Leçon 13 – 08/04/2025

4. Énergie

- 4.2 Énergie cinétique et travail
- 4.3 Puissance

4.2.1 Énergie cinétique

James Prescott Joule

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

James Prescott Joule

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.

James Prescott Joule

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^{2} \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.

- Unité physique de l'énergie (SI) : le Joule [J] = [N.m] = [kg.m^2.s^{-2}]

James Prescott Joule

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

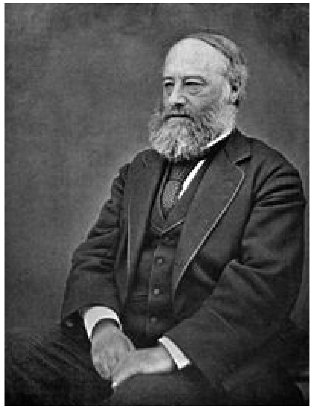
$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.

- Unité physique de l'énergie (SI) : le Joule [J] = [N.m] = [kg.m^2.s^{-2}]

- Ainsi, la relation (4.6) devient :

$$\boxed{\frac{dE_{\text{cin,CM}}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt} \quad (4.8)} \quad \text{où} \quad \mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt}$$



James Prescott Joule

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.

- Unité physique de l'énergie (SI) : le Joule [J] = [N.m] = [kg.m^2.s^{-2}]

James Prescott Joule

- Ainsi, la relation (4.6) devient :

$$\boxed{\frac{dE_{\text{cin,CM}}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt} \quad (4.8)} \quad \text{où} \quad \mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt}$$

- On multiplie la relation (4.8) par l'intervalle de temps infinitésimal :

$$\boxed{dE_{\text{cin,CM}} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} \quad (4.9)}$$

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.

James Prescott Joule

- Unité physique de l'énergie (SI) : le Joule [J] = [N.m] = [kg.m^2.s^{-2}]

- Ainsi, la relation (4.6) devient :

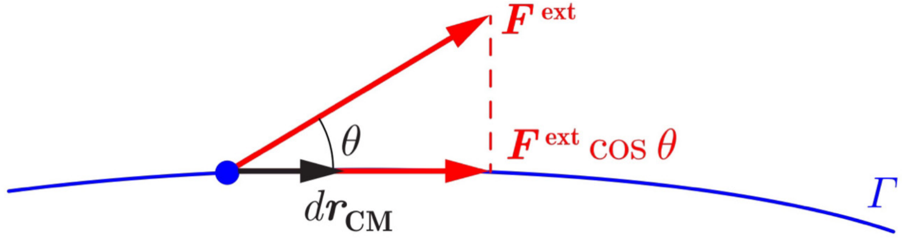
$$\boxed{\frac{dE_{\text{cin,CM}}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt} \quad (4.8)} \quad \text{où} \quad \mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt}$$

- On multiplie la relation (4.8) par l'intervalle de temps infinitésimal :

$$\boxed{dE_{\text{cin,CM}} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} \quad (4.9)}$$

- La variation de l'énergie cinétique est due aux forces extérieures.

4.2.2 Travail

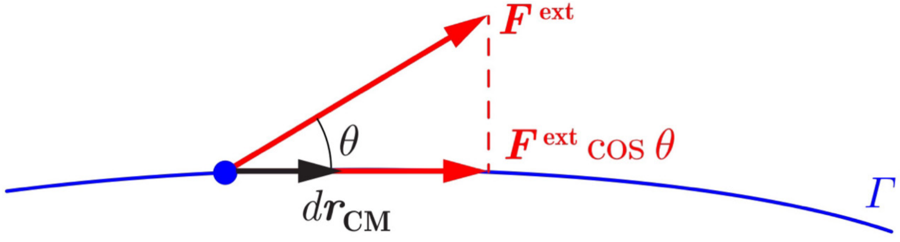


Remarque :

4.2.2 Travail

- Le travail infinitésimal des forces extérieures sur le CM pour un déplacement infinitésimal $d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$ est défini comme :

$$\boxed{\begin{aligned}\delta W^{\text{ext}} &= \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \\ &= \left\|\mathbf{F}^{\mathbf{ext}}\right\| \left\|d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}\right\| \cos\theta \quad (4.10)\end{aligned}}$$

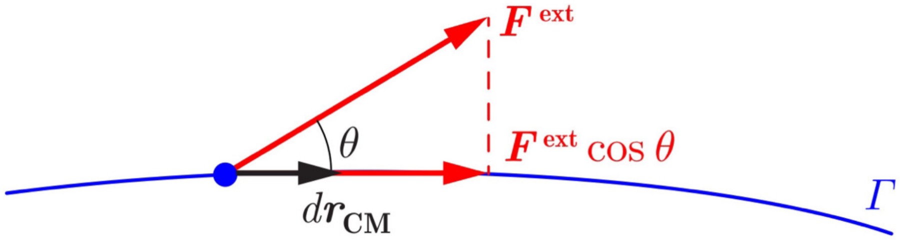


Remarque :

4.2.2 Travail

- Le travail infinitésimal des forces extérieures sur le CM pour un déplacement infinitésimal $d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$ est défini comme :

$$\begin{aligned} \delta W^{\text{ext}} &= \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \\ &= \left\| \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \right\| \left\| d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \right\| \cos\theta \quad (4.10) \end{aligned}$$



- Le travail des forces extérieures sur le CM pour un déplacement d'une position initiale $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}(t_1)$ à une position finale $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}(t_2)$ est la somme des travaux infinitésimaux :

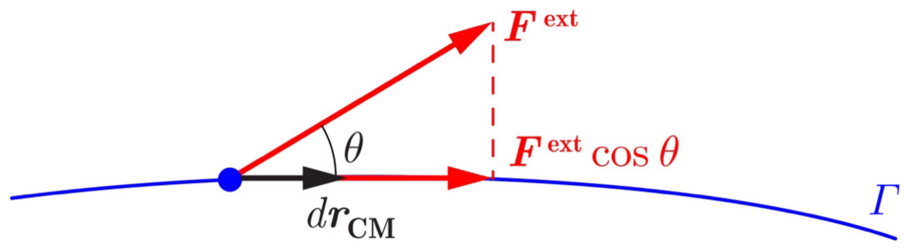
$$W_{1\to 2}^{\text{ext}} = \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \quad (4.11)$$

Remarque :

4.2.2 Travail

- Le <u>travail infinitésimal</u> des forces extérieures sur le CM pour un déplacement infinitésimal $d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$ est défini comme :

$$
\boxed{\begin{aligned}\delta W^{\text{ext}} &= \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \\ &= \left\|\mathbf{F}^{\mathbf{ext}}\right\| \left\|d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}\right\| \cos\theta \quad (4.10)\end{aligned}}
$$



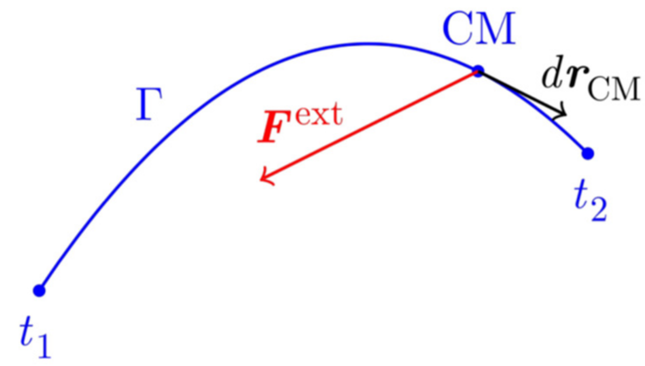
- Le <u>travail</u> des forces extérieures sur le CM pour un déplacement d'une position initiale $\mathbf{r_1} = \mathbf{r}(t_1)$ à une position finale $\mathbf{r_2} = \mathbf{r}(t_2)$ est la somme des travaux infinitésimaux :

$$
\boxed{W_{1\to 2}^{\text{ext}} = \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \quad (4.11)}
$$

Remarque :

Une somme continue est une intégrale. Cette intégrale est calculée par rapport à la position qui est fonction du temps.

