Leçon 16 – 17/04/2025

5. Oscillateur harmonique

- 5.2 Caractéristiques
- 5.3 Énergie mécanique

6. Rotation en deux dimensions

- 6.1 Produit vectoriel
- 6.2 Moment d'une force

5.2.1 Illustrations

Exemple :

5.2.1 Illustrations

Exemple :

Objet de masse m fixé à un ressort de constante élastique k lâché sans vitesse initiale, i.e., $v_0 = 0$, d'une position x_0 par rapport à la position au repos à l'origine du repère.

5.2.1 Illustrations

Exemple :

Objet de masse m fixé à un ressort de constante élastique k lâché sans vitesse initiale, i.e., $v_0 = 0$, d'une position x_0 par rapport à la position au repos à l'origine du repère.

- <u>Conditions initiales</u> : $A = x_0, \quad \varphi = 0$ et $t_0 = 0$
- <u>Équation horaire</u> : $x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$ où $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$
- <u>Période</u> : $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \quad (5.11)}$

5.2.1 Illustrations

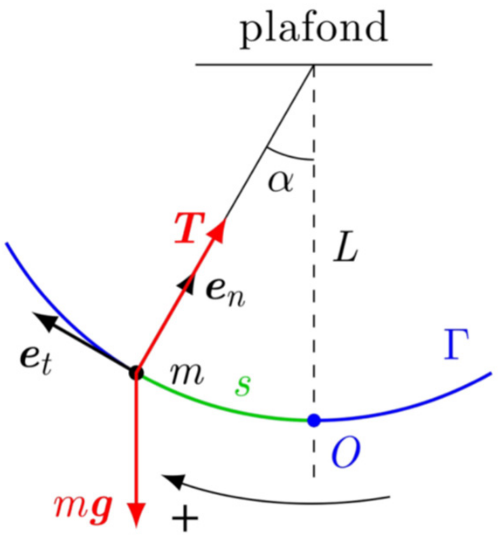
Exemple :

Objet de masse *m* fixé à un ressort de constante élastique *k* lâché sans vitesse initiale, i.e., $v_0 = 0$, d'une position x_0 par rapport à la position au repos à l'origine du repère.

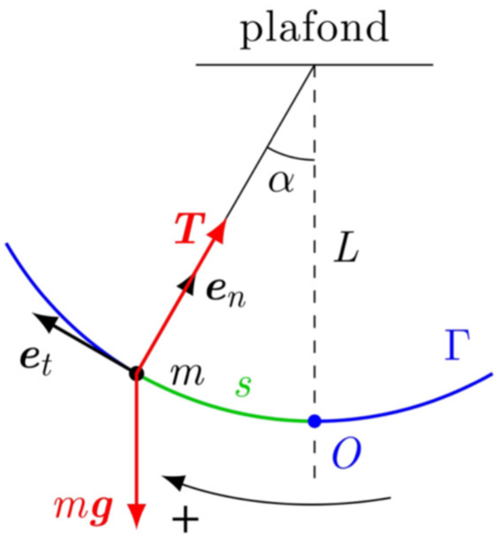
- Conditions initiales : $A = x_0, \quad \varphi = 0$ et $t_0 = 0$
- Équation horaire : $x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$ où $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$
- Période : $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \quad (5.11)}$

Ainsi, plus la masse *m* est grande, plus la période d'oscillation est longue. Plus la constante du ressort *k* est grande (grande rigidité), plus la période d'oscillation est courte.

5.2.2 Pendule simple



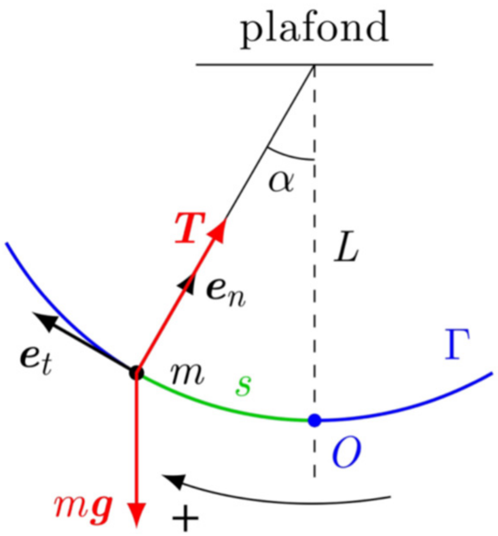
5.2.2 Pendule simple



- <u>Objet</u> : masse m
- <u>Loi du mouvement</u> : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

Selon $\mathbf{e}_t$: $\boxed{-mg\sin\alpha = m\ddot{s} = mL\ddot{\alpha} \quad (5.12)}$ où $s = L\alpha$

5.2.2 Pendule simple



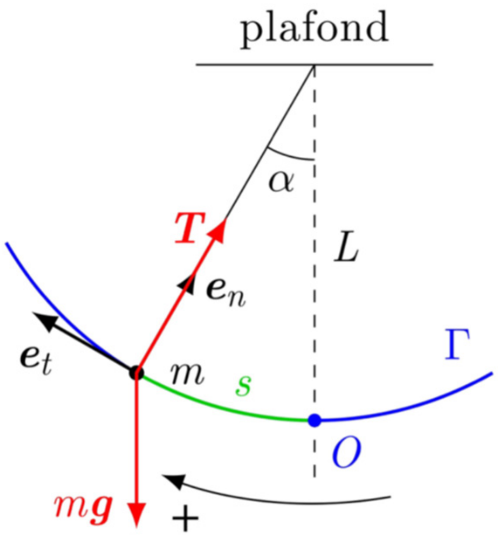
- <u>Objet</u> : masse m
- <u>Loi du mouvement</u> : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

Selon $\mathbf{e}_t$: $\boxed{-mg\sin\alpha = m\ddot{s} = mL\ddot{\alpha} \quad (5.12)}$ où $s = L\alpha$

Selon $\mathbf{e}_n$: $\boxed{-mg\cos\alpha + T = \dfrac{mv^2}{L} = mL\dot{\alpha}^2 \quad (5.13)}$

$$\boxed{\overset{(5.12)}{\Rightarrow} \ddot{\alpha} = -\omega^2 \sin\alpha \quad \text{où} \quad \omega^2 \equiv \frac{g}{L} \quad (5.14)}$$

5.2.2 Pendule simple



- <u>Objet</u> : masse m
- <u>Loi du mouvement</u> : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

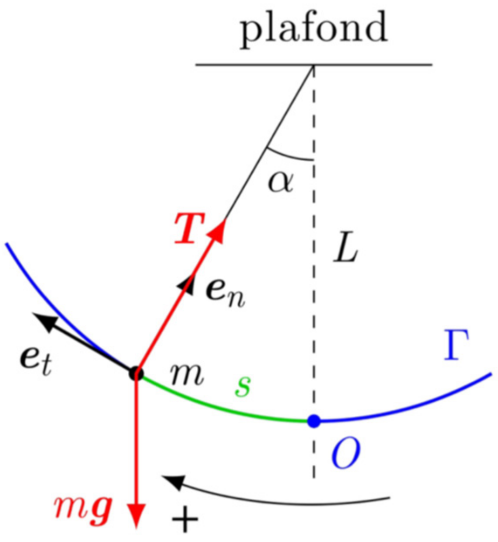
Selon $\mathbf{e}_t$: $\boxed{-mg\sin\alpha = m\ddot{s} = mL\ddot{\alpha} \quad (5.12)}$ où $s = L\alpha$

Selon $\mathbf{e}_n$: $\boxed{-mg\cos\alpha + T = \dfrac{mv^2}{L} = mL\dot{\alpha}^2 \quad (5.13)}$

$\boxed{\overset{(5.12)}{\Rightarrow} \ddot{\alpha} = -\omega^2\sin\alpha \quad \text{où} \quad \omega^2 \equiv \dfrac{g}{L} \quad (5.14)}$

- Il n'y a pas de solution analytique à l'équation (5.14) puisqu'il s'agit d'une équation transcendante. Dans la limite des petits angles (i.e., $\alpha << 1$) alors $\sin\alpha \approx \alpha$: (5.14) $\Rightarrow$ $\boxed{\ddot{\alpha} = -\omega^2\alpha \quad (5.15)}$ $\Rightarrow$ oscillateur harmonique

5.2.2 Pendule simple



- Objet : masse m
- Loi du mouvement : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

Selon $\mathbf{e}_t$: $\boxed{-mg\sin\alpha = m\ddot{s} = mL\ddot{\alpha} \quad (5.12)}$ où $s = L\alpha$

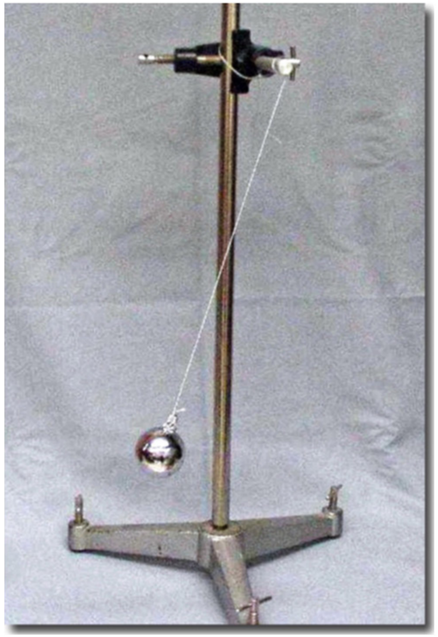
Selon $\mathbf{e}_n$: $\boxed{-mg\cos\alpha + T = \dfrac{mv^2}{L} = mL\dot{\alpha}^2 \quad (5.13)}$

$$\boxed{\overset{(5.12)}{\Rightarrow} \ddot{\alpha} = -\omega^2 \sin\alpha \quad \text{où} \quad \omega^2 \equiv \frac{g}{L} \quad (5.14)}$$

- Il n'y a pas de solution analytique à l'équation (5.14) puisqu'il s'agit d'une équation transcendante. Dans la limite des petits angles (i.e., $\alpha << 1$) alors $\sin\alpha \approx \alpha$: (5.14) $\Rightarrow \boxed{\ddot{\alpha} = -\omega^2\alpha \quad (5.15)}$ $\Rightarrow$ oscillateur harmonique
- Période d'oscillation : $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}} \quad (5.16)}$

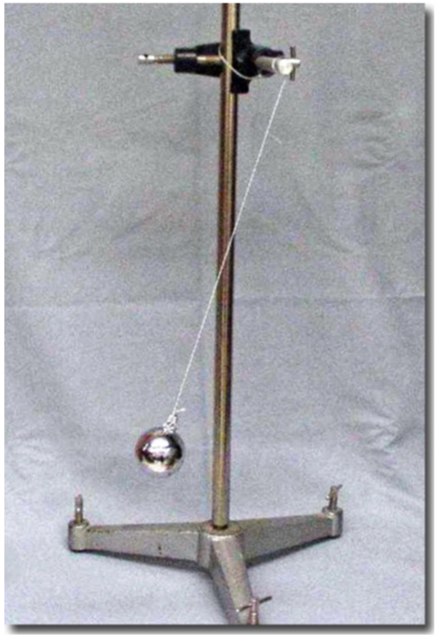
5.2.2 Pendule simple

Expérience :



