$ = **OA** = $\mathbf{r_0}$, avec une vitesse $\mathbf{v_0}$, i.e., $\mathbf{v}(t_0)$ = $\mathbf{v_0}$, et dont la vitesse change régulièrement.



2.4.1 Propriétés de la vitesse

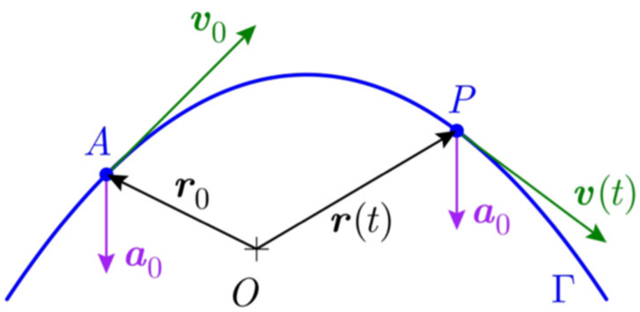
3. Objet passant par A à l'instant t_0, i.e., $\mathbf{r}(t_0)$ = **OA** = $\mathbf{r_0}$, avec une vitesse $\mathbf{v_0}$, i.e., $\mathbf{v}(t_0)$ = $\mathbf{v_0}$, et dont la vitesse change régulièrement.



La variation de vitesse $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)\text{-}\mathbf{v_0}$ est proportionnelle à la durée $\Delta t = t\text{-}t_0$.

2.4.1 Propriétés de la vitesse

3. Objet passant par A à l'instant t_0, i.e., $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0}$, avec une vitesse $\mathbf{v_0}$, i.e., $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v_0}$, et dont la vitesse change régulièrement.



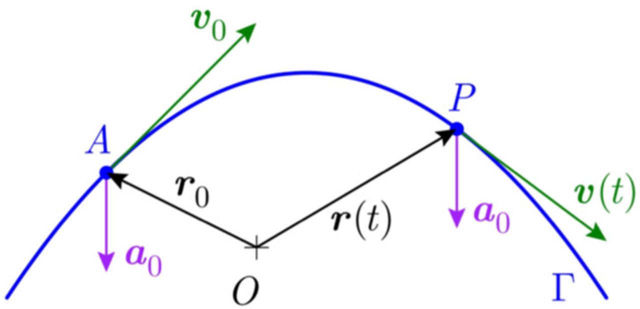
La variation de vitesse $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)\text{-}\mathbf{v_0}$ est proportionnelle à la durée $\Delta t = t\text{-}t_0$.

Il existe un vecteur $\mathbf{a}_0$ tel que $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a_0}\Delta t$.

Ainsi, $\boxed{\mathbf{v}(t) = \mathbf{a_0} \cdot (t - t_0) + \mathbf{v_0} \quad (2.17)}$

2.4.1 Propriétés de la vitesse

3. Objet passant par A à l'instant t_0, i.e., $\mathbf{r}(t_0)$ = **OA** = $\mathbf{r_0}$, avec une vitesse $\mathbf{v_0}$, i.e., $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v_0}$, et dont la vitesse change régulièrement.



La variation de vitesse $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)-\mathbf{v_0}$ est proportionnelle à la durée $\Delta t = t-t_0$.

Il existe un vecteur $\mathbf{a}_0$ tel que $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a_0}\Delta t$.

Ainsi, $\boxed{\mathbf{v}(t) = \mathbf{a_0}\cdot(t-t_0)+\mathbf{v_0} \quad (2.17)}$

Il s'agit d'un mouvement uniformément accéléré (MUA) pour lequel le vecteur position s'écrit : $\boxed{\mathbf{r}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{a_0}\cdot(t-t_0)^2+\mathbf{v_0}\cdot(t-t_0)+\mathbf{r_0} \quad (2.18)}$

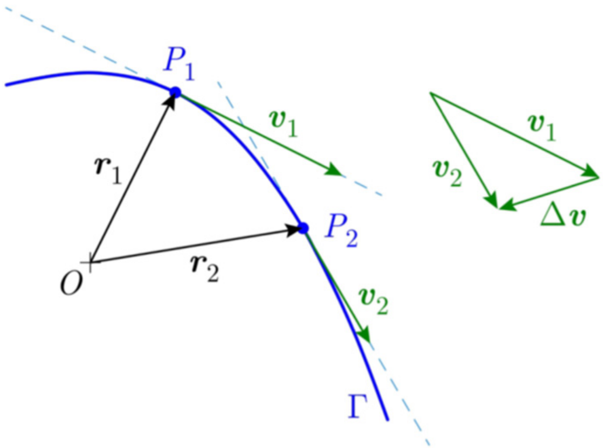
<u>Vérification</u> : $\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\dfrac{\frac{1}{2}\mathbf{a_0}\cdot(t+\Delta t-t_0)^2+\mathbf{v_0}\cdot(t+\Delta t-t_0)+\mathbf{r_0}-\frac{1}{2}\mathbf{a_0}\cdot(t-t_0)^2-\mathbf{v_0}\cdot(t-t_0)-\mathbf{r_0}}{\Delta t}$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\frac{1}{2}\mathbf{a_0}\cdot(t-t_0)^2+\frac{1}{2}\mathbf{a_0}\cdot 2(t-t_0)\Delta t+\overbrace{\frac{1}{2}\mathbf{a_0}\cdot(\Delta t)^2}^{\to 0 \text{ quand } \Delta t\to 0}+\mathbf{v_0}\cdot(t-t_0)+\mathbf{v_0}\cdot\Delta t+\mathbf{r_0}-\frac{1}{2}\mathbf{a_0}\cdot(t-t_0)^2-\mathbf{v_0}\cdot(t-t_0)-\mathbf{r_0}}{\Delta t} = \mathbf{a_0}(t-t_0)+\mathbf{v_0}$$

2.5 Vecteur accélération

2.5.1 Notion d'accélération moyenne

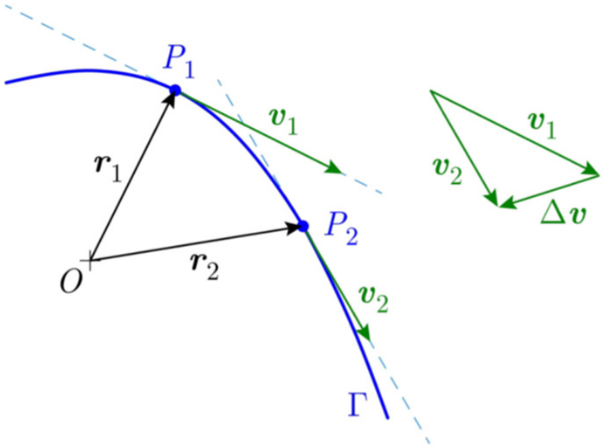
Accélération moyenne



2.5.1 Notion d'accélération moyenne

Accélération moyenne

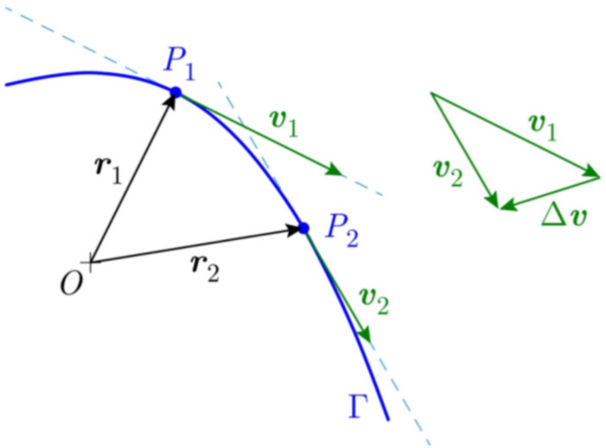
On considère un objet à la position initiale P_1 au temps initial t_1 et à la position finale P_2 au temps final t_2.



2.5.1 Notion d'accélération moyenne

Accélération moyenne

On considère un objet à la position initiale P_1 au temps initial t_1 et à la position finale P_2 au temps final t_2.

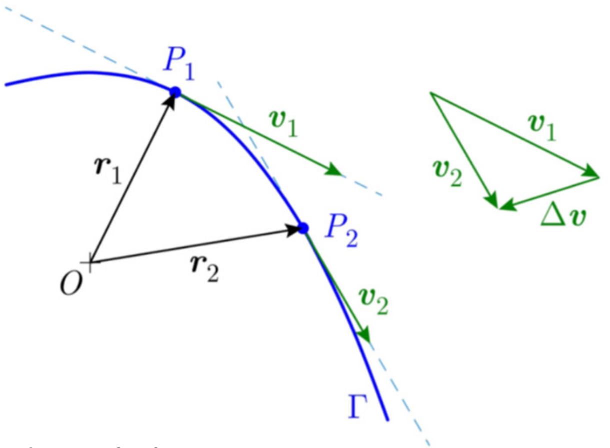


- Vitesse initiale : $\mathbf{v_1} \equiv \mathbf{v}(t_1)$
- Vitesse finale : $\mathbf{v_2} \equiv \mathbf{v}(t_2)$
- Variation de la vitesse : $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v_2}\text{-}\mathbf{v_1}$
- Intervalle de temps : $\Delta t = t_2\text{-}t_1$

2.5.1 Notion d'accélération moyenne

Accélération moyenne

On considère un objet à la position initiale P_1 au temps initial t_1 et à la position finale P_2 au temps final t_2.



- Vitesse initiale : $\mathbf{v_1} \equiv \mathbf{v}(t_1)$
- Vitesse finale : $\mathbf{v_2} \equiv \mathbf{v}(t_2)$
- Variation de la vitesse : $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v_2}-\mathbf{v_1}$
- Intervalle de temps : $\Delta t = t_2-t_1$

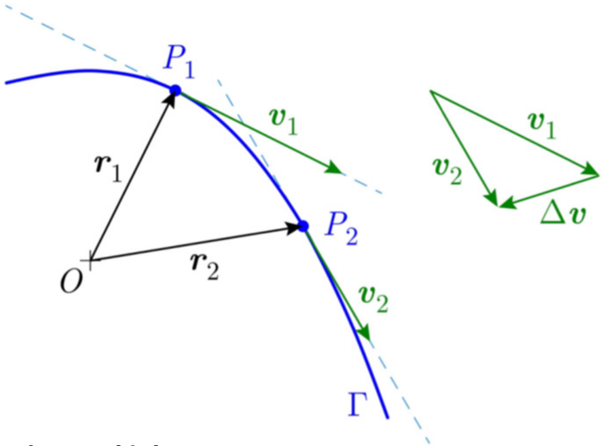
L'<u>accélération moyenne</u> $\mathbf{a}_{moy}$ de l'objet est définie comme le rapport entre la variation de vitesse $\Delta\mathbf{v}$ et l'intervalle de temps Δt.

$$\boxed{\mathbf{a}_{moy} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} \quad (2.19)}$$

2.5.1 Notion d'accélération moyenne

Accélération moyenne

On considère un objet à la position initiale P_1 au temps initial t_1 et à la position finale P_2 au temps final t_2.