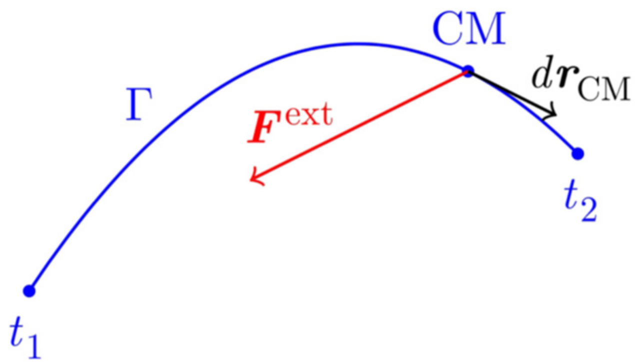
4.2.3 Théorème de l'énergie cinétique



4.2.3 Théorème de l'énergie cinétique

- Le travail effectué par les forces extérieures entre t_1 et t_2 s'écrit :

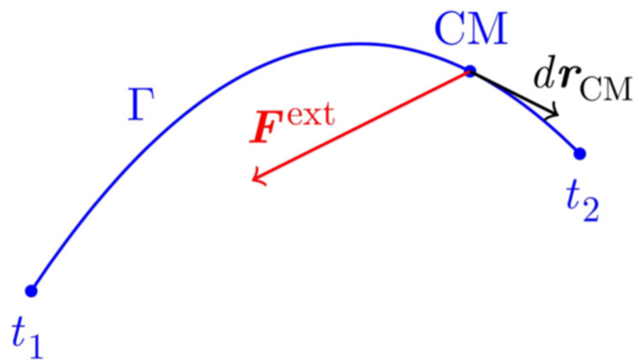
$$W_{1\to 2}^{\text{ext}} \overset{(4.11)}{=} \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \overset{(4.9)}{=} \int_1^2 dE_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1)$$



4.2.3 Théorème de l'énergie cinétique

- Le travail effectué par les forces extérieures entre t_1 et t_2 s'écrit :

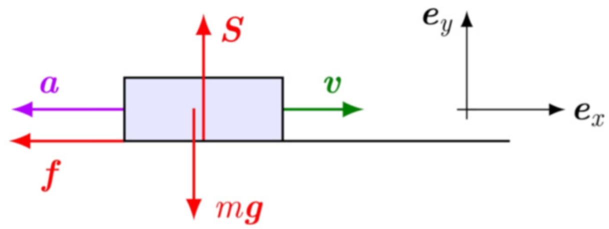
$$W^{\text{ext}}_{1\to 2} \overset{(4.11)}{=} \int_1^2 \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \overset{(4.9)}{=} \int_1^2 dE_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1)$$



- Le théorème de l'énergie cinétique affirme que la variation d'énergie cinétique du CM est due au travail des forces extérieures :

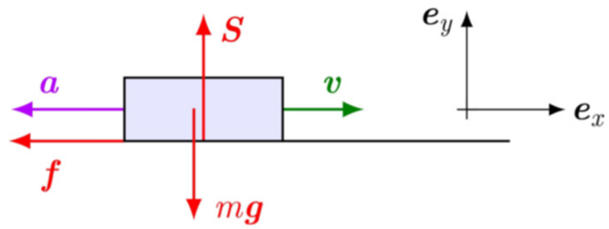
$$\boxed{E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = W^{\text{ext}}_{1\to 2} \quad (4.12)}$$

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique



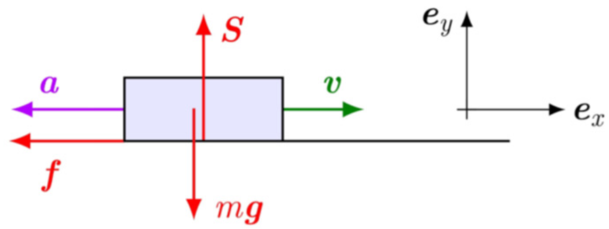
4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- Un objet de masse m glisse le long d'un plan horizontal. Il est soumis à une force de frottement $\mathbf{f}$ constante opposée à la vitesse. Sa vitesse initiale est $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(t_1)$ et on cherche sa vitesse finale $\mathbf{v}(t_2)$ après avoir parcouru une distance $l = x_2 - x_1$.



4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

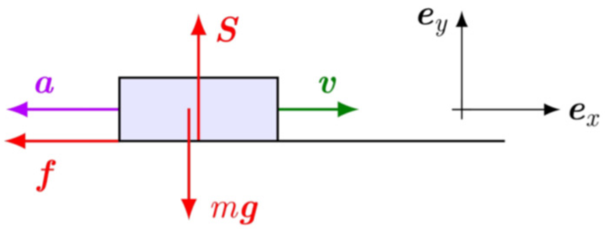
- Un objet de masse m glisse le long d'un plan horizontal. Il est soumis à une force de frottement **f** constante opposée à la vitesse. Sa vitesse initiale est $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(t_1)$ et on cherche sa vitesse finale $\mathbf{v}(t_2)$ après avoir parcouru une distance $l = x_2 - x_1$.



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien **S**, frottement **f**
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} + \mathbf{f} = m\mathbf{a}$

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- Un objet de masse m glisse le long d'un plan horizontal. Il est soumis à une force de frottement **f** constante opposée à la vitesse. Sa vitesse initiale est $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(t_1)$ et on cherche sa vitesse finale $\mathbf{v}(t_2)$ après avoir parcouru une distance $l = x_2 - x_1$.