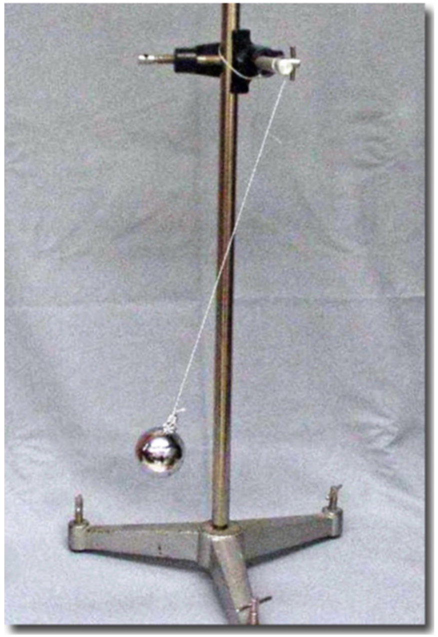
5.2.2 Pendule simple

Expérience : Pendule simple



5.2.2 Pendule simple

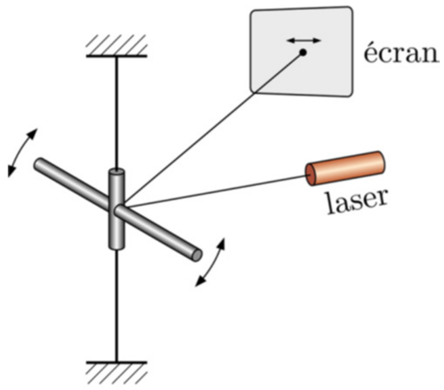
Expérience : Pendule simple

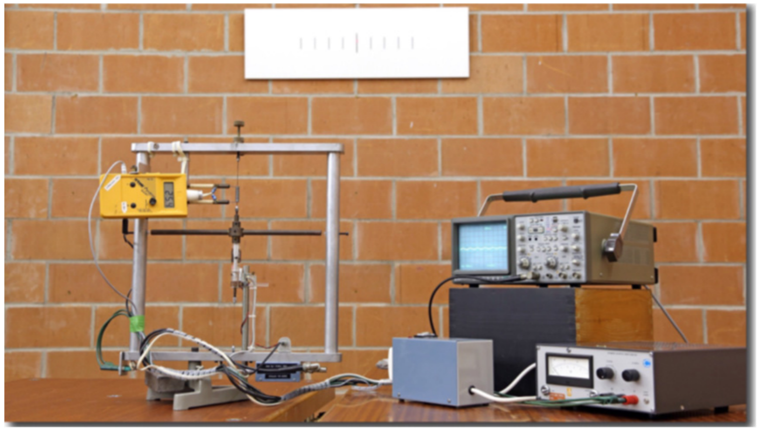


- Si l'angle du fil du pendule avec la verticale reste suffisamment petit, le mouvement du pendule est un mouvement oscillatoire harmonique.
- Si l'angle est plus petit qu'environ 10-20°, alors cette approximation est bonne.

5.2.2 Pendule simple

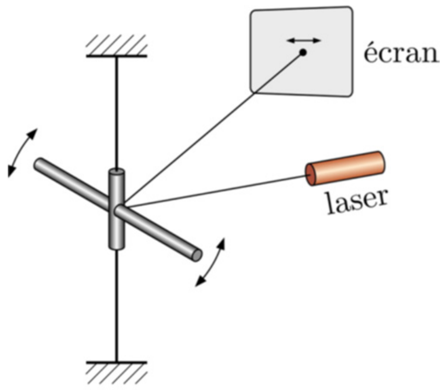
Expérience :

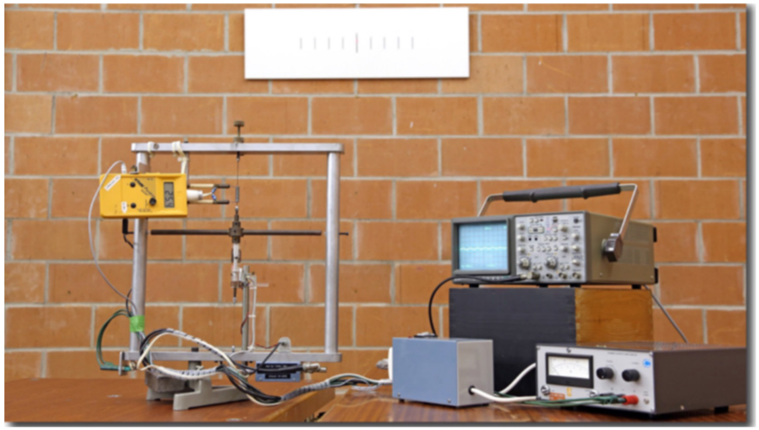




5.2.2 Pendule simple

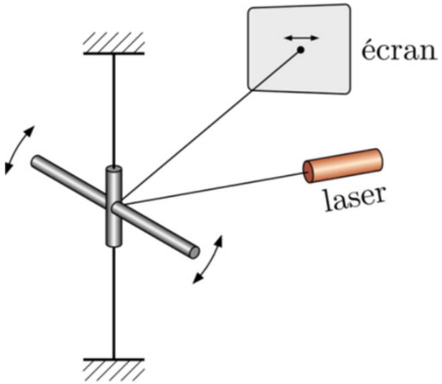
Expérience : Pendule de torsion avec amortissement

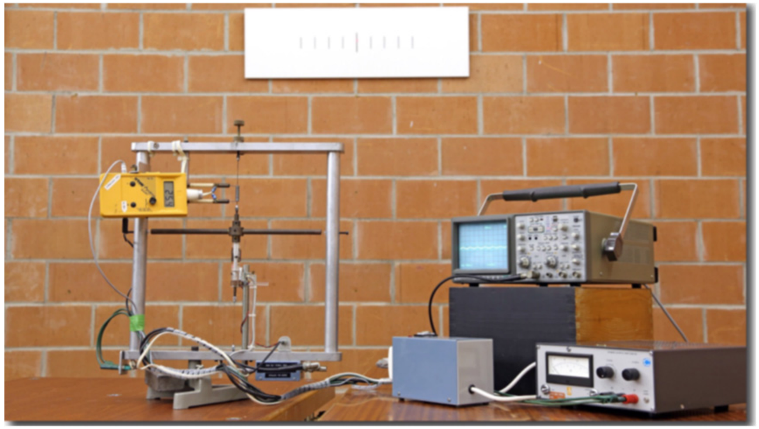




5.2.2 Pendule simple

Expérience : Pendule de torsion avec amortissement

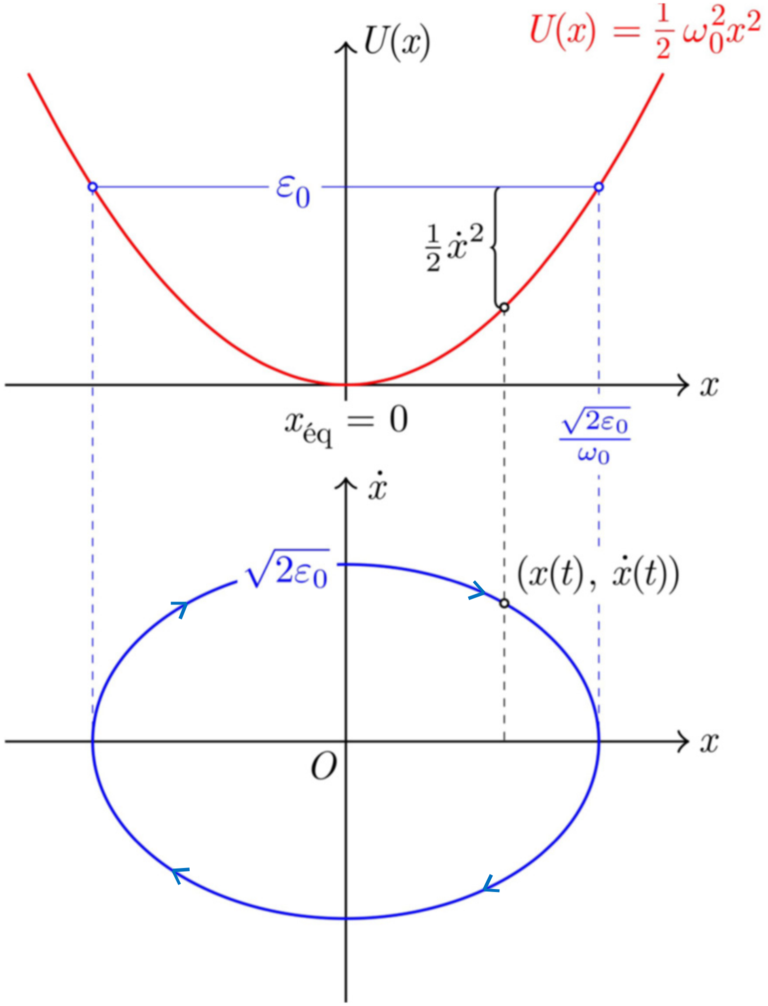




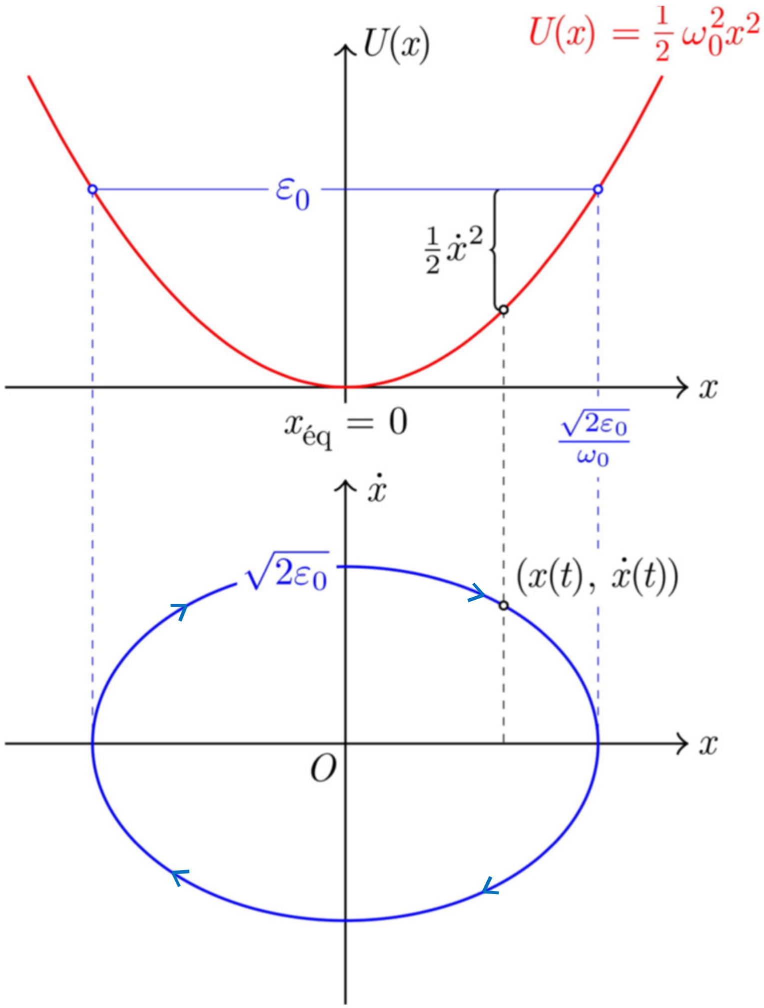
- Un pendule de torsion est constitué d'une barre métallique fixée sur un fil vertical. Un miroir est fixé sur la barre et un rayon laser est réfléchi par le miroir sur un écran.
- En donnant un mouvement de torsion à la barre, la réflexion du rayon laser sur l'écran suit un mouvement harmonique oscillatoire avec amortissement.