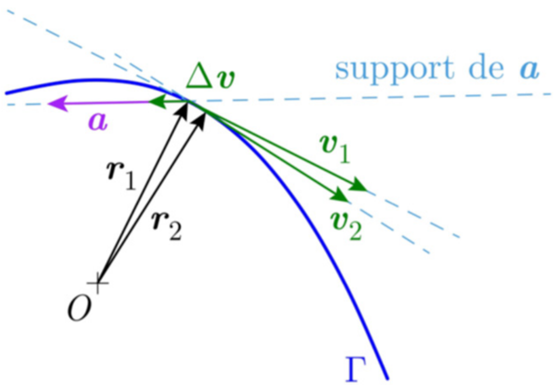
- Vitesse initiale : $\mathbf{v_1} \equiv \mathbf{v}(t_1)$
- Vitesse finale : $\mathbf{v_2} \equiv \mathbf{v}(t_2)$
- Variation de la vitesse : $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v_2}\text{-}\mathbf{v_1}$
- Intervalle de temps : $\Delta t = t_2\text{-}t_1$

L'<u>accélération moyenne</u> $\mathbf{a}_{moy}$ de l'objet est définie comme le rapport entre la variation de vitesse $\Delta\mathbf{v}$ et l'intervalle de temps Δt.

$$\boxed{\mathbf{a}_{moy} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} \quad (2.19)}$$

- Unité physique (SI) : le mètre par seconde carrée [$m.s^{-2}$]

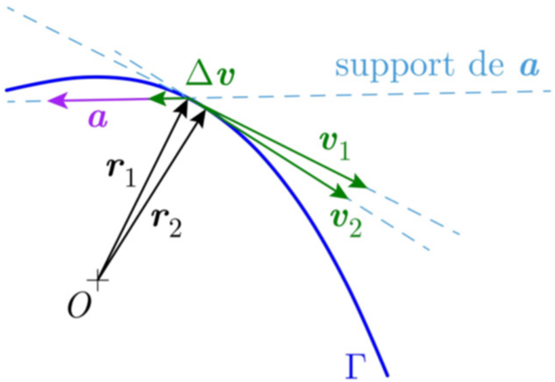
2.5.1 Notion d'accélération moyenne et d'accélération instantanée



2.5.1 Notion d'accélération moyenne et d'accélération instantanée

L'accélération moyenne ne donne que la vitesse finale $\mathbf{v_2}$ par rapport à la vitesse initiale $\mathbf{v_1}$ et non les vitesses intermédiaires.

$$\boxed{\mathbf{v_2} = \mathbf{v_1} + \mathbf{a}_{moy} \cdot \Delta t \quad (2.20)}$$

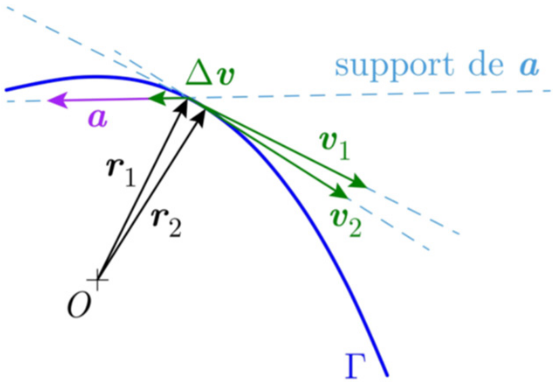


2.5.1 Notion d'accélération moyenne et d'accélération instantanée

L'accélération moyenne ne donne que la vitesse finale $\mathbf{v_2}$ par rapport à la vitesse initiale $\mathbf{v_1}$ et non les vitesses intermédiaires.

$$\boxed{\mathbf{v_2} = \mathbf{v_1} + \mathbf{a}_{\text{moy}} \cdot \Delta t \quad (2.20)}$$

C'est l'accélération constante qu'il faudrait maintenir pour effectuer une variation de vitesse $\Delta\mathbf{v}$ durant l'intervalle de temps Δt.

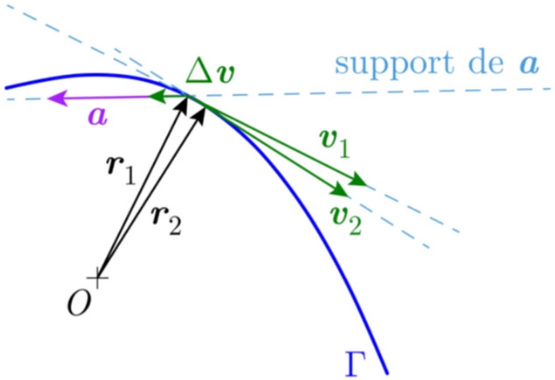


2.5.1 Notion d'accélération moyenne et d'accélération instantanée

L'accélération moyenne ne donne que la vitesse finale $\mathbf{v_2}$ par rapport à la vitesse initiale $\mathbf{v_1}$ et non les vitesses intermédiaires.

$$\boxed{\mathbf{v_2} = \mathbf{v_1} + \mathbf{a}_{moy} \cdot \Delta t \quad (2.20)}$$

C'est l'accélération constante qu'il faudrait maintenir pour effectuer une variation de vitesse $\Delta\mathbf{v}$ durant l'intervalle de temps Δt.



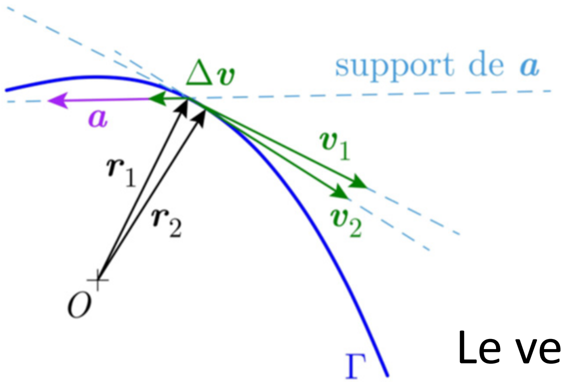
Dans la limite où l'intervalle de temps Δt est très petit, la variation de vitesse $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v_2}$-$\mathbf{v_1}$ donne la direction et le sens de l'accélération juste après le temps t_1.

2.5.1 Notion d'accélération moyenne et d'accélération instantanée

L'accélération moyenne ne donne que la vitesse finale $\mathbf{v_2}$ par rapport à la vitesse initiale $\mathbf{v_1}$ et non les vitesses intermédiaires.

$$\boxed{\mathbf{v_2} = \mathbf{v_1} + \mathbf{a}_{\text{moy}} \cdot \Delta t \quad (2.20)}$$

C'est l'accélération constante qu'il faudrait maintenir pour effectuer une variation de vitesse $\Delta\mathbf{v}$ durant l'intervalle de temps Δt.



Dans la limite où l'intervalle de temps Δt est très petit, la variation de vitesse $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v_2}\text{-}\mathbf{v_1}$ donne la direction et le sens de l'accélération juste après le temps t_1.

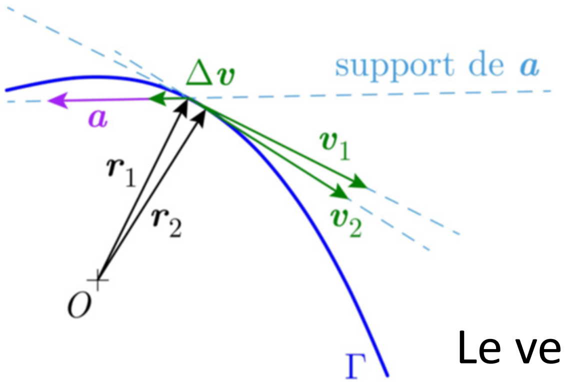
Le vecteur variation de vitesse $\Delta\mathbf{v}$ devient le vecteur directeur de l'accélération.

2.5.1 Notion d'accélération moyenne et d'accélération instantanée

L'accélération moyenne ne donne que la vitesse finale $\mathbf{v_2}$ par rapport à la vitesse initiale $\mathbf{v_1}$ et non les vitesses intermédiaires.

$$\boxed{\mathbf{v_2} = \mathbf{v_1} + \mathbf{a}_{\text{moy}} \cdot \Delta t \quad (2.20)}$$

C'est l'accélération constante qu'il faudrait maintenir pour effectuer une variation de vitesse $\Delta\mathbf{v}$ durant l'intervalle de temps Δt.



Dans la limite où l'intervalle de temps Δt est très petit, la variation de vitesse $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v_2}\text{-}\mathbf{v_1}$ donne la direction et le sens de l'accélération juste après le temps t_1.

Le vecteur variation de vitesse $\Delta\mathbf{v}$ devient le vecteur directeur de l'accélération.

L'<u>accélération instantanée</u> ou <u>accélération</u> de l'objet est définie comme l'accélération moyenne dans la limite $\Delta t \to 0$:

$$\boxed{\mathbf{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{v}(t+\Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \dot{\mathbf{v}}(t) \quad (2.21)}$$

2.5.1 Propriétés de l'accélération

2.5.1 Propriétés de l'accélération

- Taux de variation de la vitesse par rapport au temps (dérivée)
- Vecteur (direction, sens, norme)
- Toujours dirigée vers l'intérieur de la trajectoire (courbe)
- Selon la tangente à la trajectoire : changement de la norme de la vitesse
- Selon la normale à la trajectoire : changement de direction de la vitesse

2.5.1 Propriétés de l'accélération

- Taux de variation de la vitesse par rapport au temps (dérivée)
- Vecteur (direction, sens, norme)
- Toujours dirigée vers l'intérieur de la trajectoire (courbe)
- Selon la tangente à la trajectoire : changement de la norme de la vitesse
- Selon la normale à la trajectoire : changement de direction de la vitesse

Comme l'accélération peut changer au cours du temps, il s'agit d'une fonction du temps :
$\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$

2.5.1 Propriétés de l'accélération

- Taux de variation de la vitesse par rapport au temps (dérivée)
- Vecteur (direction, sens, norme)
- Toujours dirigée vers l'intérieur de la trajectoire (courbe)
- Selon la tangente à la trajectoire : changement de la norme de la vitesse
- Selon la normale à la trajectoire : changement de direction de la vitesse

Comme l'accélération peut changer au cours du temps, il s'agit d'une fonction du temps : $\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$

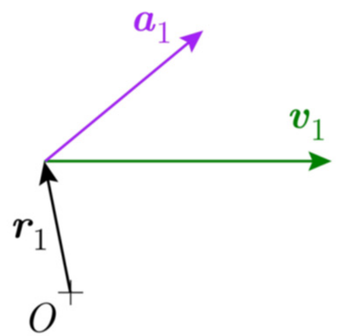
- Vecteur accélération à l'instant t :

$$\boxed{\mathbf{a}(t) = a_x(t)\mathbf{e}_x + a_y(t)\mathbf{e}_y = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix}, \quad (2.22)}$$

où $a_x(t)$ et $a_y(t)$ sont les composantes de $\mathbf{a}(t)$ selon le repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$.