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien **S**, frottement **f**
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} + \mathbf{f} = m\mathbf{a}$

1. Newton :

Selon $\mathbf{e}_x$: $-f = -ma$

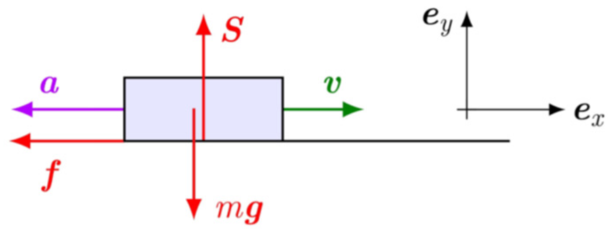
- $a = \frac{f}{m} = a_0 = \text{cste}$
- $v(t) = -a_0(t - t_1) + v_1$
- $x(t) = -\frac{1}{2}a_0(t - t_1)^2 + v_1(t - t_1) + x_1$

Ainsi, $l = x_2 - x_1 = -\frac{1}{2}a_0(t_2 - t_1)^2 + v_1(t_2 - t_1)$

et $v_2 = -a_0(t_2 - t_1) + v_1$

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- Un objet de masse m glisse le long d'un plan horizontal. Il est soumis à une force de frottement **f** constante opposée à la vitesse. Sa vitesse initiale est $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(t_1)$ et on cherche sa vitesse finale $\mathbf{v}(t_2)$ après avoir parcouru une distance $l = x_2 - x_1$.



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien **S**, frottement **f**
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} + \mathbf{f} = m\mathbf{a}$

1. Newton :

Selon $\mathbf{e}_x$: $-f = -ma$

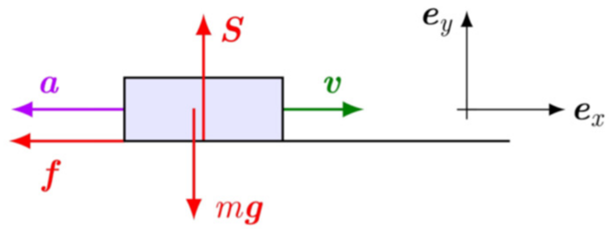
- $a = \dfrac{f}{m} = a_0 = \text{cste}$
- $\mathrm{v}(t) = -a_0(t - t_1) + v_1$
- $x(t) = -\dfrac{1}{2}a_0(t - t_1)^2 + v_1(t - t_1) + x_1$

Ainsi, $l = x_2 - x_1 = -\dfrac{1}{2}a_0(t_2 - t_1)^2 + v_1(t_2 - t_1)$

et $v_2 = -a_0(t_2 - t_1) + v_1$

$$\boxed{\text{Donc, } l = -\frac{(v_2 - v_1)^2}{2a_0} - \frac{v_1(v_2 - v_1)}{a_0} \text{ et } v_2^2 - v_1^2 = -2a_0 l = -\frac{2fl}{m} \quad (4.13)}$$

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

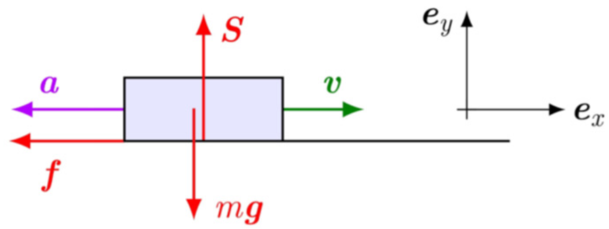


Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

2. Théorème de l'énergie cinétique :

- $\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

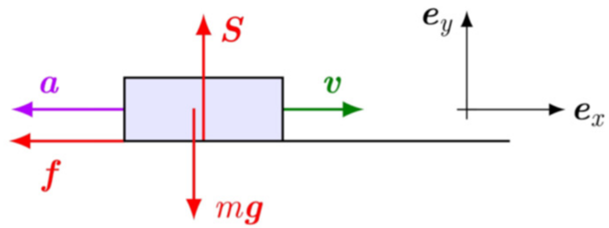


Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l’énergie cinétique

2. Théorème de l’énergie cinétique :

- $\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$



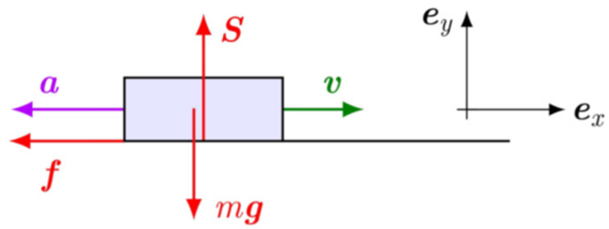
- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien **S**, frottement **f**

Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

2. Théorème de l'énergie cinétique :

- $\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$
- Travaux :



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$, frottement $\mathbf{f}$

1. $m\mathbf{g} \perp d\mathbf{r}_{\text{CM}}$:

$\delta W(m\mathbf{g}) = m\mathbf{g} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to 2}(m\mathbf{g}) = 0$

2. $\mathbf{S} \perp d\mathbf{r}_{\text{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{S}) = \mathbf{S} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to 2}(\mathbf{S}) = 0$

3. $\mathbf{f} \parallel d\mathbf{r}_{\text{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{f}) = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} = (-f\mathbf{e}_x) \cdot (dx\mathbf{e}_x) = -f dx$

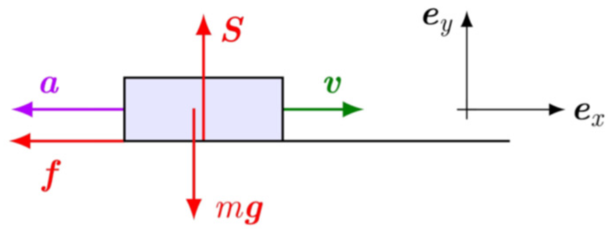
$\Rightarrow W_{1\to 2}(\mathbf{f}) = -\int_1^2 f dx = -f\int_1^2 dx = -f(x_2 - x_1) = -fl \quad (\text{car } f = \text{cste})$

Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

2. Théorème de l'énergie cinétique :

- $\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$, frottement $\mathbf{f}$

- Travaux :

1. $m\mathbf{g} \perp d\mathbf{r}_{\text{CM}}$:

$\delta W(m\mathbf{g}) = m\mathbf{g} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to 2}(m\mathbf{g}) = 0$

2. $\mathbf{S} \perp d\mathbf{r}_{\text{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{S}) = \mathbf{S} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to 2}(\mathbf{S}) = 0$

3. $\mathbf{f} \parallel d\mathbf{r}_{\text{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{f}) = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} = (-f\mathbf{e}_x) \cdot (dx\mathbf{e}_x) = -f dx$

$\Rightarrow W_{1\to 2}(\mathbf{f}) = -\int_1^2 f dx = -f\int_1^2 dx = -f(x_2 - x_1) = -fl \quad (\text{car } f = \text{cste})$

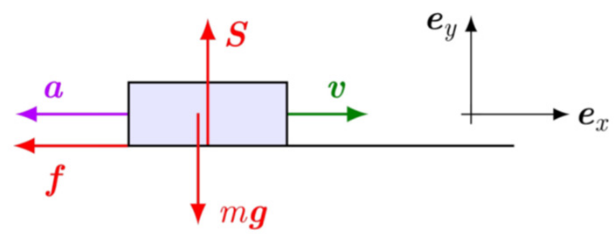
Ainsi, $\boxed{\Delta E_{\text{cin,CM}} = W_{1\to 2}^{\text{ext}} = W_{1\to 2}(\mathbf{f}) \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = -\frac{2fl}{m} \Rightarrow v_2 < v_1 \quad (4.13)}$

Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

2. Théorème de l'énergie cinétique :

- $\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$



- Travaux :

1. $m\mathbf{g} \perp d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$\delta W(m\mathbf{g}) = m\mathbf{g} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to 2}(m\mathbf{g}) = 0$

2. $\mathbf{S} \perp d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{S}) = \mathbf{S} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to 2}(\mathbf{S}) = 0$

3. $\mathbf{f} \parallel d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{f}) = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = (-f\mathbf{e}_x) \cdot (dx\mathbf{e}_x) = -fdx$

$\Rightarrow W_{1\to 2}(\mathbf{f}) = -\int_1^2 fdx = -f\int_1^2 dx = -f(x_2 - x_1) = -fl \quad (\text{car } f = \text{cste})$

Ainsi, $\boxed{\Delta E_{\text{cin,CM}} = W_{1\to 2}^{\text{ext}} = W_{1\to 2}(\mathbf{f}) \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = -\frac{2fl}{m} \Rightarrow v_2 < v_1 \quad (4.13)}$

- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$, frottement $\mathbf{f}$

Remarque : La deuxième méthode est plus efficace.