5.3 Énergie mécanique

5.3 Énergie mécanique



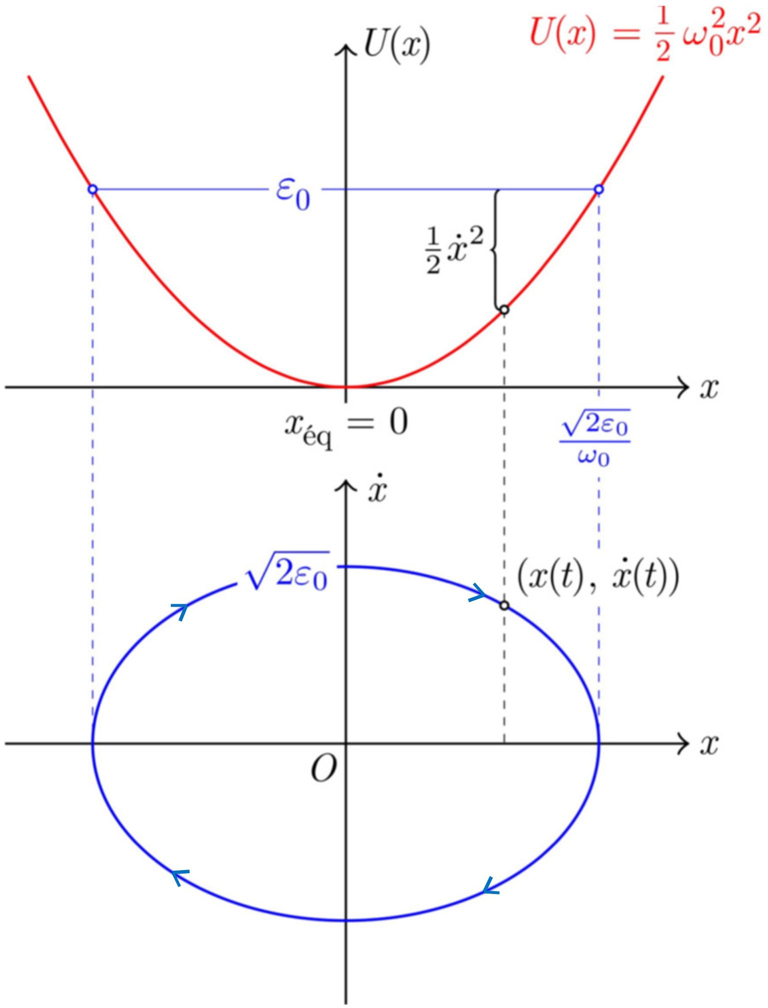
5.3 Énergie mécanique



<u>Conservation d'énergie par unité de masse</u> :

$$\boxed{\frac{1}{2}\dot{x}^2 + \underbrace{\frac{1}{2}\omega_0^2 x^2}_{U(x)} = \varepsilon_0 \quad \forall\, t \quad (5.17)}$$

5.3 Énergie mécanique



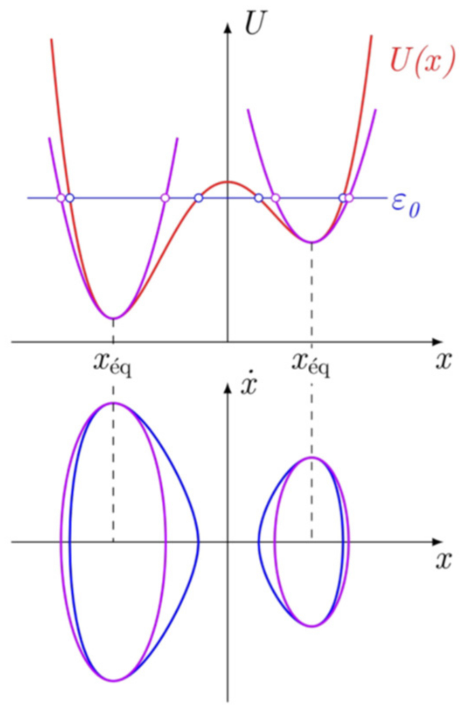
Conservation d'énergie par unité de masse :

$$\boxed{\frac{1}{2}\dot{x}^2 + \underbrace{\frac{1}{2}\omega_0^2 x^2}_{U(x)} = \varepsilon_0 \quad \forall\, t \quad (5.17)}$$

où $U(x)$ est l'énergie potentielle élastique et ε_0 l'énergie mécanique par unité de masse.

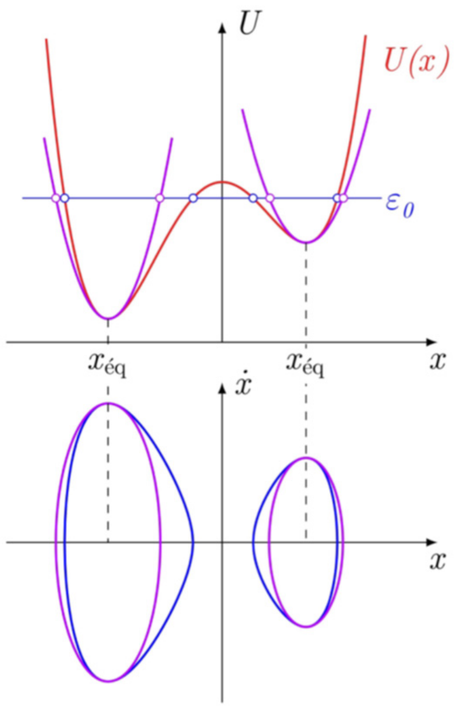
- Pour ε_0 fixée, l'oscillation a lieu autour de $x_{\text{éq}}$ = 0 et l'amplitude est égale à $\frac{\sqrt{2\varepsilon_0}}{\omega_0}$.
- Dans le plan $(x, \dot{x})$ (espace des phases), la conservation de l'énergie décrit une ellipse dont l'orbite passe par les points $\left(0, \pm\sqrt{2\varepsilon_0}\right)$ et $\left(\pm\frac{\sqrt{2\varepsilon_0}}{\omega_0}, 0\right)$.

5.3.1 Approximation harmonique



5.3.1 Approximation harmonique

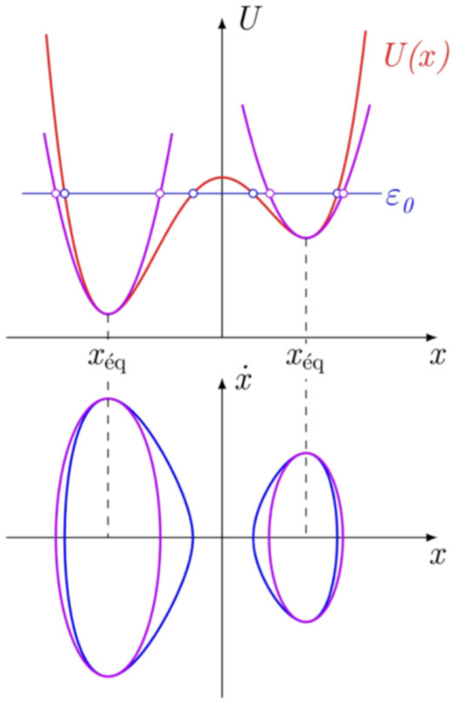
L'approximation harmonique de l'énergie potentielle $U(x)$ par unité de masse autour d'un minimum local permet de donner le comportement oscillatoire d'un objet autour d'une position d'équilibre stable $x_{éq}$. Le minimum local satisfait la relation $\frac{dU}{dx}\left(x_{éq}\right)=0$. Ainsi,



5.3.1 Approximation harmonique

L'approximation harmonique de l'énergie potentielle $U(x)$ par unité de masse autour d'un minimum local permet de donner le comportement oscillatoire d'un objet autour d'une position d'équilibre stable $x_{éq}$. Le minimum local satisfait la relation $\frac{dU}{dx}\left(x_{éq}\right)=0$. Ainsi,

$$\boxed{U(x)\simeq U\left(x_{éq}\right)+\frac{1}{2}\frac{d^2U\left(x_{éq}\right)}{dx^2}\left(x-x_{éq}\right)^2 \quad (5.18)}$$

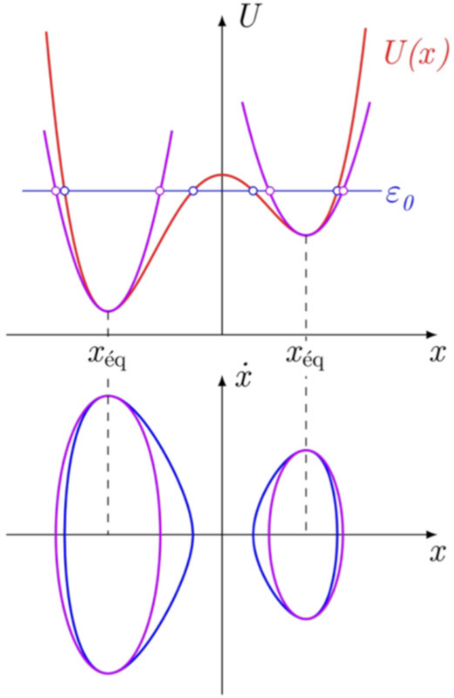


5.3.1 Approximation harmonique

L'approximation harmonique de l'énergie potentielle $U(x)$ par unité de masse autour d'un minimum local permet de donner le comportement oscillatoire d'un objet autour d'une position d'équilibre stable $x_{éq}$. Le minimum local satisfait la relation $\frac{dU}{dx}\left(x_{éq}\right)=0$. Ainsi,

$$\boxed{U(x)\simeq U\left(x_{éq}\right)+\frac{1}{2}\frac{d^2U\left(x_{éq}\right)}{dx^2}\left(x-x_{éq}\right)^2 \quad (5.18)}$$

La pulsation de l'oscillateur est donc donnée par $\boxed{\omega_0^2=\frac{d^2U\left(x_{éq}\right)}{dx^2} \quad (5.19)}$

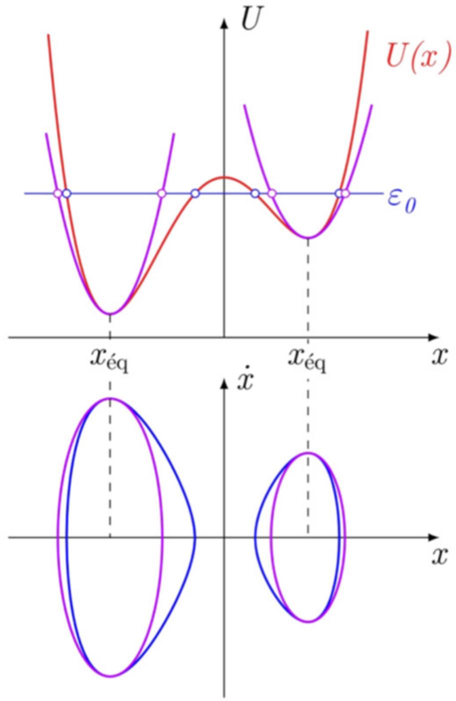


5.3.1 Approximation harmonique

L'approximation harmonique de l'énergie potentielle $U(x)$ par unité de masse autour d'un minimum local permet de donner le comportement oscillatoire d'un objet autour d'une position d'équilibre stable $x_{\text{éq}}$. Le minimum local satisfait la relation $\frac{dU}{dx}\left(x_{\text{éq}}\right)=0$. Ainsi,

$$\boxed{U(x)\simeq U\left(x_{\text{éq}}\right)+\frac{1}{2}\frac{d^2U\left(x_{\text{éq}}\right)}{dx^2}\left(x-x_{\text{éq}}\right)^2 \quad (5.18)}$$

La pulsation de l'oscillateur est donc donnée par $\boxed{\omega_0^2=\frac{d^2U\left(x_{\text{éq}}\right)}{dx^2} \quad (5.19)}$



Au voisinage de $x_{\text{éq}}$, le graphe de $U(x)$ a un comportement parabolique. Dans le plan $\left(x,\dot{x}\right)$ (espace des phases), les orbites sont approximées par des ellipses.