2.5.1 Propriétés de l'accélération

Exemple 1 :

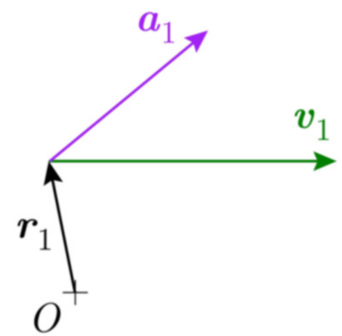


Exemple 2 :

2.5.1 Propriétés de l'accélération

Exemple 1 :

On considère un objet qui à un temps t_1 se trouve en position $\mathbf{r_1}$ avec une vitesse $\mathbf{v_1}$ et une accélération $\mathbf{a_1}$.

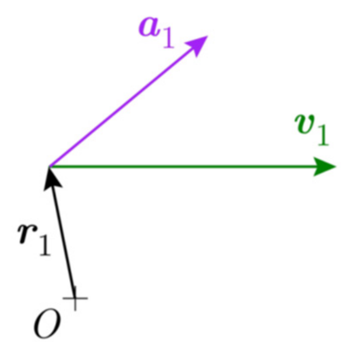


Exemple 2 :

2.5.1 Propriétés de l'accélération

Exemple 1 :

On considère un objet qui à un temps t_1 se trouve en position $\mathbf{r_1}$ avec une vitesse $\mathbf{v_1}$ et une accélération $\mathbf{a_1}$.



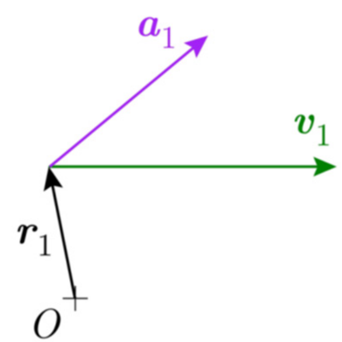
- Il se déplace vers la droite à la vitesse $\mathbf{v_1}$.
- Il a une accélération $\mathbf{a_1}$ dirigée en avant et vers la droite.
- On en conclut qu'il effectue un virage vers la gauche.

Exemple 2 :

2.5.1 Propriétés de l'accélération

Exemple 1 :

On considère un objet qui à un temps t_1 se trouve en position $\mathbf{r_1}$ avec une vitesse $\mathbf{v_1}$ et une accélération $\mathbf{a_1}$.



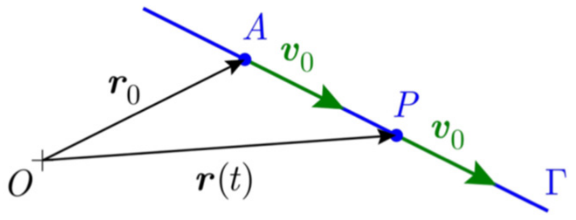
- Il se déplace vers la droite à la vitesse $\mathbf{v_1}$.
- Il a une accélération $\mathbf{a_1}$ dirigée en avant et vers la droite.
- On en conclut qu'il effectue un virage vers la gauche.

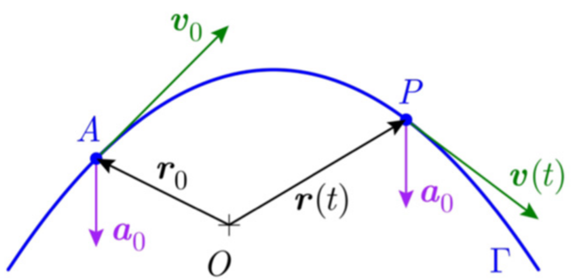
Exemple 2 :

Un objet en chute libre a une accélération due uniquement à l'attraction gravitationnelle de la terre, $\mathbf{a} = \mathbf{g} \cong \mathbf{cste}$ où $g = ||\mathbf{g}|| = 9.81$ m.s^{-2}.

2.5.1 Propriétés de l'accélération

Cas particuliers :

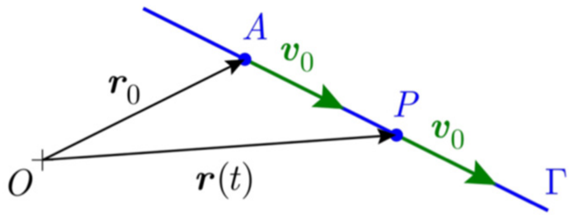


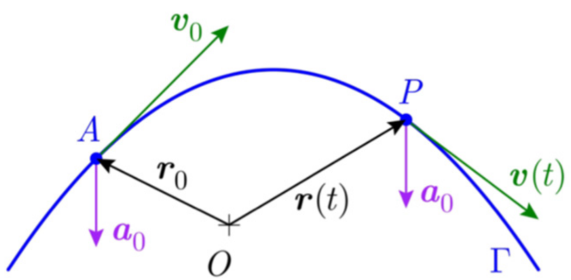


2.5.1 *Propriétés de l'accélération*

Cas particuliers :

1. Objet avançant à vitesse constante $\mathbf{v_0}$ et passant par A à l'instant t_0 : $\mathbf{r}(t_0)$ = **OA** = $\mathbf{r_0}$. La vitesse est constante (MRU) et donc l'accélération est nulle.

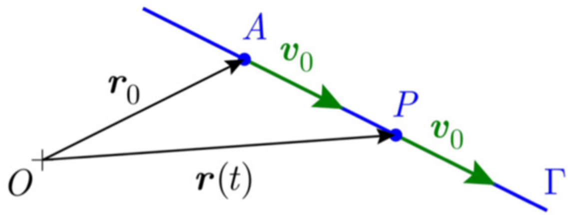




2.5.1 Propriétés de l'accélération

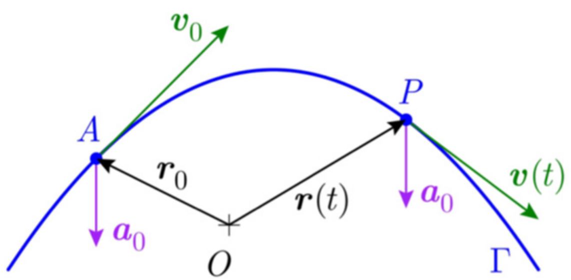
Cas particuliers :

1. Objet avançant à vitesse constante $\mathbf{v_0}$ et passant par A à l'instant t_0 : $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0}$. La vitesse est constante (MRU) et donc l'accélération est nulle.



- $\mathbf{a}(t) = \mathbf{0}$
- $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0}$ (2.23)
- $\mathbf{r}(t) = \mathbf{v_0}\cdot(t-t_0) + \mathbf{r_0}$

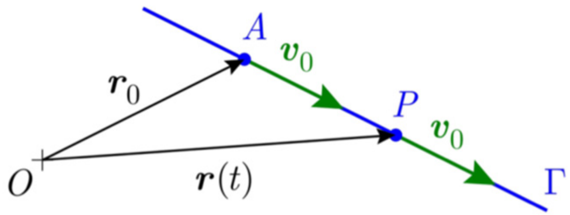
<u>Vérification</u> : $\mathbf{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{v}(t+\Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{v_0} - \mathbf{v_0}}{\Delta t} = \mathbf{0}$



2.5.1 *Propriétés de l'accélération*

Cas particuliers :

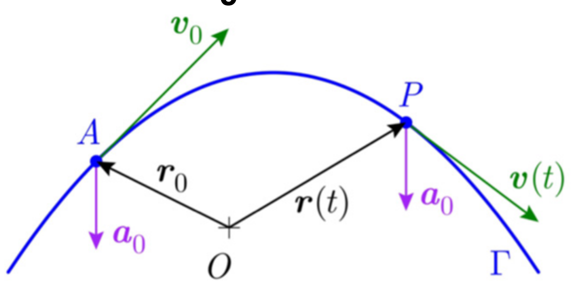
1. Objet avançant à vitesse constante $\mathbf{v_0}$ et passant par A à l'instant t_0 : $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0}$. La vitesse est constante (MRU) et donc l'accélération est nulle.



- $\mathbf{a}(t) = \mathbf{0}$
- $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0}$ (2.23)
- $\mathbf{r}(t) = \mathbf{v_0}\cdot(t-t_0) + \mathbf{r_0}$

Vérification : $\mathbf{a}(t)= \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\mathbf{v}(t+\Delta t)-\mathbf{v}(t)}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\mathbf{v_0}-\mathbf{v_0}}{\Delta t} = \mathbf{0}$

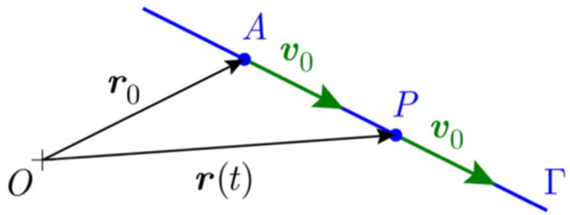
2. Objet passant par A à l'instant t_0, i.e., $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{OA} = \mathbf{r_0}$, avec une vitesse $\mathbf{v_0}$, i.e., $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v_0}$, et dont l'accélération $\mathbf{a_0}$ est constante (MUA).



2.5.1 Propriétés de l'accélération

Cas particuliers :

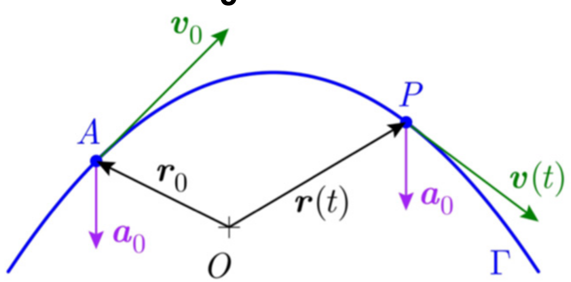
1. Objet avançant à vitesse constante $\mathbf{v_0}$ et passant par A à l'instant t_0 : $\mathbf{r}(t_0)$ = **OA** = $\mathbf{r_0}$. La vitesse est constante (MRU) et donc l'accélération est nulle.



- $\mathbf{a}(t) = \mathbf{0}$
- $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0}$ (2.23)
- $\mathbf{r}(t) = \mathbf{v_0}\cdot(t-t_0) + \mathbf{r_0}$

Vérification : $\mathbf{a}(t) = \lim\limits_{\Delta t\to 0} \dfrac{\mathbf{v}(t+\Delta t)-\mathbf{v}(t)}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t\to 0} \dfrac{\mathbf{v_0}-\mathbf{v_0}}{\Delta t} = \mathbf{0}$

2. Objet passant par A à l'instant t_0, i.e., $\mathbf{r}(t_0)$ = **OA** = $\mathbf{r_0}$, avec une vitesse $\mathbf{v_0}$, i.e., $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v_0}$, et dont l'accélération $\mathbf{a_0}$ est constante (MUA).