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

Remarques :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- On cherche la distance de freinage df. À l'arrêt, $v_2 = 0$. Ainsi,

$$\boxed{\underbrace{v_2^2}_{=0} - v_1^2 = -\frac{2f}{m}df \quad \Rightarrow \quad df = \frac{mv_1^2}{2f} > 0 \quad (4.14)}$$

Remarques :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- On cherche la distance de freinage df. À l'arrêt, $v_2 = 0$. Ainsi,

$$\boxed{\underbrace{v_2^2}_{=0} - v_1^2 = -\frac{2f}{m} df \quad \Rightarrow \quad df = \frac{m v_1^2}{2f} > 0 \quad (4.14)}$$

Remarques :

1. Le travail d'une force est sa contribution à la <u>variation</u> d'énergie cinétique du CM. L'énergie cinétique augmente si la force est (partiellement) dans le sens du mouvement et elle diminue si la force est (partiellement) opposée.

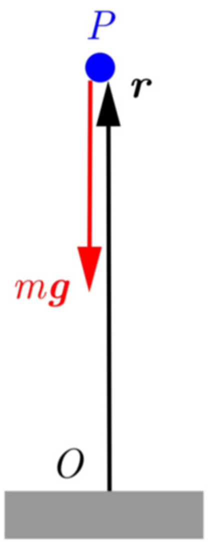
2. Une force normale au déplacement ne travaille pas.

3. En général, le travail d'une force dépend du chemin suivi par l'objet de la position initiale $\mathbf{r_1}$ à la position finale $\mathbf{r_2}$.

4.2.5 Forces conservatives et 4.2.6 énergie potentielle de gravitation

Forces conservatives

Énergie potentielle de gravitation

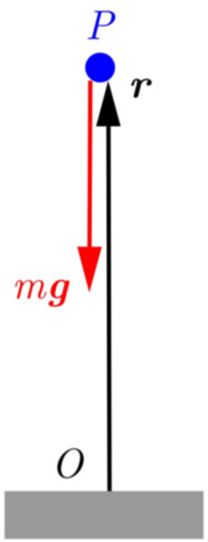


4.2.5 Forces conservatives et 4.2.6 énergie potentielle de gravitation

Forces conservatives

Une force est dite <u>conservative</u> si son travail sur l'objet considéré ne dépend que des extrémités du chemin que l'objet parcourt, et non du chemin lui-même.

Énergie potentielle de gravitation



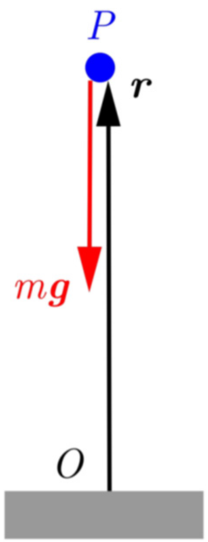
4.2.5 Forces conservatives et 4.2.6 énergie potentielle de gravitation

Forces conservatives

Une force est dite conservative si son travail sur l'objet considéré ne dépend que des extrémités du chemin que l'objet parcourt, et non du chemin lui-même.

Énergie potentielle de gravitation

- En tout point, le poids de l'objet est identique (champ gravitationnel uniforme). À la montée, le travail du poids est négatif et à la descente, il est positif.
- Entre les positions $\mathbf{r_1} = \mathbf{r}(t_1)$ et $\mathbf{r_2} = \mathbf{r}(t_2)$, le travail du poids est :



4.2.5 Forces conservatives et 4.2.6 énergie potentielle de gravitation

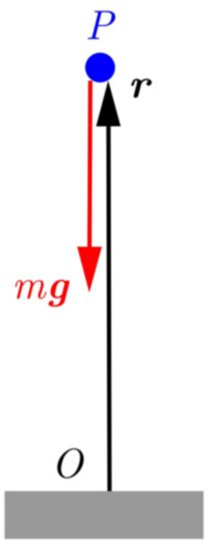
Forces conservatives

Une force est dite <u>conservative</u> si son travail sur l'objet considéré ne dépend que des extrémités du chemin que l'objet parcourt, et non du chemin lui-même.

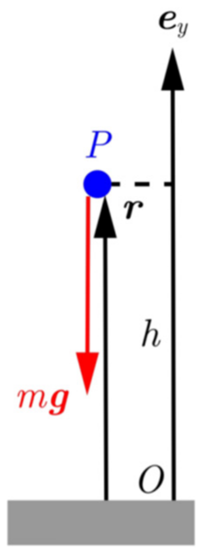
Énergie potentielle de gravitation

- En tout point, le poids de l'objet est identique (champ gravitationnel uniforme). À la montée, le travail du poids est négatif et à la descente, il est positif.
- Entre les positions $\mathbf{r_1} = \mathbf{r}(t_1)$ et $\mathbf{r_2} = \mathbf{r}(t_2)$, le travail du poids est :

$$W_{1\to 2}\left(m\mathbf{g}\right) = \int_1^2 m\mathbf{g}\cdot d\mathbf{r_{CM}} \overset{m\mathbf{g}=\mathbf{cste}}{=} m\mathbf{g}\cdot\int_1^2 d\mathbf{r_{CM}}$$
$$= m\mathbf{g}\cdot\left(\mathbf{r_2}-\mathbf{r_1}\right) = \left(-m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r_1}\right)-\left(-m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r_2}\right) \quad (4.15)$$



4.2.6 Énergie potentielle de gravitation



Remarque :

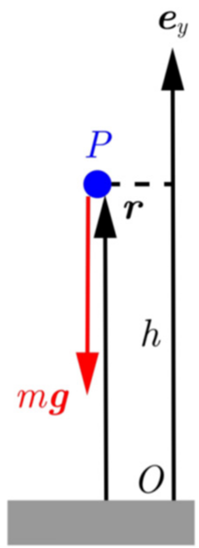
4.2.6 Énergie potentielle de gravitation

- Le travail du poids $m\mathbf{g}$ s'exprime comme une différence de termes associés aux extrémités du chemin.

- L'énergie potentielle de gravitation est définie comme

$$\boxed{E_{\text{pot}}(\mathbf{r}) = -m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r} + \text{cste} \quad (4.16)}$$

à une constante près (choix de référence).