5.3.1 Approximation harmonique

Expérience :

5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Projection d'un mouvement circulaire uniforme

5.3.1 Approximation harmonique

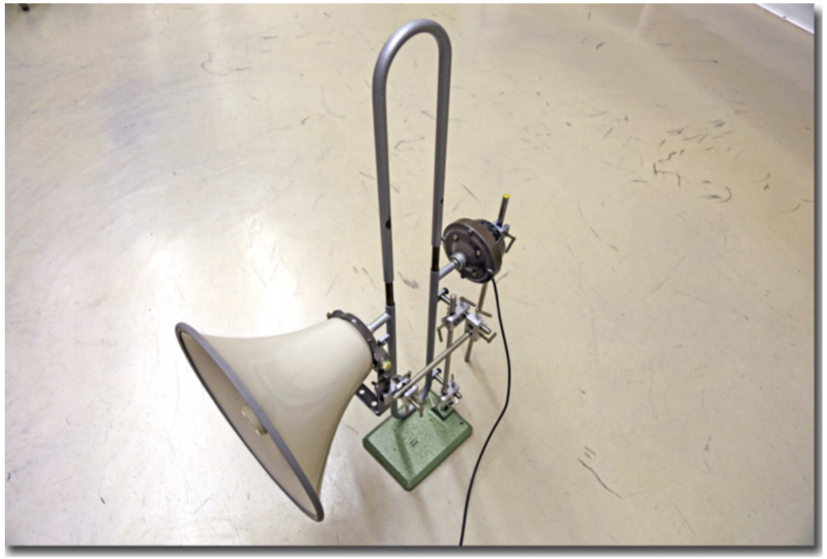
Expérience : Projection d’un mouvement circulaire uniforme

- La projection du mouvement oscillatoire d’un pendule est superposée à la projection d’un mouvement circulaire uniforme.

- Un mouvement circulaire uniforme est la combinaison linéaire de deux mouvements oscillatoires orthogonaux déphasés de 90° (i.e., $\pi/2$).

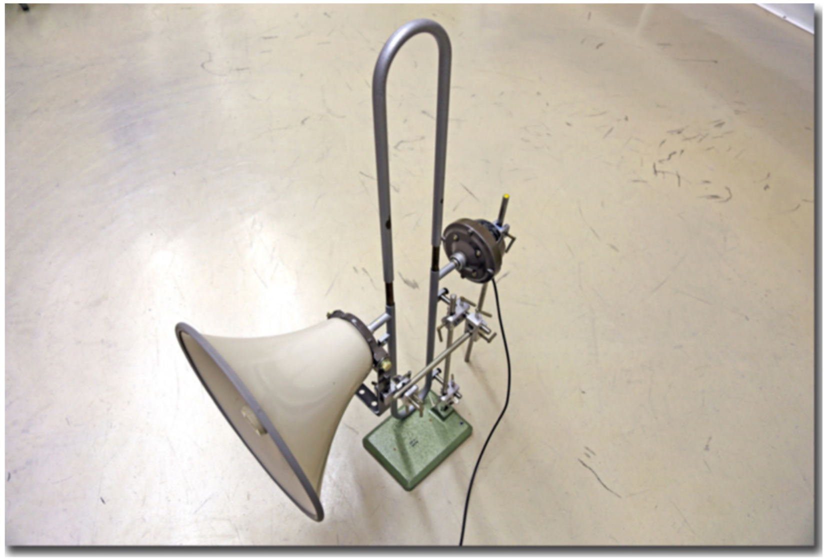
5.3.1 Approximation harmonique

Expérience :



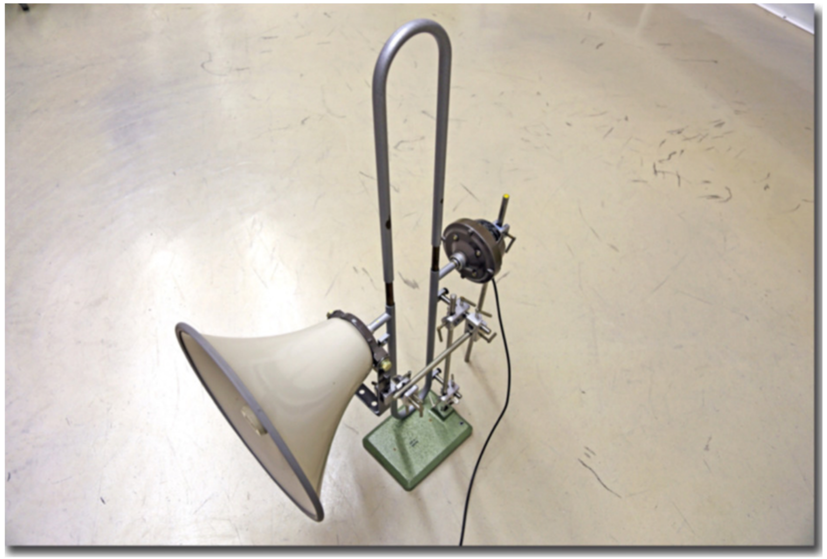
5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Résonance acoustique – trombone de Koenig



5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Résonance acoustique – trombone de Koenig



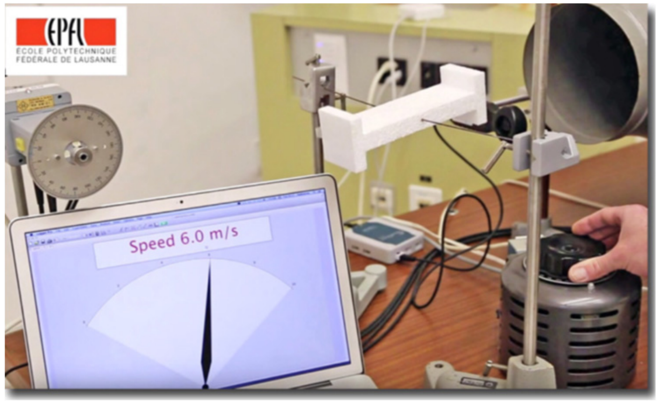
- Lorsqu'on excite acoustiquement le trombone à certaines fréquences, on obtient une amplification du signal sonore appelée résonance acoustique.

5.3.1 Approximation harmonique

Expérience :

1. Pont de Tacoma (1940)

2. Modèle mécanique du pont

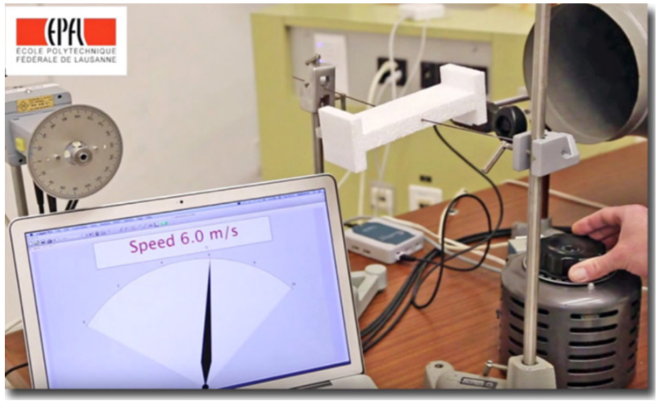


5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Résonance mécanique – Pont de Tacoma (1940)

1. Pont de Tacoma (1940)

2. Modèle mécanique du pont

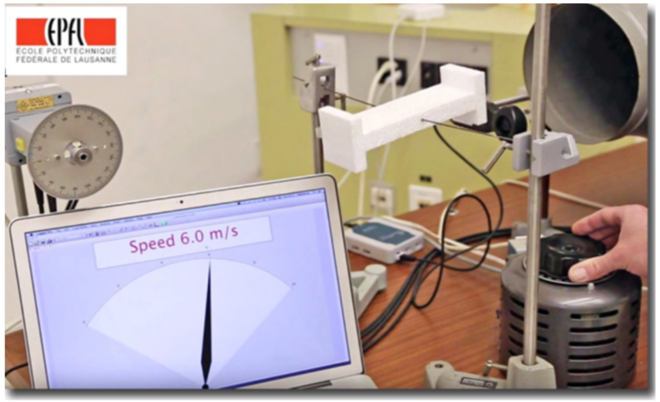


5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Résonance mécanique – Pont de Tacoma (1940)

1. Pont de Tacoma (1940)

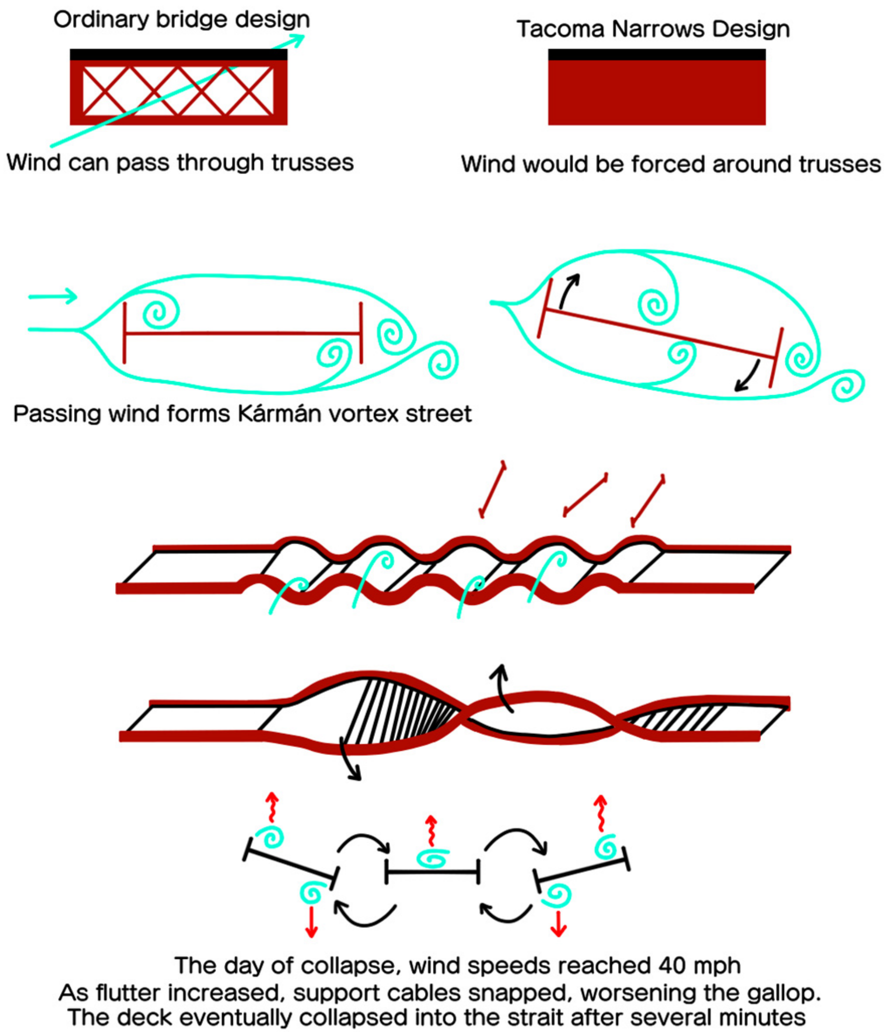
2. Modèle mécanique du pont



Le pont sur le fleuve Tacoma (USA) s'est effondré en 1940 quand un vent a généré une résonance du mouvement oscillatoire en torsion dont l'amplitude est devenue si grande que la structure n'a pas pu résister.