- $\mathbf{a}(t) = \mathbf{a_0} = \mathbf{cste}$
- $\mathbf{v}(t) = \mathbf{a_0}\cdot(t-t_0) + \mathbf{v_0}$ (2.24)
- $\mathbf{r}(t) = 0.5\mathbf{a_0}\cdot(t-t_0)^2 + \mathbf{v_0}\cdot(t-t_0) + \mathbf{r_0}$

Vérification : $\mathbf{a}(t) = \lim\limits_{\Delta t\to 0} \dfrac{\mathbf{a_0}\cdot(t+\Delta t-t_0)+\mathbf{v_0}-\mathbf{a_0}\cdot(t-t_0)-\mathbf{v_0}}{\Delta t} = \mathbf{a_0}$

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

Énoncé : Une luge est lancée à une vitesse de 5 m.s^{-1} sur une piste horizontale. Par l'effet du frottement, elle subit une accélération de 0.5 m.s^{-2}, dirigée vers l'arrière.

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

Énoncé : Une luge est lancée à une vitesse de 5 $m.s^{-1}$ sur une piste horizontale. Par l'effet du frottement, elle subit une accélération de 0.5 $m.s^{-2}$, dirigée vers l'arrière.

Calculer :

(a) la vitesse après une seconde de freinage,

(b) la distance de freinage,

(c) la vitesse après un freinage sur 1 m.

Résolution d’exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

<u>Énoncé</u> : Une luge est lancée à une vitesse de 5 m.s^{-1} sur une piste horizontale. Par l’effet du frottement, elle subit une accélération de 0.5 m.s^{-2}, dirigée vers l’arrière.

<u>Calculer</u> :

(a) la vitesse après une seconde de freinage,

(b) la distance de freinage,

(c) la vitesse après un freinage sur 1 m.

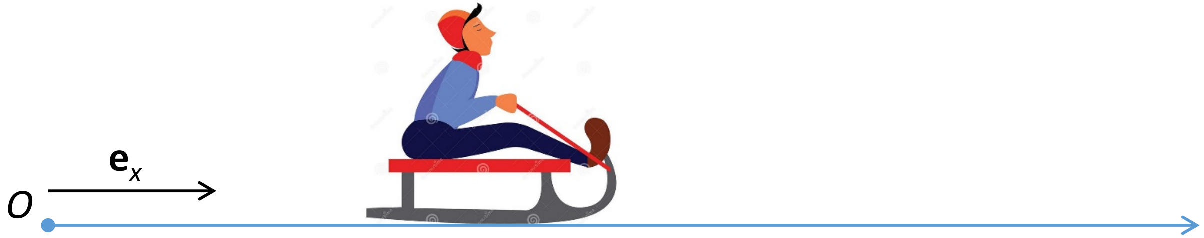
- Pour résoudre la question (a), je commence par :

1. Écrire l’équation de la trajectoire?
2. Choisir un repère approprié au traitement du problème?
3. Ni 1. ni 2., ce qui compte ce sont uniquement les conditions initiales!

Résolution d’exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

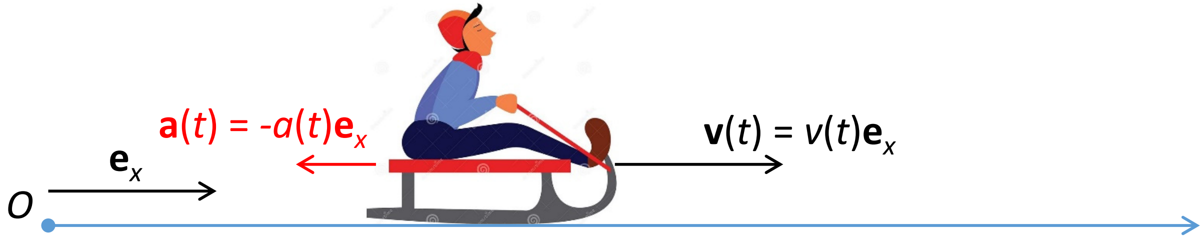
O

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques



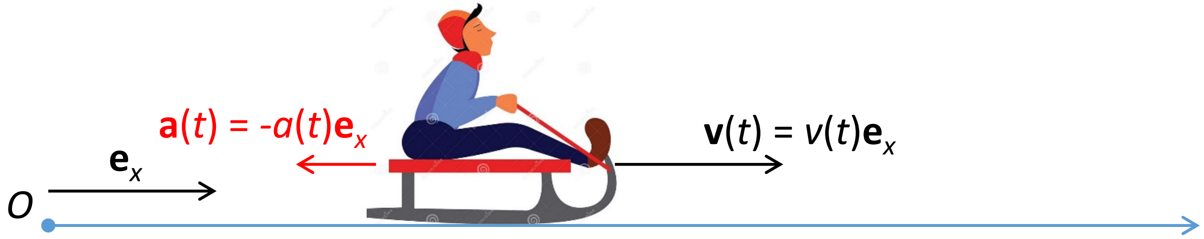
- On choisit un repère horizontal (O, $\mathbf{e}_x$) dirigé selon la vitesse initiale de la luge.

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques



- On choisit un repère horizontal (O, $\mathbf{e}_x$) dirigé selon la vitesse initiale de la luge.

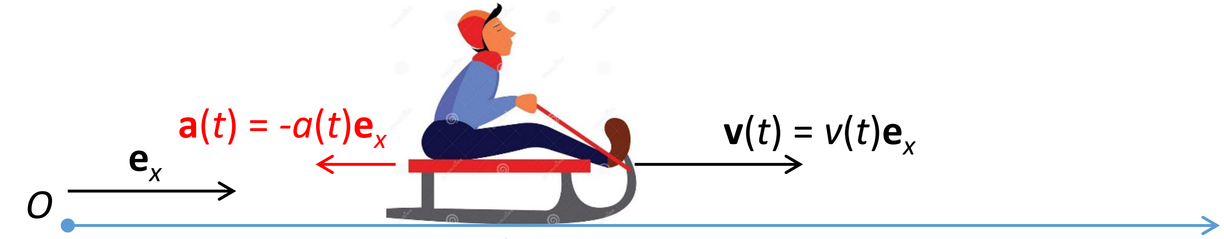
Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques



- On choisit un repère horizontal (O, $\mathbf{e}_x$) dirigé selon la vitesse initiale de la luge.

- On identifie les conditions initiales.

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques



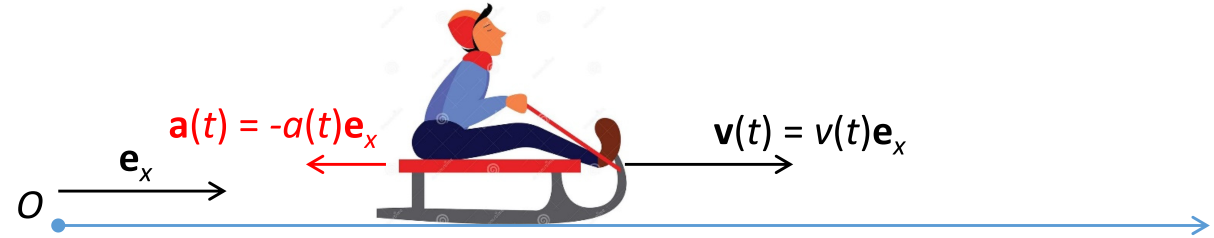
$x(0) = 0$ m (choix de l'origine)
$v(0) = v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$
$a(t) = a_0 = 0.5 \text{ m.s}^{-2}$

Conditions initiales

- On choisit un repère horizontal (O, $\mathbf{e}_x$) dirigé selon la vitesse initiale de la luge.

- On identifie les conditions initiales.

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques



$x(0) = 0$ m (choix de l'origine)
$v(0) = v_0 = 5$ m.s^{-1}
$a(t) = a_0 = 0.5$ m.s^{-2}

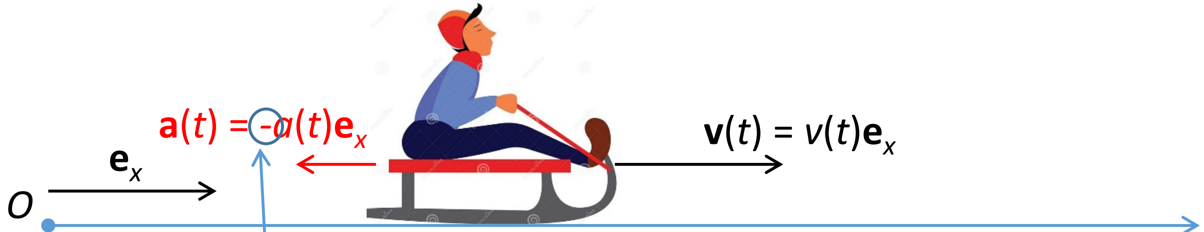
Conditions initiales

- On choisit un repère horizontal (O, $\mathbf{e}_x$) dirigé selon la vitesse initiale de la luge.

- On identifie les conditions initiales.

Par l'effet du frottement, la luge subit <u>une accélération de 0.5 m.s^{-2}, dirigée vers l'arrière</u> $\equiv$ la luge (+ son passager) expérimente une décélération constante dans le temps!

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques



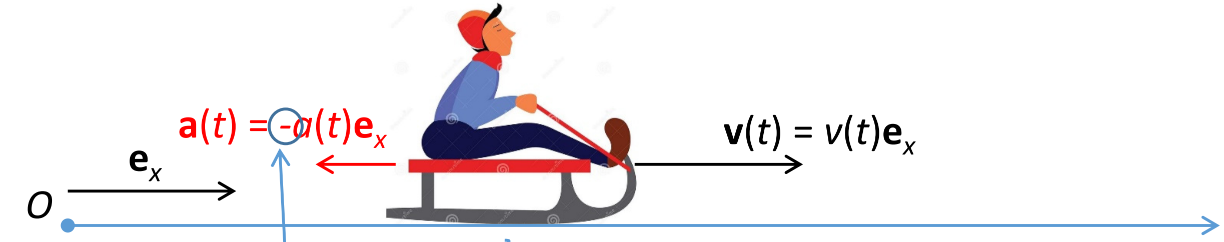
$x(0) = 0$ m (choix de l'origine)
$v(0) = v_0 = 5$ m.s^{-1}
$a(t) = a_0 = 0.5$ m.s^{-2}

Conditions initiales

- On choisit un repère horizontal (O, $\mathbf{e}_x$) dirigé selon la vitesse initiale de la luge.
- On identifie les conditions initiales.

Par l'effet du frottement, la luge subit <u>une accélération de 0.5 m.s^{-2}, dirigée vers l'arrière</u> $\equiv$ la luge (+ son passager) expérimente une décélération constante dans le temps!