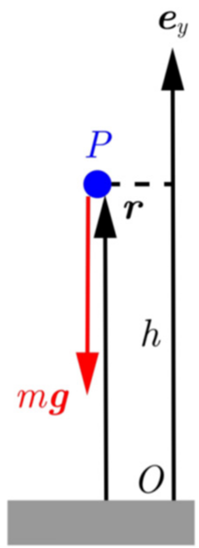
- Selon l'axe vertical, avec $\mathbf{g}\cdot\mathbf{r} = (-g\mathbf{e}_y)\cdot(h\mathbf{e}_y) = -gh$

$$\boxed{E_{\text{pot}}(h) = mgh + \text{cste} \quad (4.17)}$$

Remarque :

4.2.6 Énergie potentielle de gravitation

- Le travail du poids $m\mathbf{g}$ s'exprime comme une différence de termes associés aux extrémités du chemin.



- L'énergie potentielle de gravitation est définie comme

$$\boxed{E_{\text{pot}}(\mathbf{r}) = -m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r} + \text{cste} \quad (4.16)}$$

à une constante près (choix de référence).

- Selon l'axe vertical, avec $\mathbf{g}\cdot\mathbf{r} = (-g\mathbf{e}_y)\cdot(h\mathbf{e}_y) = -gh$

$$\boxed{E_{\text{pot}}(h) = mgh + \text{cste} \quad (4.17)}$$

Remarque :

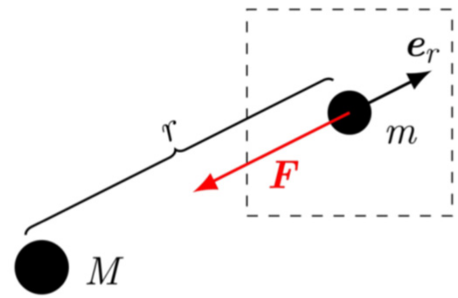
En prenant la référence de potentiel au niveau du sol (passant par O), la constante s'annule.

- Le travail effectué par le poids $W_{1\to2}(m\mathbf{g})$ devient :

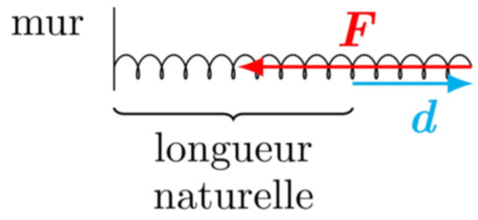
$$\boxed{W_{1\to2}(m\mathbf{g}) \overset{(4.15)}{=} (-m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r}_1) - (-m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r}_2) = mgh_1 - mgh_2 = E_{\text{pot}}(1) - E_{\text{pot}}(2) \quad (4.18)}$$

où le travail $W_{1\to2}(m\mathbf{g})$ est indépendant du choix de la cste.

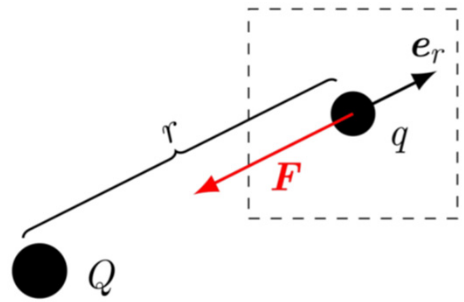
4.2.7 Énergie pot. élastique et 4.2.8 énergie pot. électrique



Énergie potentielle élastique

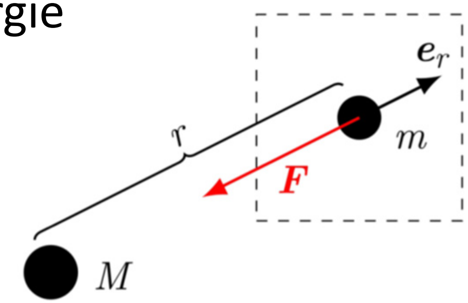


Énergie potentielle électrique



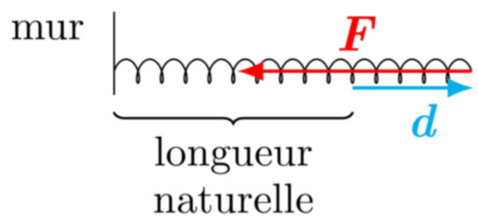
4.2.7 Énergie pot. élastique et 4.2.8 énergie pot. électrique

- Dans le cas général, pour la force de gravitation $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\mathbf{e}_r$, l'énergie potentielle correspondante est :

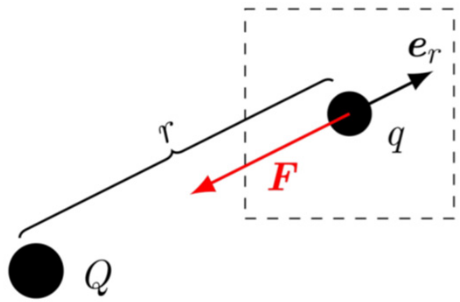


$$\boxed{E_{\text{pot}}(r) = -\frac{GMm}{r} + \text{cste} \quad (4.19)}$$

Énergie potentielle élastique

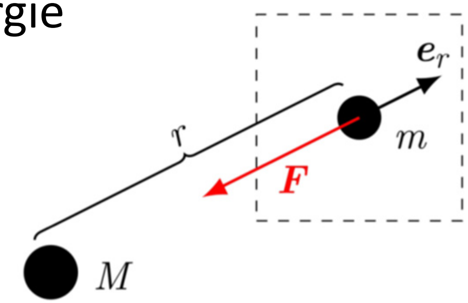


Énergie potentielle électrique



4.2.7 Énergie pot. élastique et 4.2.8 énergie pot. électrique

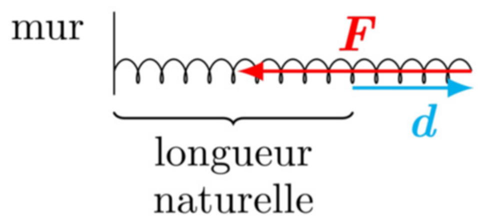
- Dans le cas général, pour la force de gravitation $\mathbf{F} = -\dfrac{GMm}{r^2}\mathbf{e}_r$, l'énergie potentielle correspondante est :



$$\boxed{E_{\text{pot}}(r) = -\frac{GMm}{r} + \text{cste} \quad (4.19)}$$

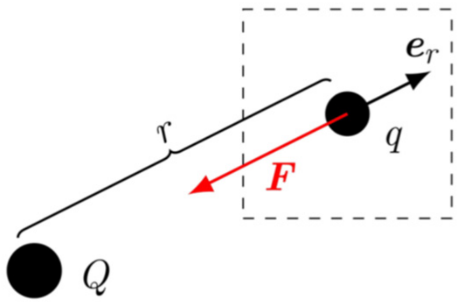
Énergie potentielle élastique

- L'énergie potentielle élastique associée à la force élastique **F** = -k**d** est :