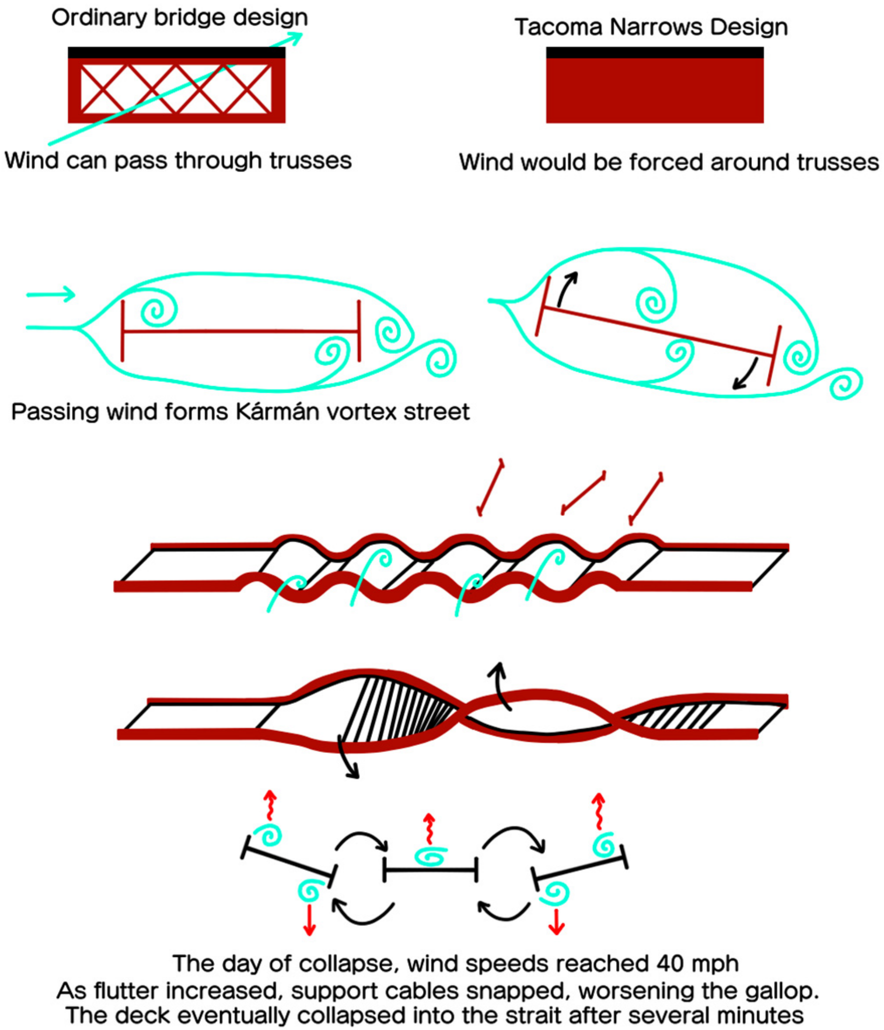
5.3.1 Approximation harmonique

Expérience :



5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Résonance mécanique – Pont de Tacoma (1940)



5.3.1 Approximation harmonique

Expérience :

5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Synchronisation des métronomes


A


B

5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Synchronisation des métronomes

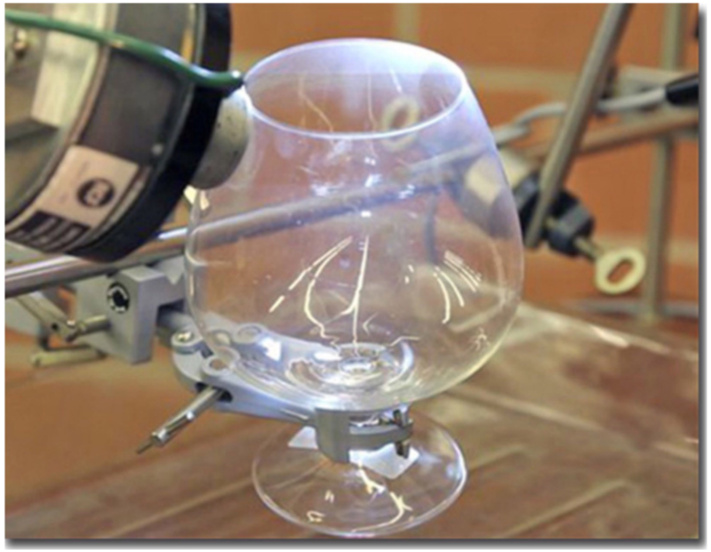
A

B

Six métronomes de même fréquence d'oscillation oscillent sur une même plaque de bois. Lorsque la plaque peut rouler sur deux cylindres de plexiglas, les métronomes se synchronisent (*A*). Sinon, ils se désynchronisent.

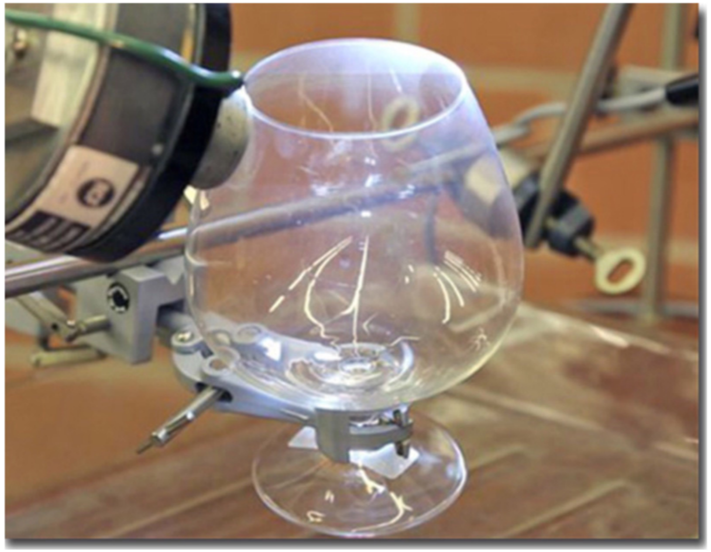
5.3.1 Approximation harmonique

Expérience :



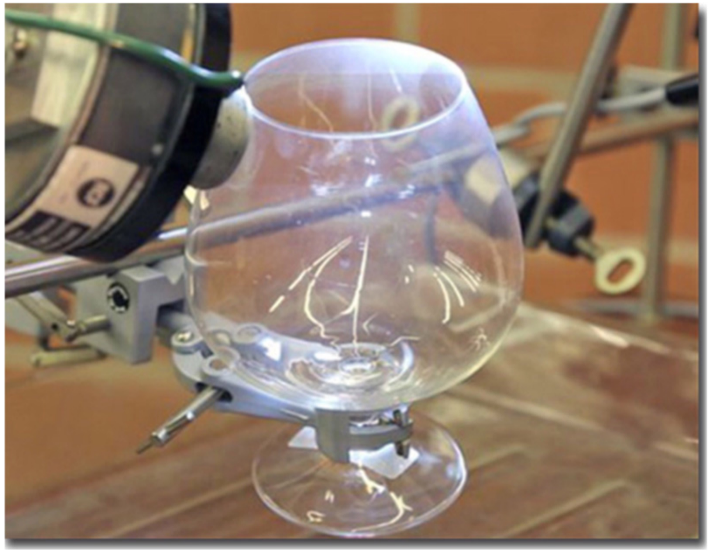
5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Destruction d'un verre par résonance acoustique



5.3.1 Approximation harmonique

Expérience : Destruction d’un verre par résonance acoustique

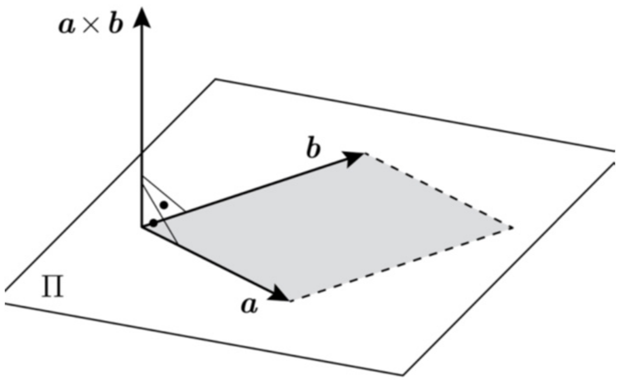


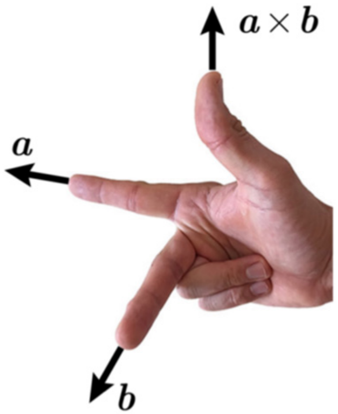
Lorsque le verre est excité acoustiquement à l’aide d’un haut-parleur à sa fréquence de résonance, il est d’abord déformé, puis il se casse.

6. Rotation en deux dimensions

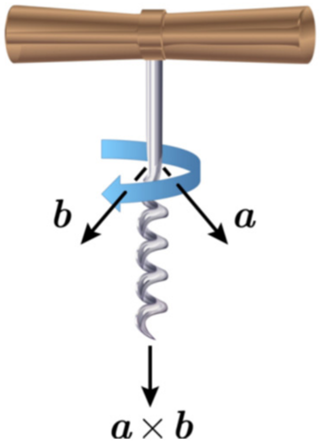
6.1 Produit vectoriel

6.1 Produit vectoriel



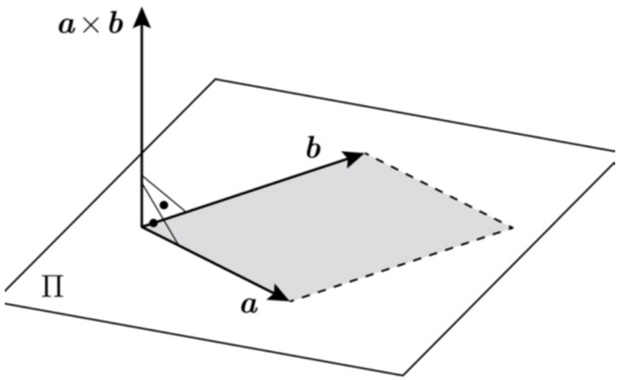


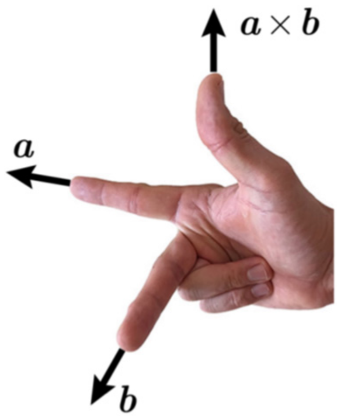
Règle de la main droite



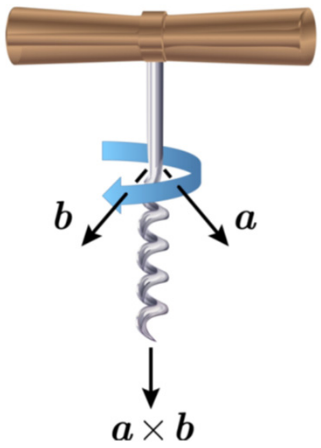
Règle du tire-bouchon

6.1 Produit vectoriel





Règle de la main droite



Règle du tire-bouchon

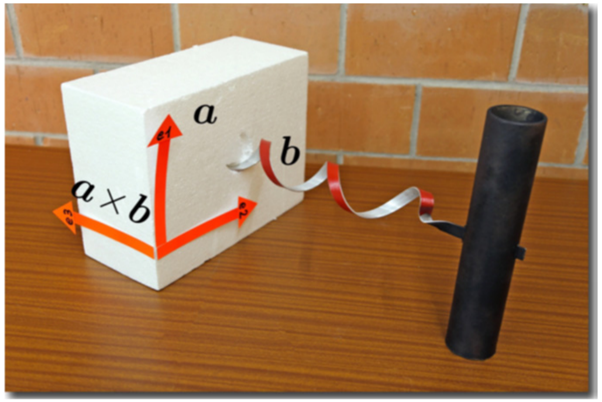
- **a** $\times$ **b** est un vecteur.
- **a** $\times$ **b** est orthogonal aux vecteurs **a** et **b**

  donc normal au plan π(**a**, **b**).
- Le sens de **a** $\times$ **b** est donné par la règle de la main droite ou du tire-bouchon.
- La norme de **a** $\times$ **b** est l'aire du

  parallélogramme engendré par **a** et **b**.