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques



$x(0) = 0$ m (choix de l'origine)
$v(0) = v_0 = 5$ m.s^{-1}
$a(t) = a_0 = 0.5$ m.s^{-2}

Conditions initiales

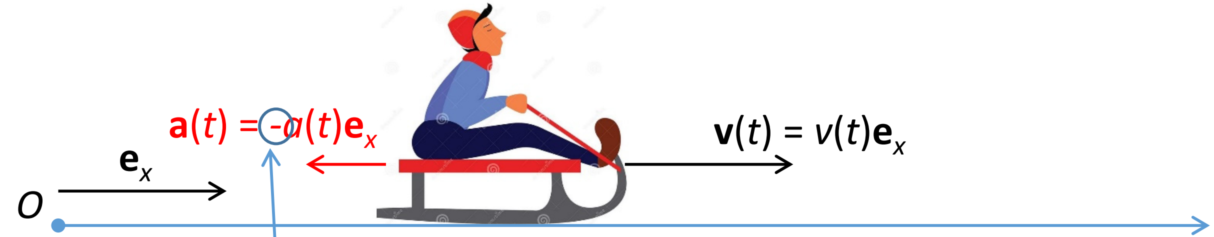
- On choisit un repère horizontal (O, **e**$_x$) dirigé selon la vitesse initiale de la luge.

- On identifie les conditions initiales.

Par l'effet du frottement, la luge subit <u>une accélération de 0.5 m.s^{-2}, dirigée vers l'arrière</u> ≡ la luge (+ son passager) expérimente une décélération constante dans le temps!

⇒ Ce problème traite d'un <u>mouvement uniformément accéléré</u> (MUA) (ici décéléré).

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques



$x(0) = 0$ m (choix de l'origine)
$v(0) = v_0 = 5$ m.s^{-1}
$a(t) = a_0 = 0.5$ m.s^{-2}

Conditions initiales

- On choisit un repère horizontal (O, $\mathbf{e}_x$) dirigé selon la vitesse initiale de la luge.
- On identifie les conditions initiales.

Par l'effet du frottement, la luge subit <u>une accélération de 0.5 m.s^{-2}, dirigée vers l'arrière</u> $\equiv$ la luge (+ son passager) expérimente une décélération constante dans le temps!

$\Rightarrow$ Ce problème traite d'un <u>mouvement uniformément accéléré</u> (MUA) (ici décéléré).

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} v(t) &= -a_0 t + v_0, \\ x(t) &= -\frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t. \end{aligned}}$$

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

$$\boxed{\begin{aligned} v(t) &= -a_0 t + v_0, \\ x(t) &= -\frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t. \end{aligned}}$$

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

(a) Après t_1 = 1 s, la vitesse vaut donc :

$v(t_1) = -a_0 t_1 + v_0 = -0.5\ \mathrm{m.s^{-2}} \times 1\ \mathrm{s} + 5\ \mathrm{m.s^{-1}} = 4.5\ \mathrm{m.s^{-1}}$

$$\boxed{\begin{aligned} v(t) &= -a_0 t + v_0, \\ x(t) &= -\frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t. \end{aligned}}$$

Résolution d’exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

$$v(t) = -a_0 t + v_0,$$

$$x(t) = -\frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t.$$

(a) Après t_1 = 1 s, la vitesse vaut donc :

$v(t_1) = -a_0 t_1 + v_0 = -0.5\ \text{m.s}^{-2} \times 1\ \text{s} + 5\ \text{m.s}^{-1} = 4.5\ \text{m.s}^{-1}$

(b) La distance de freinage est parcourue pendant le temps de freinage t_f défini par la condition d’arrêt de la luge, à savoir $v(t_f) = 0\ \text{m.s}^{-1}$:

$$v(t_f) = -a_0 t_f + v_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_f = \frac{v_0}{a_0} = \frac{5}{0.5} = 10\ \text{s}$$

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

$$v(t) = -a_0 t + v_0,$$
$$x(t) = -\frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t.$$

(a) Après t_1 = 1 s, la vitesse vaut donc :

$v(t_1) = -a_0 t_1 + v_0 = -0.5\ \mathrm{m.s^{-2}} \times 1\ \mathrm{s} + 5\ \mathrm{m.s^{-1}} = 4.5\ \mathrm{m.s^{-1}}$

(b) La distance de freinage est parcourue pendant le temps de freinage t_f défini par la condition d'arrêt de la luge, à savoir $v(t_\mathrm{f}) = 0\ \mathrm{m.s^{-1}}$:

$$v(t_\mathrm{f}) = -a_0 t_\mathrm{f} + v_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_\mathrm{f} = \frac{v_0}{a_0} = \frac{5}{0.5} = 10\ \mathrm{s}$$

La distance de freinage d_f est alors donnée par :

$$d_\mathrm{f} = x(t_\mathrm{f}) = -\frac{1}{2}a_0 t_\mathrm{f}^2 + v_0 t_\mathrm{f} = 25\ \mathrm{m}$$

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

$$\boxed{\begin{aligned} v(t) &= -a_0 t + v_0, \\ x(t) &= -\frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t. \end{aligned}}$$

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

$$\boxed{\begin{aligned} v(t) &= -a_0 t + v_0, \\ x(t) &= -\frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t. \end{aligned}}$$

(c) La distance d = 1 m a été parcourue au temps t_d :

$$x(t_d) = -\frac{1}{2}a_0 t_d^2 + v_0 t_d = d$$

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

$$\boxed{\begin{aligned} v(t) &= -a_0 t + v_0, \\ x(t) &= -\frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t. \end{aligned}}$$

(c) La distance d = 1 m a été parcourue au temps t_d :

$$x(t_d) = -\frac{1}{2}a_0 t_d^2 + v_0 t_d = d$$

Cette équation du second degré possède deux solutions positives.

$$t_{d_\pm} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2a_0 d}}{a_0}$$

$$t_{d_-} \simeq 0.202 \text{ s} \;\; \text{et} \;\; t_{d_+} \simeq 19.8 \text{ s}$$

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

$$\boxed{\begin{aligned} v(t) &= -a_0 t + v_0, \\ x(t) &= -\frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t. \end{aligned}}$$

(c) La distance d = 1 m a été parcourue au temps t_d :

$$x(t_d) = -\frac{1}{2} a_0 t_d^2 + v_0 t_d = d$$

Cette équation du second degré possède deux solutions positives.

$$t_{d_\pm} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2a_0 d}}{a_0}$$

$$t_{d_-} \simeq 0.202 \text{ s} \;\text{ et }\; \cancel{t_{d_+} \simeq 19.8 \text{ s}}$$

t_{d+} n'a pas de sens physique car à cet instant la luge est déjà arrêtée depuis longtemps (temps de freinage de 10 s).

Résolution d'exercice (exercice 5, série 2) : les bonnes pratiques

$$v(t) = -a_0 t + v_0,$$
$$x(t) = -\frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t.$$

(c) La distance d = 1 m a été parcourue au temps t_d :

$$x(t_d) = -\frac{1}{2}a_0 t_d^2 + v_0 t_d = d$$

Cette équation du second degré possède deux solutions positives.

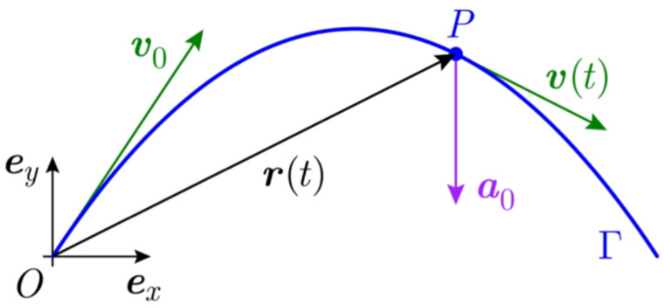
$$t_{d_\pm} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2a_0 d}}{a_0}$$

$$t_{d_-} \simeq 0.202\ \text{s} \ \text{ et } \ \cancel{t_{d_+} \simeq 19.8\ \text{s}}$$

t_{d+} n'a pas de sens physique car à cet instant la luge est déjà arrêtée depuis longtemps (temps de freinage de 10 s).

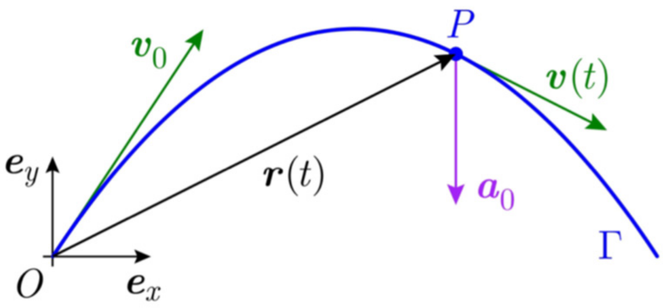
On peut remarquer que le temps t_{d-} est seulement légèrement supérieur à celui requis pour parcourir la même distance en l'absence de freinage (t = 0.2 s).
La vitesse au temps t_{d-} vaut alors $v(t_{d-}) \approx 4.899$ m.s^{-1}.

2.5.1 Propriétés de l'accélération



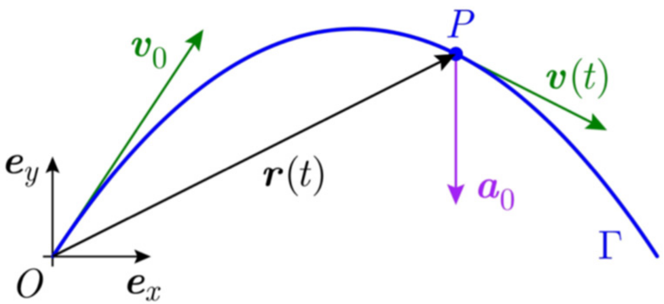
2.5.1 Propriétés de l'accélération

On veut montrer que la trajectoire est une parabole d'axe parallèle à $\mathbf{a_0}$. On choisit l'origine O sur la trajectoire Γ et l'origine du temps telle que $t = 0$ lorsque l'objet passe en O. On prend $\mathbf{e}_x$ perpendiculaire à $\mathbf{a_0}$ et $\mathbf{e}_y$ parallèle à $\mathbf{a_0}$.



2.5.1 Propriétés de l'accélération

On veut montrer que la trajectoire est une parabole d'axe parallèle à $\mathbf{a_0}$. On choisit l'origine O sur la trajectoire Γ et l'origine du temps telle que $t = 0$ lorsque l'objet passe en O. On prend $\mathbf{e}_x$ perpendiculaire à $\mathbf{a_0}$ et $\mathbf{e}_y$ parallèle à $\mathbf{a_0}$.



- Équation horaire : $\mathbf{r}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{a_0}t^2 + \mathbf{v_0}t$

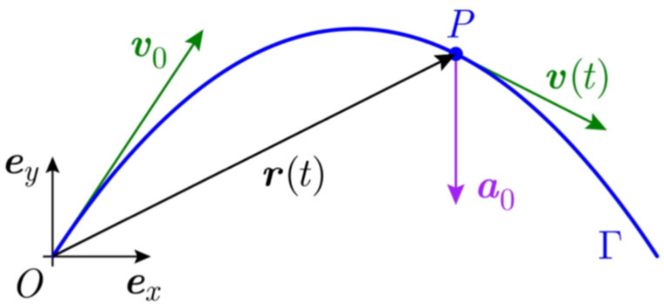
Selon $\mathbf{e}_x$: $x(t) = v_{0_x} t$ (2.25)

Selon $\mathbf{e}_y$: $y(t) = -\frac{1}{2}a_0 t^2 + v_{0_y} t$ (2.26)

(2.25) $\Rightarrow$ $t(x) = \frac{x(t)}{v_{0_x}}$ (2.27)

2.5.1 Propriétés de l'accélération

On veut montrer que la trajectoire est une parabole d'axe parallèle à $\mathbf{a_0}$. On choisit l'origine O sur la trajectoire Γ et l'origine du temps telle que t = 0 lorsque l'objet passe en O. On prend $\mathbf{e}_x$ perpendiculaire à $\mathbf{a_0}$ et $\mathbf{e}_y$ parallèle à $\mathbf{a_0}$.