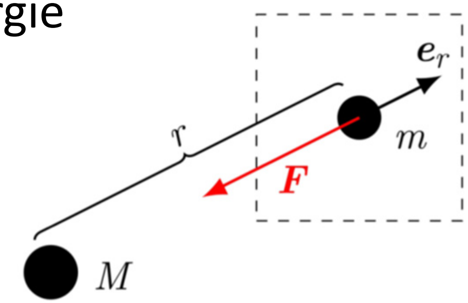
$$\boxed{E_{\text{pot}}(d) = \frac{1}{2}kd^2 + \text{cste} \quad (4.20)}$$

Énergie potentielle électrique



4.2.7 Énergie pot. élastique et 4.2.8 énergie pot. électrique

- Dans le cas général, pour la force de gravitation $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\mathbf{e}_r$, l'énergie potentielle correspondante est :

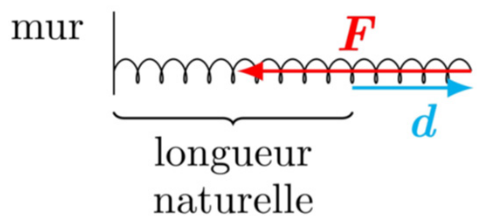


$$\boxed{E_{\text{pot}}(r) = -\frac{GMm}{r} + \text{cste} \quad (4.19)}$$

Énergie potentielle élastique

- L'énergie potentielle élastique associée à la force élastique **F** = -*k***d** est :

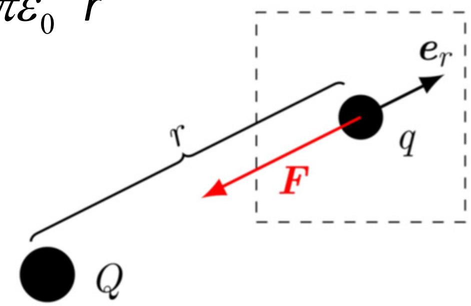
$$\boxed{E_{\text{pot}}(d) = \frac{1}{2}kd^2 + \text{cste} \quad (4.20)}$$



Énergie potentielle électrique

- L'énergie potentielle électrique associée à la force électrique $\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\mathbf{e}_r$ est :

$$\boxed{E_{\text{pot}}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r} + \text{cste} \quad (4.21)}$$



4.2.5-8 Forces conservatives et énergie : remarques

Remarque :

4.2.5-8 Forces conservatives et énergie : remarques

- Le travail d'une force conservative $\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}$ (poids, force de gravitation, force élastique, force électrique) s'écrit comme une différence d'énergie potentielle :

$$\boxed{W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}\right)=E_{\mathrm{pot}}\left(1\right)-E_{\mathrm{pot}}\left(2\right)\quad (4.22)}$$

Remarque :

4.2.5-8 Forces conservatives et énergie : remarques

- Le travail d'une force conservative $\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}$ (poids, force de gravitation, force élastique, force électrique) s'écrit comme une différence d'énergie potentielle :

$$\boxed{W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}\right) = E_{\text{pot}}\left(1\right) - E_{\text{pot}}\left(2\right) \quad (4.22)}$$

- Si toutes les forces sont conservatives, le théorème de l'énergie cinétique devient :

$$\boxed{E_{\text{cin}}\left(2\right) - E_{\text{cin}}\left(1\right) = W_{1\to 2} = E_{\text{pot}}\left(1\right) - E_{\text{pot}}\left(2\right)}$$

ou encore

$$\boxed{E_{\text{cin}}\left(1\right) + E_{\text{pot}}\left(1\right) = E_{\text{cin}}\left(2\right) + E_{\text{pot}}\left(2\right) \quad (4.23)}$$

Remarque :

4.2.5-8 Forces conservatives et énergie : remarques

- Le travail d'une force conservative $\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}$ (poids, force de gravitation, force élastique, force électrique) s'écrit comme une différence d'énergie potentielle :

$$\boxed{W_{1\to2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}\right)=E_{\text{pot}}(1)-E_{\text{pot}}(2) \quad (4.22)}$$

- Si toutes les forces sont conservatives, le théorème de l'énergie cinétique devient :

$$\boxed{E_{\text{cin}}(2)-E_{\text{cin}}(1)=W_{1\to2}=E_{\text{pot}}(1)-E_{\text{pot}}(2)}$$

ou encore

$$\boxed{E_{\text{cin}}(1)+E_{\text{pot}}(1)=E_{\text{cin}}(2)+E_{\text{pot}}(2) \quad (4.23)}$$

Remarque :

Si les forces sont conservatives, la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle est une constante.

4.2.9 Énergie mécanique

4.2.9 Énergie mécanique

- L’énergie mécanique est la somme de l’énergie cinétique et de l’énergie potentielle :

$$\boxed{E_{\text{méc}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} \quad (4.24)}$$

4.2.9 Énergie mécanique

- L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$\boxed{E_{\text{méc}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} \quad (4.24)}$$

- Une force est <u>conservative</u> si elle conserve l'énergie mécanique, et elle est <u>dissipative</u> dans le cas contraire.

4.2.9 Énergie mécanique

- L’énergie mécanique est la somme de l’énergie cinétique et de l’énergie potentielle :

$$\boxed{E_{\text{méc}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} \quad (4.24)}$$

- Une force est <u>conservative</u> si elle conserve l’énergie mécanique, et elle est <u>dissipative</u> dans le cas contraire.

- Si ttes les forces sont conservatives, l’énergie mécan. est conservée, $E_{\text{méc}}$ = cste.

4.2.9 Énergie mécanique

- L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$E_{\text{méc}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} \quad (4.24)$$

- Une force est <u>conservative</u> si elle conserve l'énergie mécanique, et elle est <u>dissipative</u> dans le cas contraire.

- Si ttes les forces sont conservatives, l'énergie mécan. est conservée, $E_{\text{méc}}$ = cste.

- <u>Équivalences</u>

1. **F** est conservative.

2. $W_{1\to 2}(\mathbf{F})$ ne dépend que des positions initiale $\mathbf{r_1}$ et finale $\mathbf{r_2}$.

3. $W_{1\to 2}(\mathbf{F}) = E_{\text{pot}}(\mathbf{r_1}) - E_{\text{pot}}(\mathbf{r_2})$.

4. Le travail de **F** sur un chemin fermé, i.e., $\mathbf{r_2} = \mathbf{r_1}$, est nul.

4.2.9 Énergie mécanique

Expérience :

4.2.9 Énergie mécanique

Expérience : Yo-yo

4.2.9 Énergie mécanique

Expérience : Yo-yo

- En négligeant les frottements, l'énergie mécanique du yo-yo est conservée.
- Lorsque le yo-yo se trouve à la hauteur maximale, l'énergie potentielle de gravitation est maximale et l'énergie cinétique est minimale.
- Lorsqu'il se trouve à la hauteur minimale, c'est le contraire!

4.2.10 Vitesse de libération

4.2.10 Vitesse de libération

La vitesse de libération est la vitesse minimale qu’il faut donner à un objet pour qu’il s’échappe définitivement du champ d’attraction de la terre et s’en éloigne indéfiniment.

4.2.10 Vitesse de libération

La vitesse de libération est la vitesse minimale qu'il faut donner à un objet pour qu'il s'échappe définitivement du champ d'attraction de la terre et s'en éloigne indéfiniment.