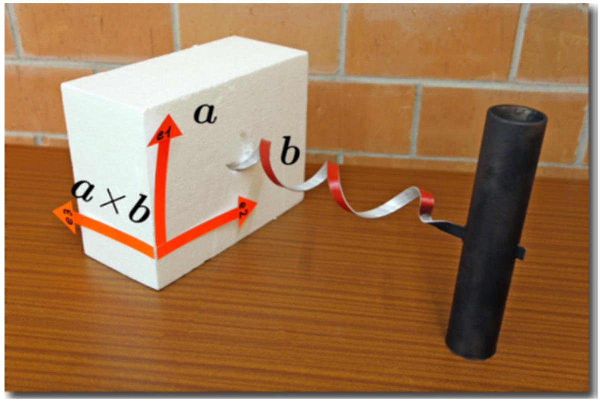
6.1 Produit vectoriel

Expérience :



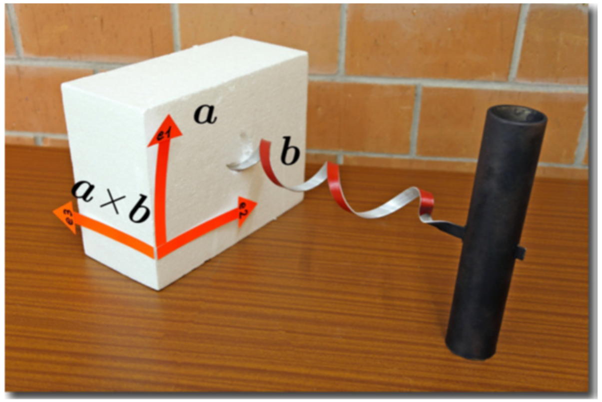
6.1 Produit vectoriel

Expérience : Règle du tire-bouchon



6.1 Produit vectoriel

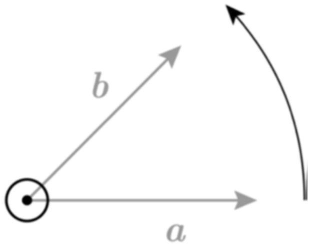
Expérience : Règle du tire-bouchon

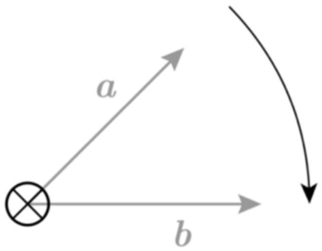


- En tournant le manche du tire-bouchon dans le sens des aiguilles d'une montre du vecteur **a** vers le vecteur **b**, on le visse dans la direction du vecteur **a** × **b**.
- En tournant le manche du tire-bouchon dans le sens trigonométrique du vecteur **b** vers le vecteur **a**, on le dévisse dans la direction du vecteur **b** × **a** = -**a** × **b**.

6.1 Produit vectoriel

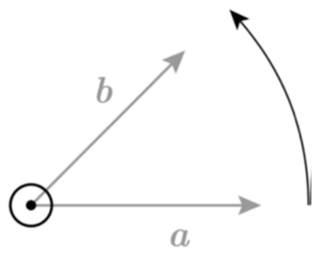
Convention :

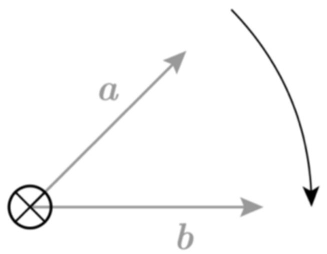




6.1 Produit vectoriel

Convention : Dans une vue du plan $\pi(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

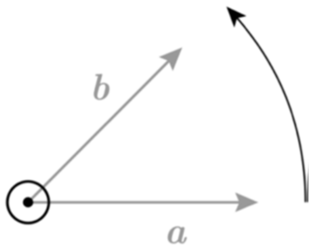


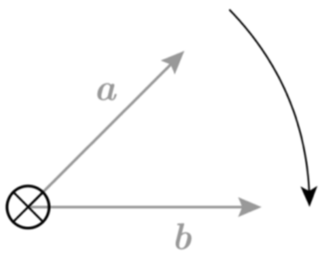


6.1 Produit vectoriel

Convention : Dans une vue du plan π(**a**, **b**)

- $\odot$ est un vecteur normal au plan et sortant du plan (flèche vue de devant).

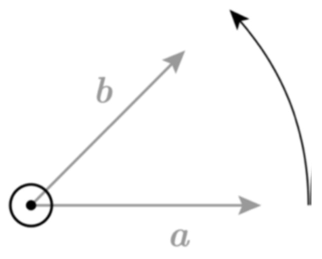




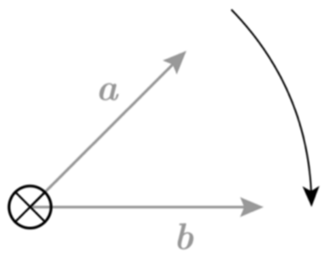
6.1 Produit vectoriel

Convention : Dans une vue du plan $\pi(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

- $\odot$ est un vecteur normal au plan et sortant du plan (flèche vue de devant).



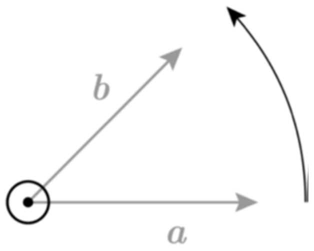
$\odot$ $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$: tourner a sur b, dévisser, sortir du plan.



6.1 Produit vectoriel

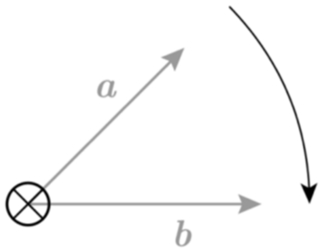
Convention : Dans une vue du plan $\pi(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

- $\odot$ est un vecteur normal au plan et sortant du plan (flèche vue de devant).



$\odot$ $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$: tourner a sur b, dévisser, sortir du plan.

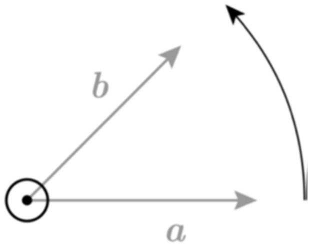
- $\otimes$ est un vecteur normal au plan et entrant dans le plan (flèche vue de derrière).



6.1 Produit vectoriel

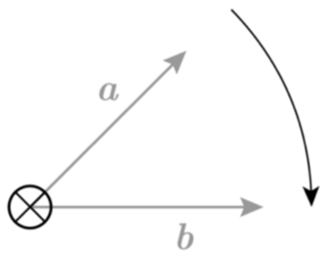
Convention : Dans une vue du plan $\pi(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

- $\odot$ est un vecteur normal au plan et sortant du plan (flèche vue de devant).



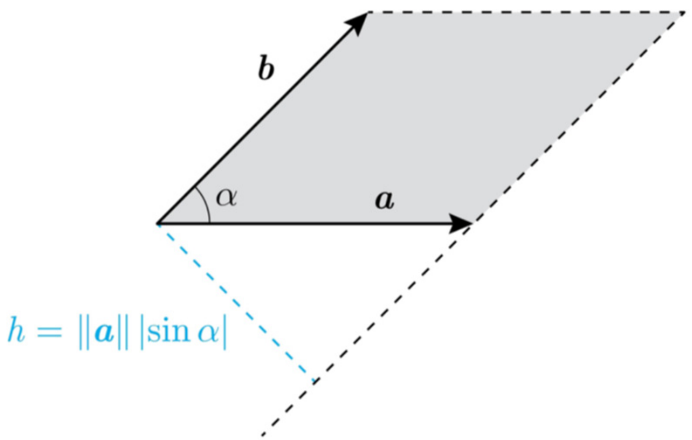
$\odot$ $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$: tourner a sur b, dévisser, sortir du plan.

- $\otimes$ est un vecteur normal au plan et entrant dans le plan (flèche vue de derrière).



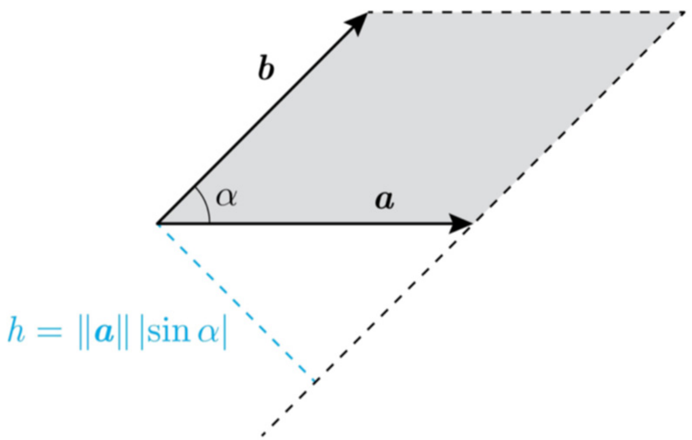
$\otimes$ $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$: tourner a sur b, visser, entrer dans le plan.

6.1 Produit vectoriel



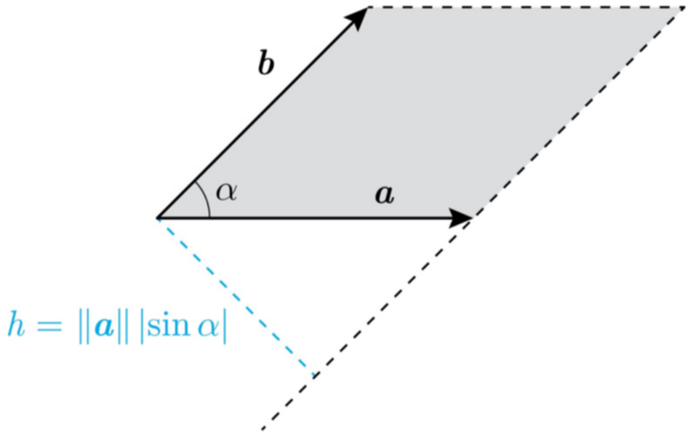
6.1 Produit vectoriel

- Si α est l'angle entre **a** et **b**, la norme de $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ se calcule par le produit de la base fois la hauteur.



6.1 Produit vectoriel

- Si α est l'angle entre **a** et **b**, la norme de **a** × **b** se calcule par le produit de la base fois la hauteur.



$$\boxed{\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\| = h\|\mathbf{b}\| = \|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|\sin\alpha \quad (6.1)}$$

6.2 Moment d'une force

6.2 Moment d'une force

Questions :

6.2 Moment d'une force

- La 2ème loi de Newton décrit l'évolution du centre de masse d'un objet considéré :

$$\boxed{\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \dot{\mathbf{P}} = m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} \quad (6.2)}$$ si m = cste

Questions :

6.2 *Moment d'une force*

- La 2ème loi de Newton décrit l'évolution du centre de masse d'un objet considéré :

$$\boxed{\mathbf{F}^{\text{ext}} = \dot{\mathbf{P}} = m\mathbf{a}_{\text{CM}} \quad (6.2)}$$

si m = cste

- Dans le cas particulier où la résultante des forces extérieures est nulle, i.e., $\mathbf{F}^{\text{ext}} = \mathbf{0}$:

$$\boxed{\mathbf{P} = \mathbf{cste} \Leftrightarrow \mathbf{a}_{\text{CM}} = \mathbf{0} \quad (6.3)}$$

il y a conservation de la quantité de mouvement **P** de l'objet qui est soit en MRU soit au repos.

Questions :

6.2 Moment d'une force

- La 2ème loi de Newton décrit l'évolution du centre de masse d'un objet considéré :

$$\boxed{\mathbf{F}^{\text{ext}} = \dot{\mathbf{P}} = m\mathbf{a}_{\text{CM}} \quad (6.2)}$$ si m = cste

- Dans le cas particulier où la résultante des forces extérieures est nulle, i.e., $\mathbf{F}^{\text{ext}} = \mathbf{0}$:

$$\boxed{\mathbf{P} = \mathbf{cste} \Leftrightarrow \mathbf{a}_{\text{CM}} = \mathbf{0} \quad (6.3)}$$

il y a conservation de la quantité de mouvement **P** de l'objet qui est soit en MRU soit au repos.