- Équation horaire : $\mathbf{r}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{a_0}t^2 + \mathbf{v_0}t$

Selon $\mathbf{e}_x$: $x(t) = v_{0_x} t$ (2.25)

Selon $\mathbf{e}_y$: $y(t) = -\frac{1}{2}a_0 t^2 + v_{0_y} t$ (2.26)

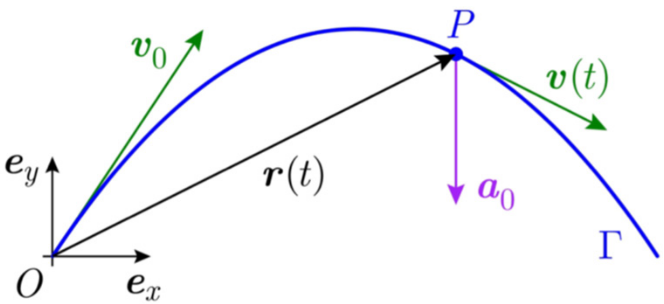
(2.25) $\Rightarrow t(x) = \frac{x(t)}{v_{0_x}}$ (2.27)

(2.27) $\Rightarrow$ (2.26) Équation de la trajectoire

$$y(x) = -\frac{a_0}{2v_{0_x}^2}x^2 + \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}}x \quad (2.28)$$

2.5.1 Propriétés de l'accélération

On veut montrer que la trajectoire est une parabole d'axe parallèle à $\mathbf{a_0}$. On choisit l'origine O sur la trajectoire Γ et l'origine du temps telle que t = 0 lorsque l'objet passe en O. On prend $\mathbf{e}_x$ perpendiculaire à $\mathbf{a_0}$ et $\mathbf{e}_y$ parallèle à $\mathbf{a_0}$.



- Équation horaire : $\mathbf{r}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{a_0}t^2 + \mathbf{v_0}t$

Selon $\mathbf{e}_x$: $x(t) = v_{0_x} t$ (2.25)

Selon $\mathbf{e}_y$: $y(t) = -\frac{1}{2}a_0 t^2 + v_{0_y} t$ (2.26)

(2.25) $\Rightarrow$ $t(x) = \frac{x(t)}{v_{0_x}}$ (2.27)

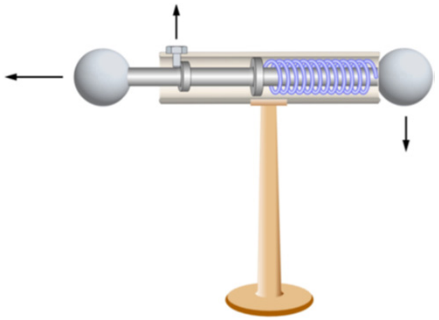
(2.27) $\Rightarrow$ (2.26) Équation de la trajectoire

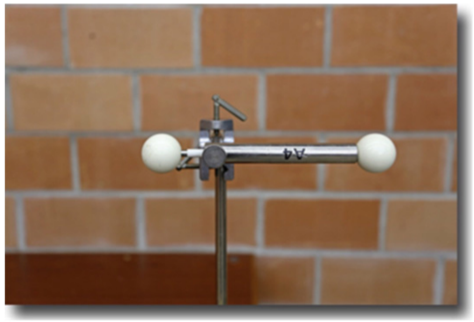
$$y(x) = -\frac{a_0}{2v_{0_x}^2}x^2 + \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}}x \quad (2.28)$$

Cette expression du second degré décrit l'équation d'une parabole.

2.5.1 Propriétés de l'accélération

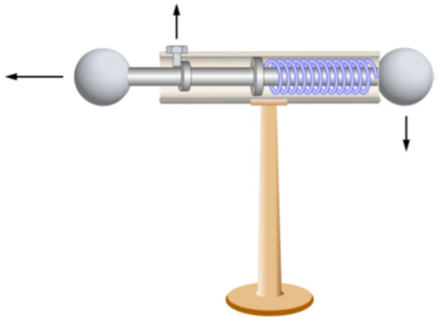
Expériences :

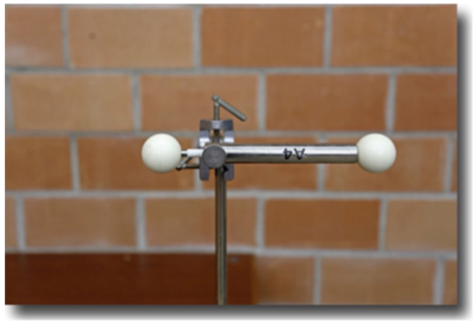




2.5.1 Propriétés de l'accélération

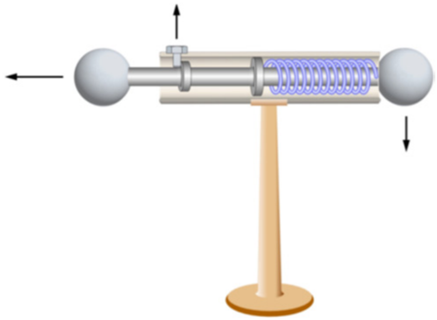
Expériences : 1. Chute libre et tir balistique

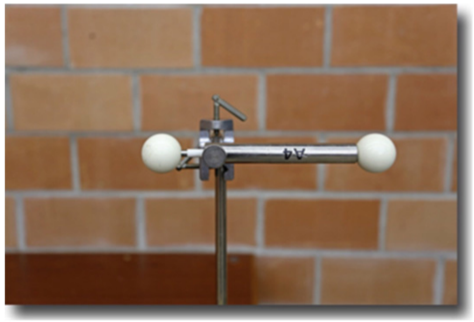




2.5.1 Propriétés de l'accélération

Expériences : 1. Chute libre et tir balistique

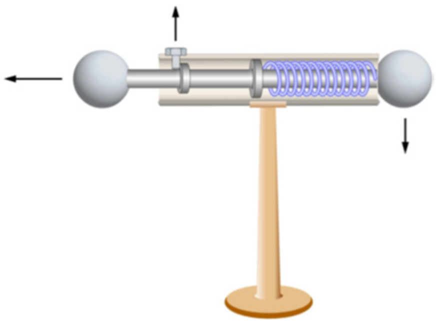


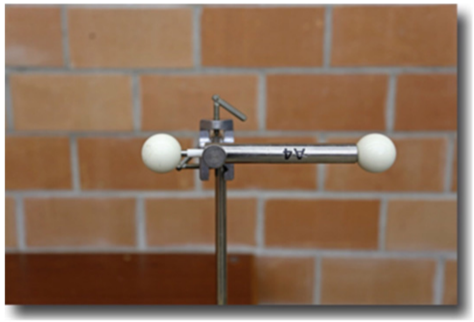


- Les deux boules touchent le sol en même temps.

2.5.1 Propriétés de l’accélération

Expériences : 1. Chute libre et tir balistique



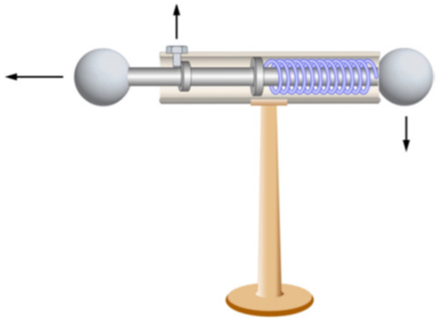


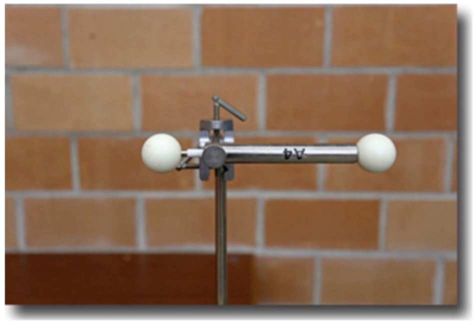
- Les deux boules touchent le sol en même temps.

2. Tir balistique sur table à coussin d’air

2.5.1 Propriétés de l'accélération

Expériences : 1. Chute libre et tir balistique



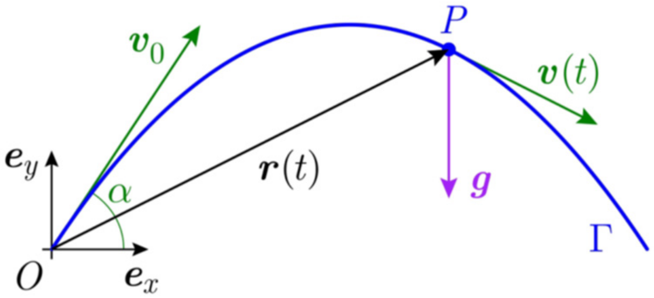


- Les deux boules touchent le sol en même temps.

2. Tir balistique sur table à coussin d'air

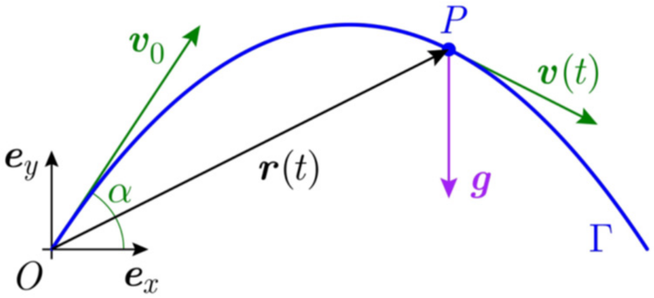
- Les deux pucks lancés simultanément entrent en collision.

2.5.2 Tir au canon



2.5.2 Tir au canon

On tire un obus avec une vitesse initiale $\mathbf{v_0}$ faisant un angle α avec le sol. On néglige les frottements de l'air. L'obus a une trajectoire balistique.

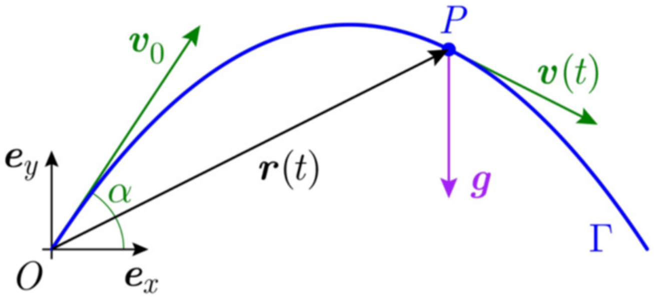


- $\mathbf{a}(t) = \mathbf{g} = \mathbf{cste}$ (2.29)
- $\mathbf{v}(t) = \mathbf{g}t + \mathbf{v_0}$ (2.30)
- $\mathbf{r}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2 + \mathbf{v_0}t$ (2.31)

où $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_y$ et $\mathbf{v_0} = \underbrace{v_0\cos\alpha}_{=v_{0_x}}\,\mathbf{e}_x + \underbrace{v_0\sin\alpha}_{=v_{0_y}}\,\mathbf{e}_y$

2.5.2 Tir au canon

On tire un obus avec une vitesse initiale $\mathbf{v_0}$ faisant un angle α avec le sol. On néglige les frottements de l'air. L'obus a une trajectoire balistique.