- L'énergie mécanique de l'objet est constante car la force de gravitation est conservative :

$$\boxed{E_{\text{méc}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \text{cste} \quad (4.25)}$$

4.2.10 Vitesse de libération

La vitesse de libération est la vitesse minimale qu'il faut donner à un objet pour qu'il s'échappe définitivement du champ d'attraction de la terre et s'en éloigne indéfiniment.

- L'énergie mécanique de l'objet est constante car la force de gravitation est conservative :

$$\boxed{E_{\text{méc}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \text{cste} \quad (4.25)}$$

- À l'infini, i.e., $r \to \infty$ et $v \to 0$. Ainsi,

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad (4.26)}$$

4.2.10 Vitesse de libération

La vitesse de libération est la vitesse minimale qu'il faut donner à un objet pour qu'il s'échappe définitivement du champ d'attraction de la terre et s'en éloigne indéfiniment.

- L'énergie mécanique de l'objet est constante car la force de gravitation est conservative :

$$\boxed{E_{\text{méc}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \text{cste} \quad (4.25)}$$

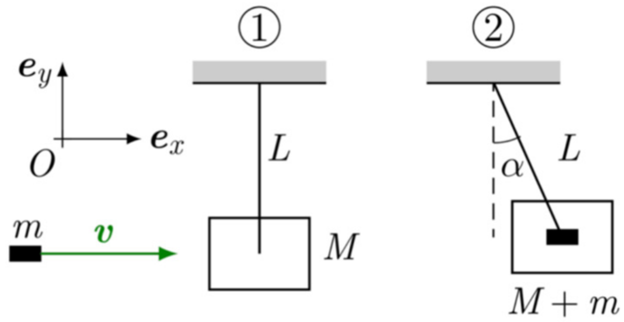
- À l'infini, i.e., $r \to \infty$ et $v \to 0$. Ainsi,

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad (4.26)}$$

- Terre : r = 6371 km, $M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2}

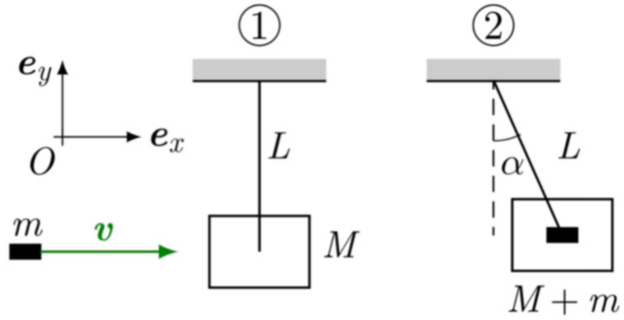
$v = 1{,}12 \cdot 10^4$ m.s^{-1} = 11,2 km.s^{-1} = $40{,}32 \cdot 10^3$ km.h^{-1}

4.2.11 Tir d'une balle de fusil



4.2.11 Tir d'une balle de fusil

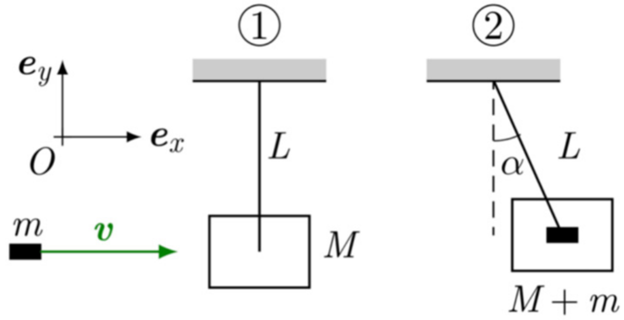
Une balle de fusil de masse m est tirée horizontalement dans un bloc de bois de masse M suspendu à un fil. La balle se loge dans le bloc et le fil s'incline d'un angle α. On cherche à déterminer la vitesse initiale de la balle (connaissant L et α).



4.2.11 Tir d'une balle de fusil

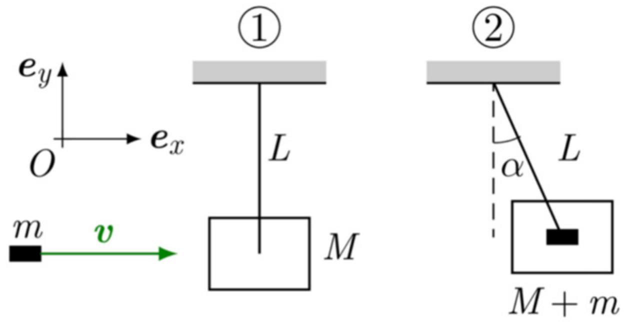
Une balle de fusil de masse m est tirée horizontalement dans un bloc de bois de masse M suspendu à un fil. La balle se loge dans le bloc et le fil s'incline d'un angle α. On cherche à déterminer la vitesse initiale de la balle (connaissant L et α).

- Il y a conservation de la quantité de mouvement de l'objet (balle + bloc) lors du choc. Selon $\mathbf{e}_x$: $\boxed{mv = (M+m)V \quad (4.27)}$



4.2.11 Tir d'une balle de fusil

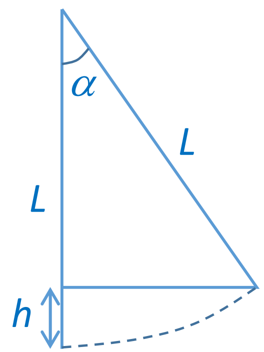
Une balle de fusil de masse m est tirée horizontalement dans un bloc de bois de masse M suspendu à un fil. La balle se loge dans le bloc et le fil s'incline d'un angle α. On cherche à déterminer la vitesse initiale de la balle (connaissant L et α).



- Il y a conservation de la quantité de mouvement de l'objet (balle + bloc) lors du choc. Selon $\mathbf{e}_x$: $\boxed{mv = (M+m)V \quad (4.27)}$

- La tension dans le fil $\mathbf{T}$ ne travaille pas. Ainsi, il y a conservation de l'énergie mécanique après le choc.

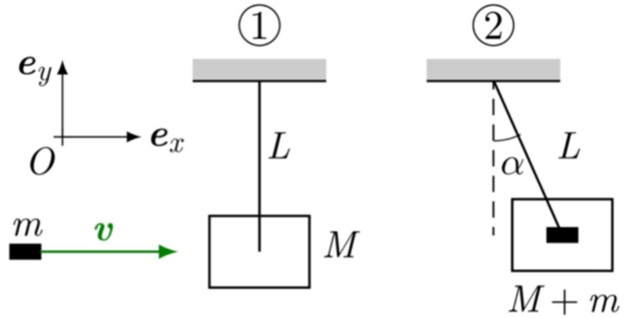
$$\boxed{\frac{1}{2}(M+m)V^2 = (M+m)gL(1-\cos\alpha) \quad (4.28)}$$



$h = L(1\text{-}\cos\alpha)$

4.2.11 Tir d'une balle de fusil

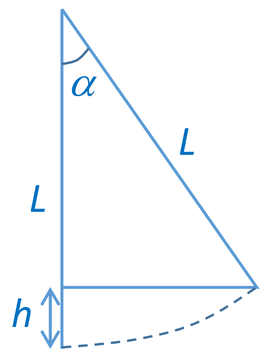
Une balle de fusil de masse m est tirée horizontalement dans un bloc de bois de masse M suspendu à un fil. La balle se loge dans le bloc et le fil s'incline d'un angle α. On cherche à déterminer la vitesse initiale de la balle (connaissant L et α).