Questions :

1. Comment décrire le mouvement de déformation propre ou de rotation propre de l'objet autour du centre de masse?

2. Existe-t-il une grandeur vectorielle et extensive analogue à **P** qui joue le rôle de « quantité de mouvement en rotation »?

6.2 Moment d'une force

Réponses :

6.2 Moment d'une force

3. Existe-t-il une grandeur vectorielle et extensive analogue à $\mathbf{F}^{ext}$ qui joue le rôle de « force extérieure en rotation »?

Réponses :

6.2 Moment d'une force

3. Existe-t-il une grandeur vectorielle et extensive analogue à $\mathbf{F}^{ext}$ qui joue le rôle de « force extérieure en rotation »?

Réponses :

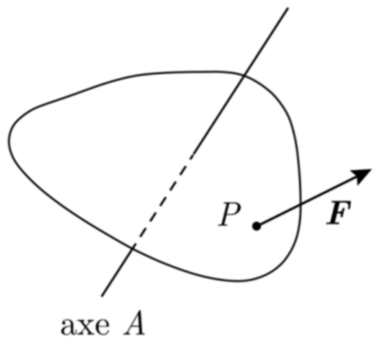
1. La description d'un mouvement de déformation propre est très complexe sur le plan mathématique (géométrie différentielle utilisée en relativité générale). En revanche, on va caractériser physiquement le mouvement de rotation propre d'un objet autour de son centre de masse.

2. La grandeur analogue à la quantité de mouvement **P** pour décrire un mouvement de rotation propre est le moment cinétique **L**.

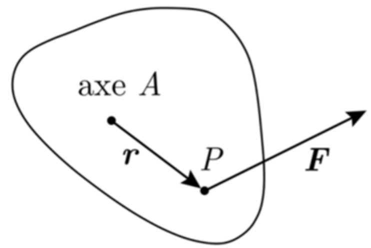
3. La grandeur analogue à la force extérieure $\mathbf{F}^{ext}$ en rotation propre est le moment de la force extérieure $\mathbf{M}^{ext}$.

6.2 Moment d'une force

Vue en 3D

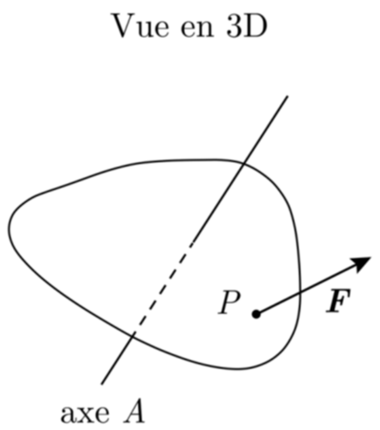


Vue en 2D dans un plan perpendiculaire à l'axe A

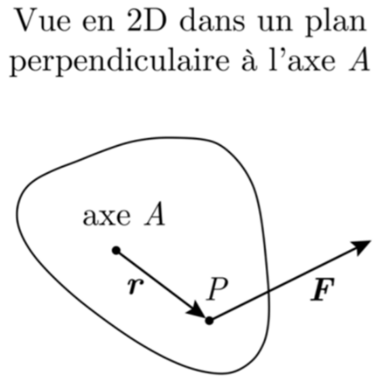


6.2 Moment d'une force

- Si on veut mettre un objet en mouvement autour d'un axe fixe *A*, on doit appliquer une force **F** en un point *P*,

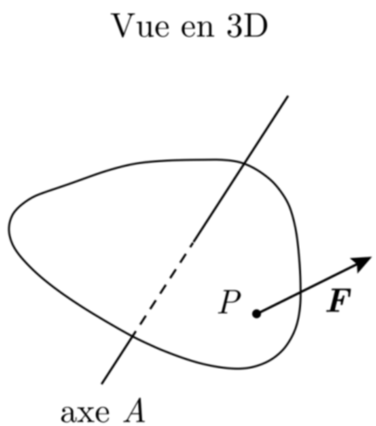


où **F** est perpendiculaire à l'axe de rotation.

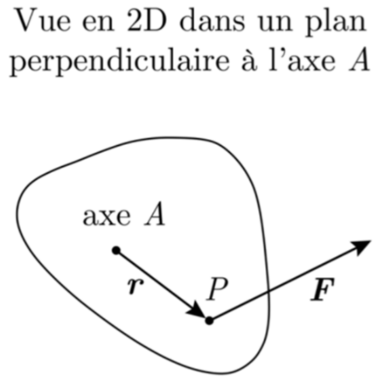


6.2 Moment d'une force

- Si on veut mettre un objet en mouvement autour d'un axe fixe *A*, on doit appliquer une force **F** en un point *P*,



où **F** est perpendiculaire à l'axe de rotation.

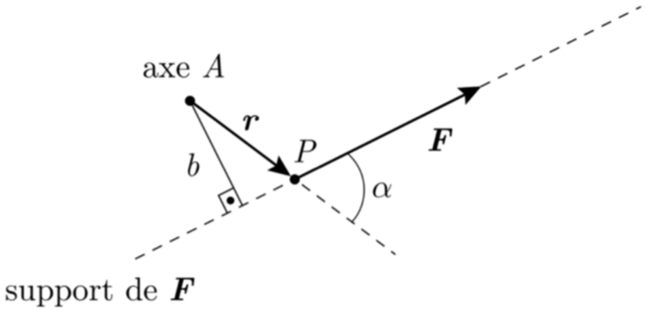


- On constate que la mise en rotation dépend :

1. de la force exercée **F**,

2. du point d'application *P*, plus précisément du bras de levier.

6.2 Moment d'une force

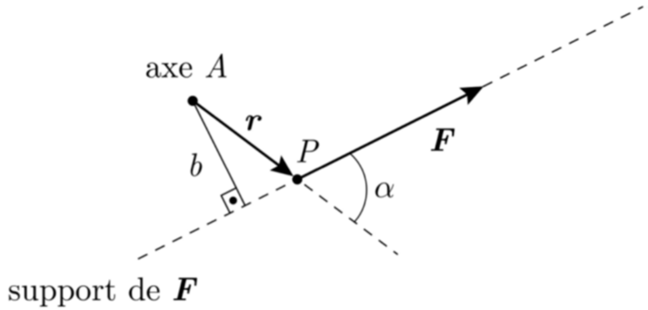


Tourniquet

6.2 Moment d'une force

<u>Bras de levier **F** par rapport à l'axe *A*</u> :

Distance de l'axe A à la droite définie par P et **F** (support de **F**).



$$\boxed{b = \|\mathbf{r}\| |\sin\alpha| \quad (6.4)}$$

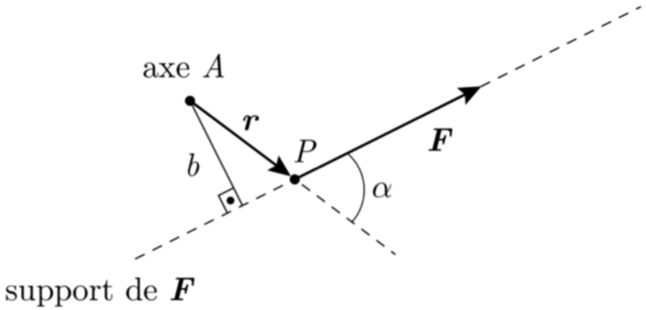
où α est l'angle entre les vecteurs **r** et **F**.

Tourniquet

6.2 Moment d'une force

Bras de levier **F** par rapport à l'axe A :

Distance de l'axe A à la droite définie par P et **F** (support de **F**).



$$\boxed{b = \|\mathbf{r}\| |\sin\alpha| \quad (6.4)}$$

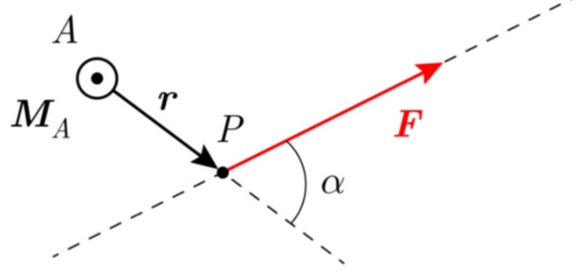
où α est l'angle entre les vecteurs **r** et **F**.

- La grandeur physique qui génère un mouvement de rotation est le moment de force défini comme le produit du bras de levier fois la norme de la force :

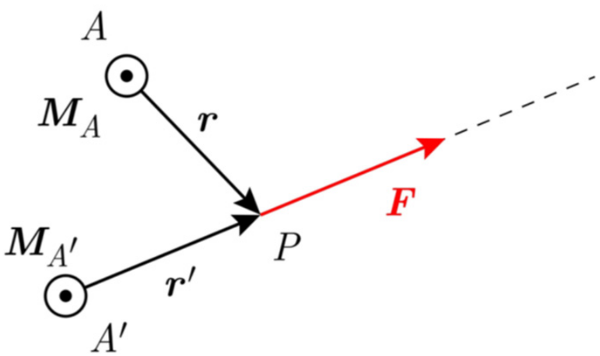
$$\boxed{M_A = b\|\mathbf{F}\| = \|\mathbf{r}\|\|\mathbf{F}\||\sin\alpha| = \|\mathbf{r}\times\mathbf{F}\| \quad (6.5)}$$

Tourniquet

6.2 Moment d’une force



Remarques importantes :

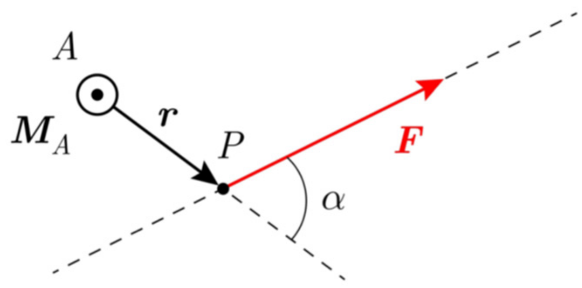


6.2 Moment d'une force

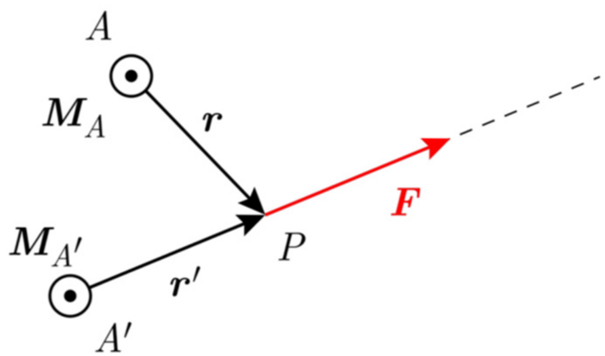
- Le vecteur <u>moment de force</u> de **F** par rapport au point *A* lorsque la force est appliquée en *P* s'écrit :

$$\boxed{\mathbf{M_A} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (6.6)}$$

où **r** = **AP** et $M_A = \|\mathbf{M_A}\| = \|\mathbf{r}\|\|\mathbf{F}\|\sin\alpha = bF$.



Remarques importantes :

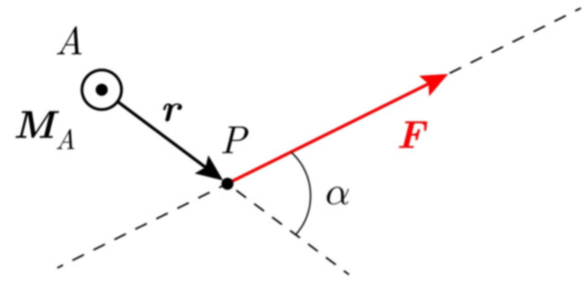


6.2 Moment d'une force

- Le vecteur <u>moment de force</u> de **F** par rapport au point *A* lorsque la force est appliquée en *P* s'écrit :

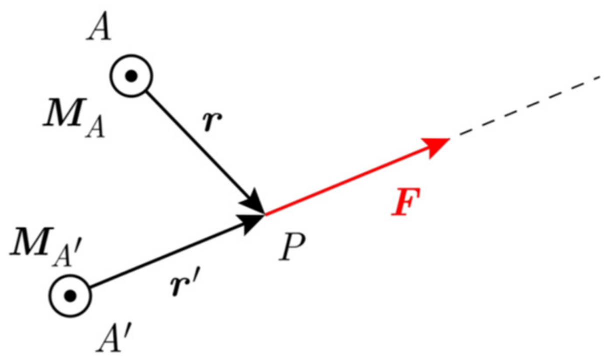
$$\boxed{\mathbf{M_A} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (6.6)}$$

où **r** = **AP** et $M_A = \|\mathbf{M_A}\| = \|\mathbf{r}\|\|\mathbf{F}\|\sin\alpha = bF$.