- $\mathbf{a}(t) = \mathbf{g} = \mathbf{cste} \qquad (2.29)$
- $\mathbf{v}(t) = \mathbf{g}t + \mathbf{v_0} \qquad (2.30)$
- $\mathbf{r}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2 + \mathbf{v_0}t \qquad (2.31)$

où $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_y$ et $\mathbf{v_0} = \underbrace{v_0\cos\alpha}_{=v_{0_x}}\,\mathbf{e}_x + \underbrace{v_0\sin\alpha}_{=v_{0_y}}\,\mathbf{e}_y$

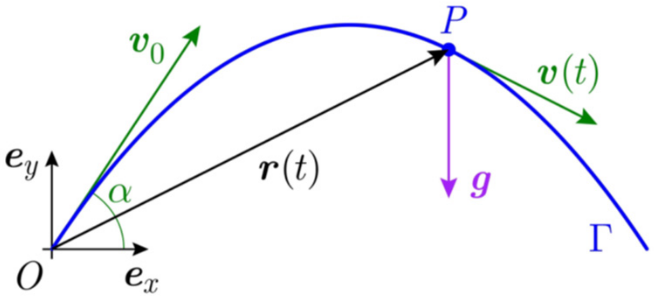
Hauteur maximale h : $v_y(t_\mathrm{h}) = 0$

$$v_y(t_\mathrm{h}) = -gt_\mathrm{h} + v_{0_y} = 0 \Rightarrow t_\mathrm{h} = \frac{v_{0_y}}{g} = \frac{v_0\sin\alpha}{g} \qquad (2.32)$$

$$h = y(t_\mathrm{h}) = -\frac{1}{2}gt_\mathrm{h}^2 + v_{0_y}t_\mathrm{h} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} \qquad (2.33)$$

2.5.2 Tir au canon

On tire un obus avec une vitesse initiale $\mathbf{v_0}$ faisant un angle α avec le sol. On néglige les frottements de l'air. L'obus a une trajectoire balistique.



- $\mathbf{a}(t) = \mathbf{g} = \mathbf{cste}$ (2.29)
- $\mathbf{v}(t) = \mathbf{g}t + \mathbf{v_0}$ (2.30)
- $\mathbf{r}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2 + \mathbf{v_0}t$ (2.31)

où $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_y$ et $\mathbf{v_0} = \underbrace{v_0\cos\alpha}_{=v_{0_x}}\,\mathbf{e}_x + \underbrace{v_0\sin\alpha}_{=v_{0_y}}\,\mathbf{e}_y$

Hauteur maximale h : $v_y(t_h) = 0$

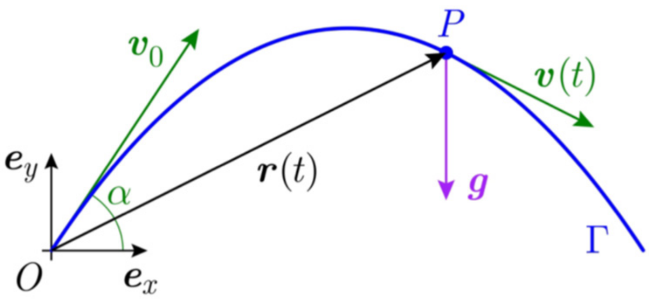
$$v_y(t_\text{h}) = -gt_\text{h} + v_{0_y} = 0 \Rightarrow t_\text{h} = \frac{v_{0_y}}{g} = \frac{v_0\sin\alpha}{g} \qquad (2.32)$$

$$h = y(t_\text{h}) = -\frac{1}{2}gt_\text{h}^2 + v_{0_y}t_\text{h} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} \qquad (2.33)$$

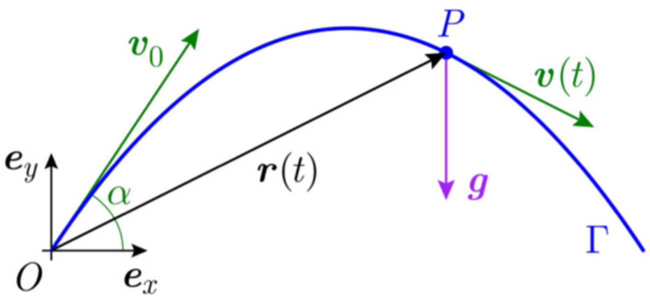
Temps de vol : $y(t_\text{v}) = 0$

$$y(t_\text{v}) = t_\text{v}\cdot\left(-\frac{1}{2}gt_\text{v} + v_{0_y}\right) = 0 \Rightarrow t_\text{v} = 0 \text{ ou } t_\text{v} = \frac{2v_{0_y}}{g} = \frac{2v_0\sin\alpha}{g} \qquad (2.34)$$

2.5.2 Tir au canon



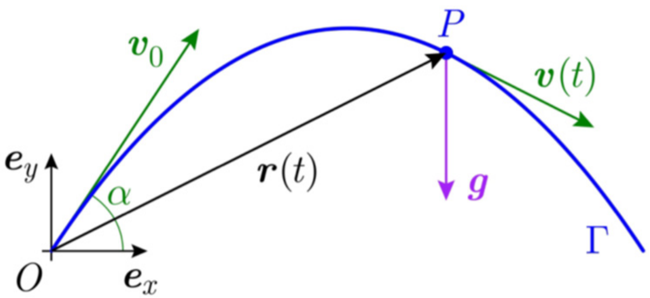
2.5.2 Tir au canon



Distance horizontale (portée) :

$$\boxed{d = x(t_v) = v_{0_x} t_v = \frac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad (2.35)}$$

2.5.2 Tir au canon



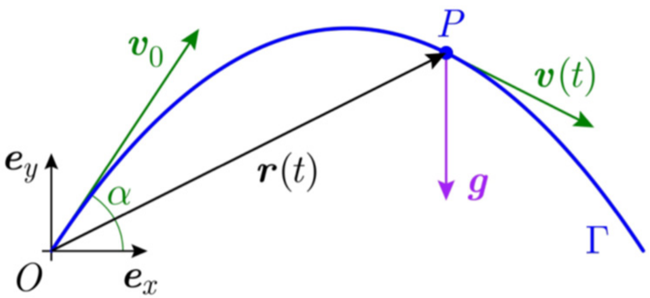
Distance horizontale (portée) :

$$d = x(t_v) = v_{0_x} t_v = \frac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad (2.35)$$

Équation de la trajectoire Γ :

$$(2.28) : \quad y(x) = -\frac{a_0}{2v_{0_x}^2} x^2 + \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}} x = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha \, x \qquad (2.36)$$

2.5.2 Tir au canon



Distance horizontale (portée) :

$$\boxed{d = x(t_v) = v_{0_x} t_v = \frac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad (2.35)}$$

Équation de la trajectoire Γ :

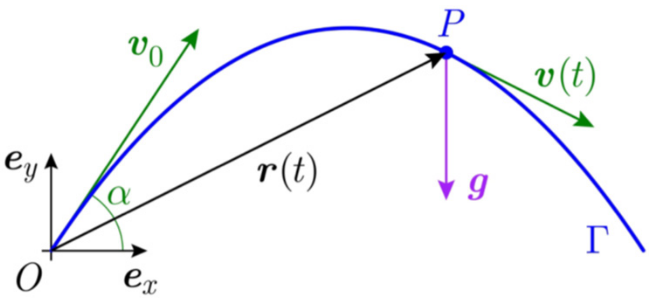
$$\boxed{(2.28) : \quad y(x) = -\frac{a_0}{2v_{0_x}^2} x^2 + \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}} x = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha\, x \quad (2.36)}$$

Point de la trajectoire $P(x_P, y_P)$:

$$(2.36) : y_P = -\frac{g}{2v_0^2} \underbrace{\left(1 + \tan^2\alpha\right)}_{\equiv \frac{1}{\cos^2\alpha}} x_P^2 + \tan\alpha\, x_P$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{g x_P^2}{2v_0^2} \tan^2\alpha - x_P \tan\alpha + \frac{g x_P^2}{2v_0^2} + y_P = 0 \quad (2.37)}$$

2.5.2 Tir au canon



Distance horizontale (portée) :

$$\boxed{d = x(t_v) = v_{0_x} t_v = \frac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad (2.35)}$$

Équation de la trajectoire Γ :

$$\boxed{(2.28): \quad y(x) = -\frac{a_0}{2v_{0_x}^2} x^2 + \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}} x = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha \, x \quad (2.36)}$$

Point de la trajectoire $P(x_P, y_P)$:

$$(2.36): y_P = -\frac{g}{2v_0^2} \underbrace{\left(1+\tan^2\alpha\right)}_{\equiv \frac{1}{\cos^2\alpha}} x_P^2 + \tan\alpha \, x_P$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{g x_P^2}{2v_0^2} \tan^2\alpha - x_P \tan\alpha + \frac{g x_P^2}{2v_0^2} + y_P = 0 \quad (2.37)}$$

Il s'agit d'une équation du second degré en $\tan\alpha$ qui est fonction de la vitesse initiale v_0 et des coordonnées x_P et y_P du point P.