- Unité physique (SI) : [N.m]

Remarques importantes :

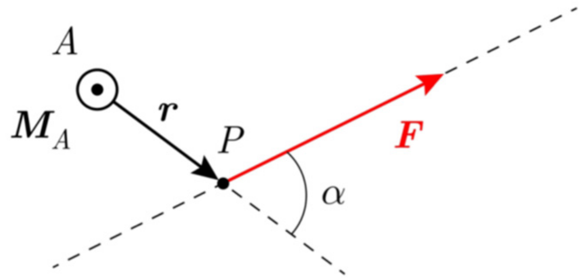


6.2 *Moment d'une force*

- Le vecteur <u>moment de force</u> de **F** par rapport au point *A* lorsque la force est appliquée en *P* s'écrit :

$$\boxed{\mathbf{M_A} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (6.6)}$$

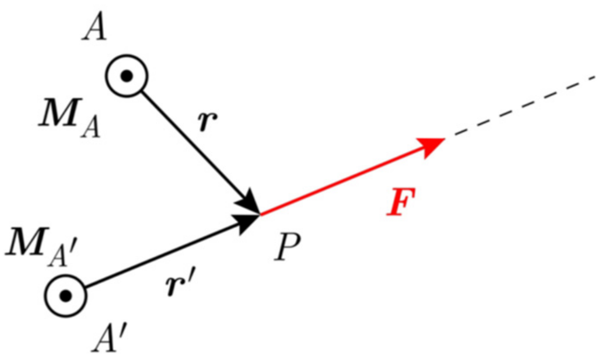
où $\mathbf{r} = \mathbf{AP}$ et $M_A = \|\mathbf{M_A}\| = \|\mathbf{r}\|\|\mathbf{F}\|\sin\alpha = bF$.



- Unité physique (SI) : [N.m]

Remarques importantes :

1. Le moment de force $\mathbf{M_A}$ dépend du choix de *A* à préciser.

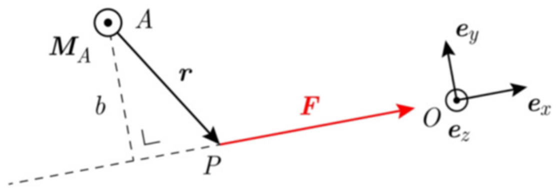


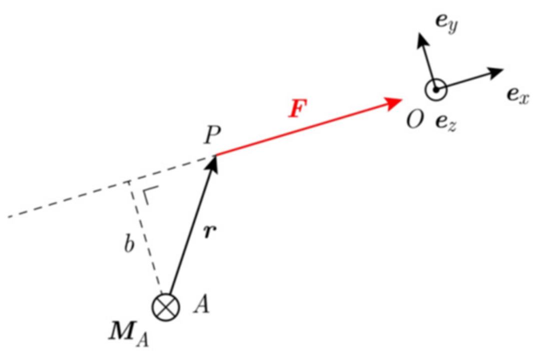
$$\mathbf{M_A} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \neq \mathbf{0} \qquad \mathbf{r} = \mathbf{AP}$$

$$\mathbf{M_{A'}} = \mathbf{r'} \times \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad \text{où} \quad \mathbf{r'} = \mathbf{A'P}$$

$$\text{Donc } \mathbf{M_A} \neq \mathbf{M_{A'}} \qquad \|\mathbf{r}\| = \|\mathbf{r'}\|$$

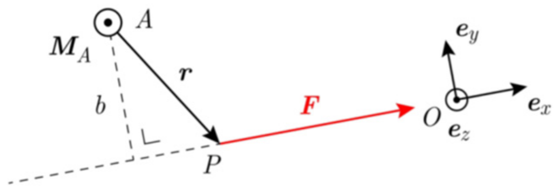
6.2 Moment d'une force

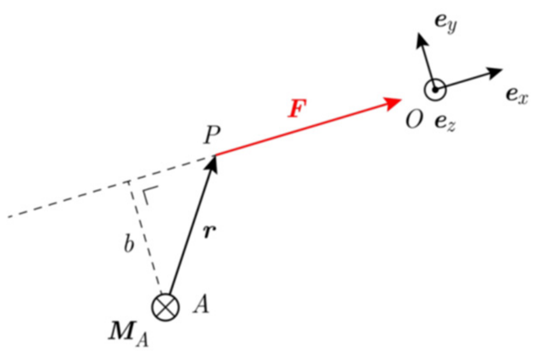




6.2 Moment d'une force

2. Le moment de force $\mathbf{M_A}$ induit une rotation :
- autour de A,
- d'axe normal à **r** = **AP** et à **F**,
- de sens donné par la règle de la main droite ou du tire-bouchon.



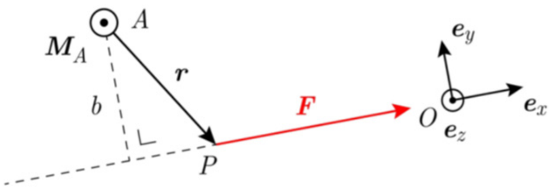


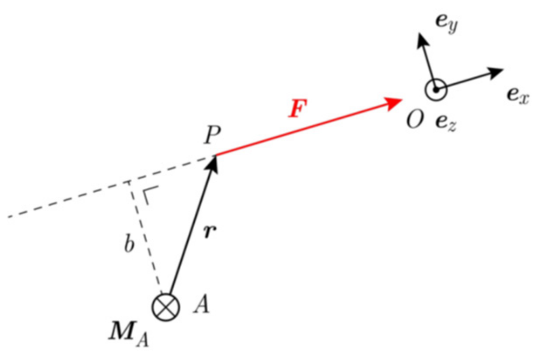
6.2 Moment d'une force

2. Le moment de force $\mathbf{M_A}$ induit une rotation :

- autour de *A*,
- d'axe normal à **r** = **AP** et à **F**,
- de sens donné par la règle de la main droite ou du tire-bouchon.

a) Le pouce ou le tire-bouchon sort du plan : ⊙ $\mathbf{M_A}$ est sortant.

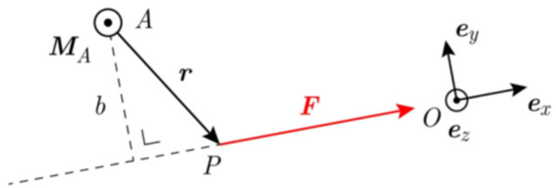




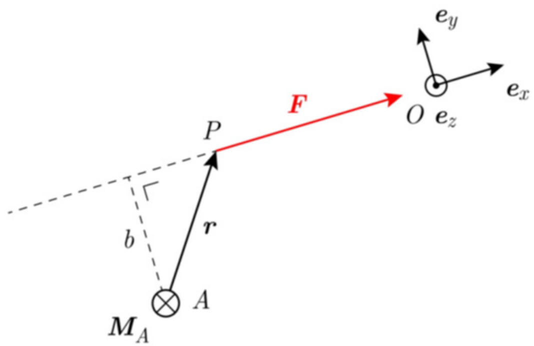
6.2 Moment d'une force

2. Le moment de force $\mathbf{M_A}$ induit une rotation :
- autour de A,
- d'axe normal à $\mathbf{r} = \mathbf{AP}$ et à $\mathbf{F}$,
- de sens donné par la règle de la main droite ou du tire-bouchon.

a) Le pouce ou le tire-bouchon sort du plan : $\odot \mathbf{M_A}$ est sortant.



- Avec un choix de repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ où $\mathbf{e}_z$ sort du plan, i.e., $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y$, $\mathbf{M_A} = M_A \mathbf{e}_z$

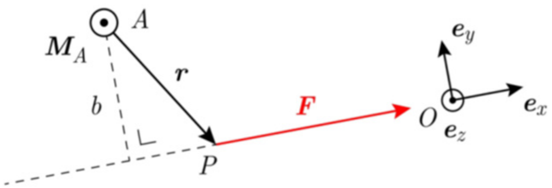


6.2 Moment d'une force

2. Le moment de force $\mathbf{M_A}$ induit une rotation :

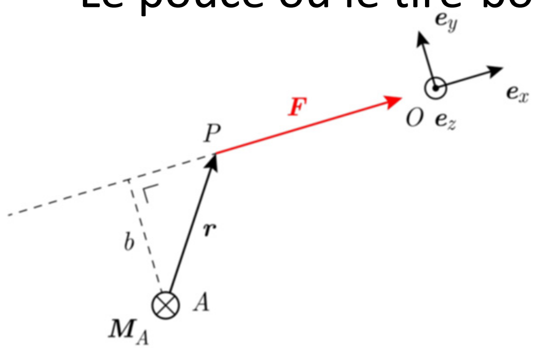
- autour de A,
- d'axe normal à $\mathbf{r} = \mathbf{AP}$ et à $\mathbf{F}$,
- de sens donné par la règle de la main droite ou du tire-bouchon.

a) Le pouce ou le tire-bouchon sort du plan : $\odot \mathbf{M_A}$ est sortant.



- Avec un choix de repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ où $\mathbf{e}_z$ sort du plan, i.e., $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y$, $\mathbf{M_A} = M_A \mathbf{e}_z$

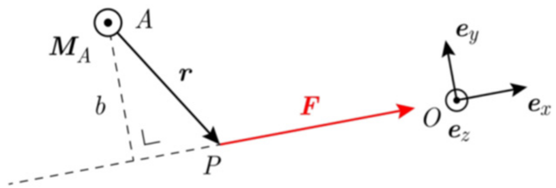
b) Le pouce ou le tire-bouchon entre dans le plan : $\otimes$ $\mathbf{M_A}$ est entrant.



2. Le moment de force $\mathbf{M_A}$ induit une rotation :

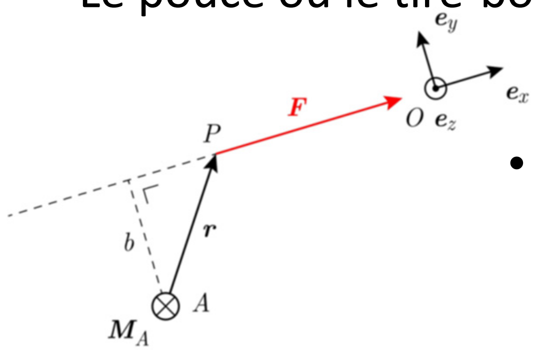
- autour de A,
- d’axe normal à $\mathbf{r} = \mathbf{AP}$ et à $\mathbf{F}$,
- de sens donné par la règle de la main droite ou du tire-bouchon.

a) Le pouce ou le tire-bouchon sort du plan : $\odot\mathbf{M_A}$ est sortant.



- Avec un choix de repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ où $\mathbf{e}_z$ sort du plan, i.e., $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y$, $\mathbf{M_A} = M_A\mathbf{e}_z$

b) Le pouce ou le tire-bouchon entre dans le plan : $\otimes$ $\mathbf{M_A}$ est entrant.



- Avec un choix de repère orthonormé $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ où $\mathbf{e}_z$ sort du plan, $\mathbf{M_A} = -M_A\mathbf{e}_z$