2.5.2 Tir au canon

2.5.2 Tir au canon

Point de la trajectoire $P(x_P, y_P)$:

$$\boxed{\frac{gx_P^2}{2v_0^2}\tan^2\alpha - x_P\tan\alpha + \frac{gx_P^2}{2v_0^2} + y_P = 0 \quad (2.37)}$$

2.5.2 Tir au canon

Point de la trajectoire $P(x_P, y_P)$:

$$\boxed{\frac{gx_P^2}{2v_0^2}\tan^2\alpha - x_P\tan\alpha + \frac{gx_P^2}{2v_0^2} + y_P = 0 \quad (2.37)}$$

Discriminant de l'équation du 2nd degré en $\tan\alpha$:

$$\boxed{\Delta = x_P^2 - 4\frac{gx_P^2}{2v_0^2}\left(\frac{gx_P^2}{2v_0^2} + y_P\right) = x_P^2\left(1 - \frac{2g}{v_0^2}\left(\frac{gx_P^2}{2v_0^2} + y_P\right)\right) \quad (2.38)}$$

2.5.2 Tir au canon

Point de la trajectoire $P(x_P, y_P)$:

$$\boxed{\frac{gx_P^2}{2v_0^2}\tan^2\alpha - x_P\tan\alpha + \frac{gx_P^2}{2v_0^2} + y_P = 0 \quad (2.37)}$$

Discriminant de l'équation du 2nd degré en $\tan\alpha$:

$$\boxed{\Delta = x_P^2 - 4\frac{gx_P^2}{2v_0^2}\left(\frac{gx_P^2}{2v_0^2} + y_P\right) = x_P^2\left(1 - \frac{2g}{v_0^2}\left(\frac{gx_P^2}{2v_0^2} + y_P\right)\right) \quad (2.38)}$$

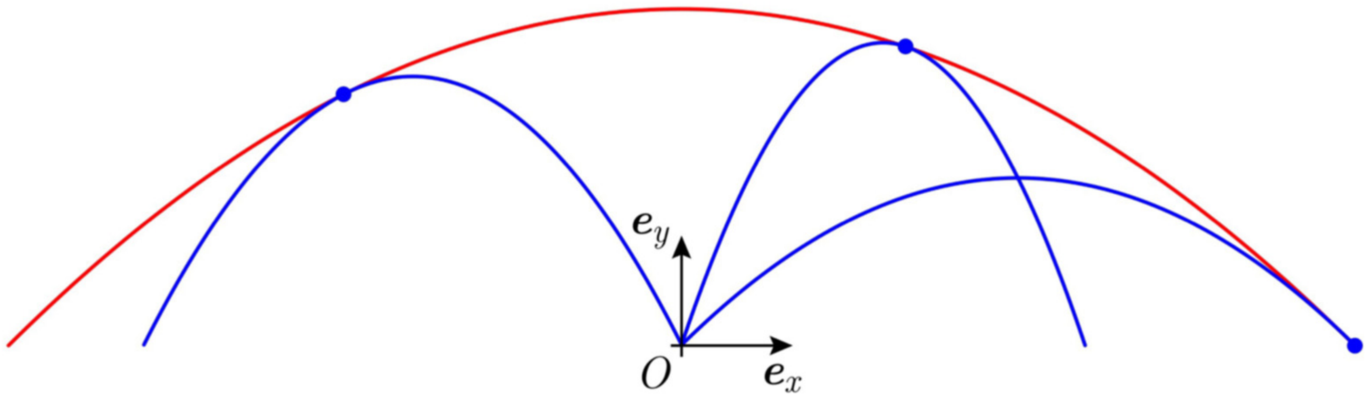
On doit distinguer 3 cas :

1. $\Delta > 0$: il y a deux angles α possibles (angles complémentaires). Le point P est à portée de canon avec deux trajectoires possibles.

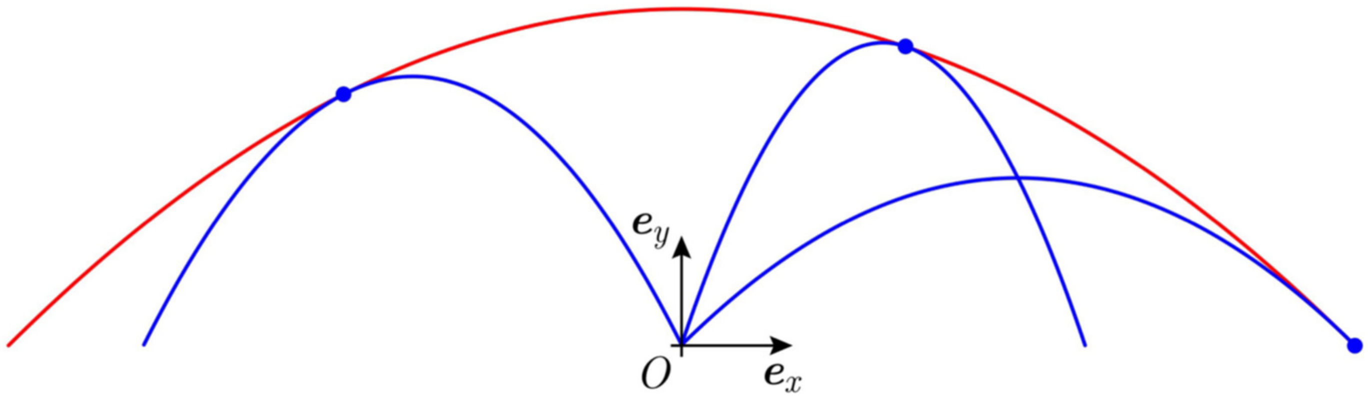
2. $\Delta = 0$: il y a un seul angle α possible. Tous les points (x,y) vérifiant $\Delta = 0$ se trouvent sur une parabole, dite de sûreté, d'équation :

$$\boxed{y(x) = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + \frac{v_0^2}{2g} \quad (2.39)}$$

2.5.2 Tir au canon

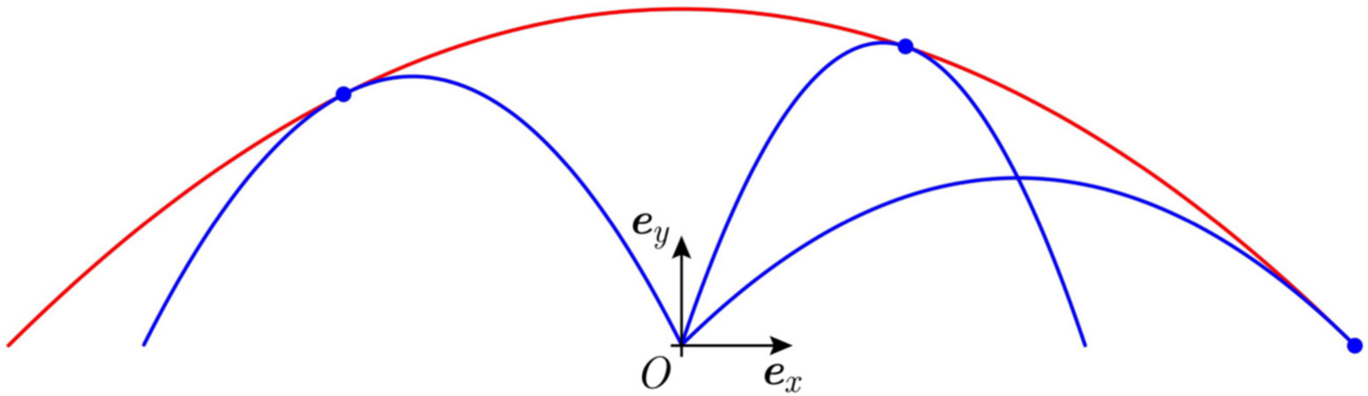


2.5.2 Tir au canon



Différentes trajectoires paraboliques en bleu et parabole de sûreté en rouge.

2.5.2 Tir au canon

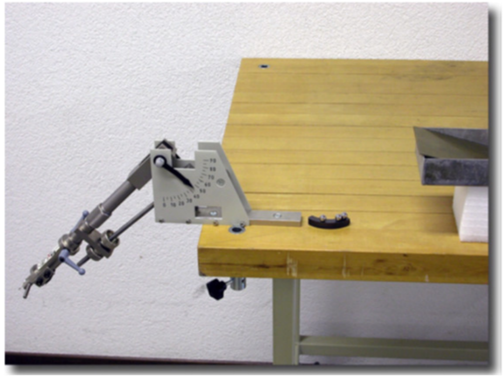


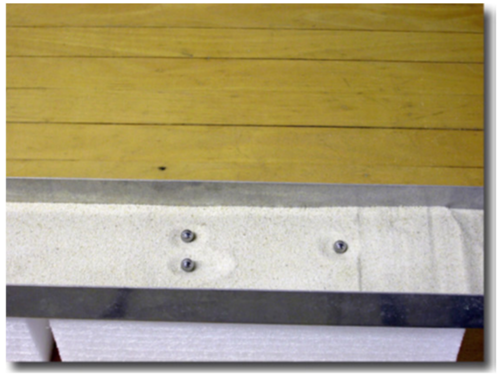
Différentes trajectoires paraboliques en bleu et parabole de sûreté en rouge.

3. $\Delta<0$: il n'y a aucun angle de tir possible. Le point P se situe au-delà de la parabole de sûreté.

2.5.2 Tir au canon

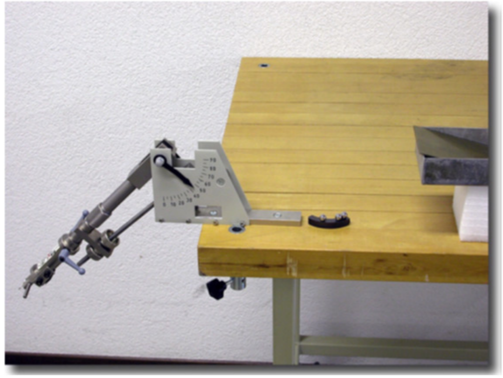
Expérience :

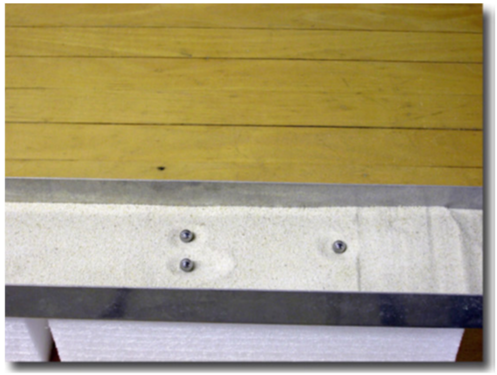




2.5.2 Tir au canon

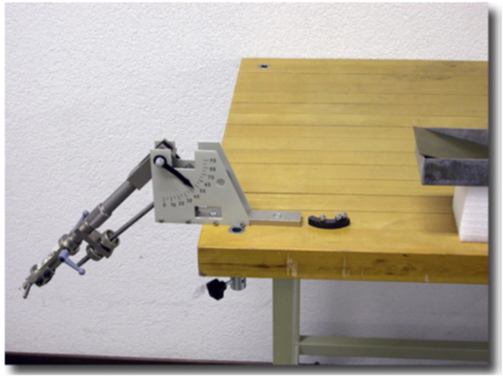
Expérience : Appareil de jet balistique

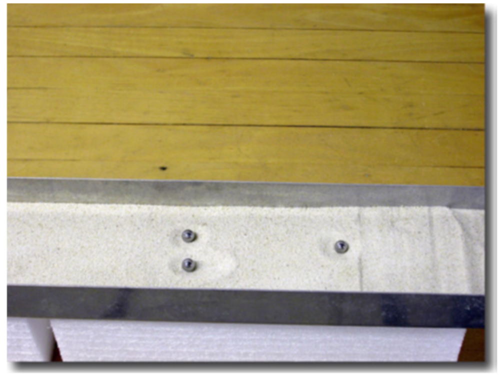




2.5.2 Tir au canon

Expérience : Appareil de jet balistique





On peut calculer et vérifier que pour un angle d'inclinaison initial $\alpha = 45°$, on a une portée maximale.

On peut calculer et vérifier que pour des angles d'inclinaison complémentaires $\alpha = 30°$ et $\alpha = 60°$, on a une portée identique.