- Il y a conservation de la quantité de mouvement de l'objet (balle + bloc) lors du choc. Selon $\mathbf{e}_x$: $\boxed{mv = (M+m)V \quad (4.27)}$

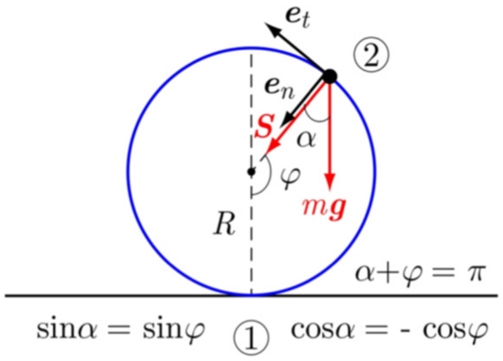
- La tension dans le fil $\mathbf{T}$ ne travaille pas. Ainsi, il y a conservation de l'énergie mécanique après le choc.

$$\boxed{\frac{1}{2}(M+m)V^2 = (M+m)gL(1-\cos\alpha) \quad (4.28)}$$

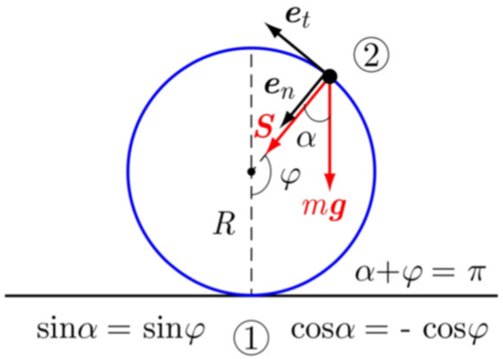


- Ainsi, (4.27) et (4.28) $\Longrightarrow$ $\boxed{v = \frac{M+m}{m}V = \frac{M+m}{m}\sqrt{2gL(1-\cos\alpha)} \quad (4.29)}$

4.2.12 Décrochement d'un rail circulaire vertical



4.2.12 Décrochement d'un rail circulaire vertical

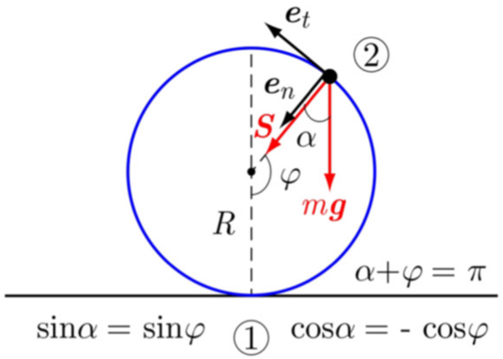


- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} = m\mathbf{a}$

Selon $\mathbf{e}_n$: $\boxed{-mg\cos\varphi + S = ma_n = m\frac{v^2}{R} \quad (4.30)}$

Selon $\mathbf{e}_t$: $\boxed{-mg\sin\varphi = ma_t}$

4.2.12 Décrochement d'un rail circulaire vertical



- Objet : masse *m*
- Forces : poids *m***g**, soutien **S**
- Newton : *m***g** + **S** = *m***a**

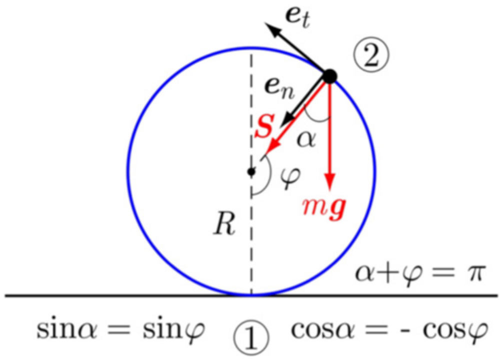
Théorème de l'énergie cinétique :

$$\boxed{\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -mg\left(h_2 - h_1\right) = -mgR\left(1 - \cos\varphi\right) \quad (4.31)}$$

Selon $\mathbf{e}_n$: $\boxed{-mg\cos\varphi + S = ma_n = m\frac{v^2}{R} \quad (4.30)}$

Selon $\mathbf{e}_t$: $\boxed{-mg\sin\varphi = ma_t}$

4.2.12 Décrochement d'un rail circulaire vertical



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} = m\mathbf{a}$

Théorème de l'énergie cinétique :

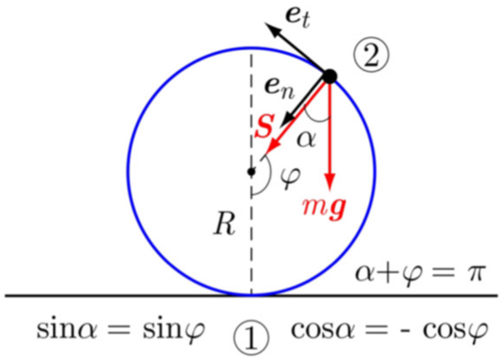
$$\boxed{\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -mg\left(h_2 - h_1\right) = -mgR\left(1-\cos\varphi\right) \quad (4.31)}$$

Selon $\mathbf{e}_n$: $$\boxed{-mg\cos\varphi + S = ma_n = m\frac{v^2}{R} \quad (4.30)}$$

Selon $\mathbf{e}_t$: $$\boxed{-mg\sin\varphi = ma_t}$$

- Au point de décrochement D (où $\pi/2 \leq \varphi_D \leq \pi$) : $\boxed{S = 0 \quad (4.32)}$

4.2.12 Décrochement d'un rail circulaire vertical



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} = m\mathbf{a}$

Théorème de l'énergie cinétique :

$$\boxed{\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -mg(h_2 - h_1) = -mgR(1-\cos\varphi) \quad (4.31)}$$

Selon $\mathbf{e}_n$: $\boxed{-mg\cos\varphi + S = ma_n = m\frac{v^2}{R} \quad (4.30)}$

Selon $\mathbf{e}_t$: $\boxed{-mg\sin\varphi = ma_t}$

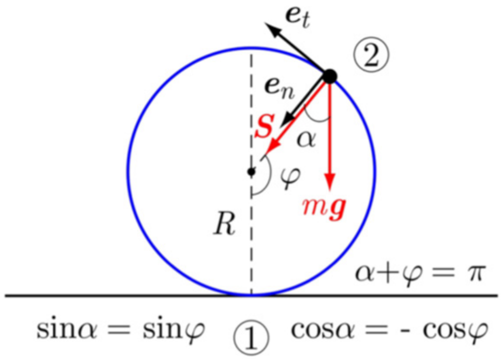
- Au point de décrochement D (où $\pi/2 \leq \varphi_D \leq \pi$) : $\boxed{S = 0 \quad (4.32)}$

(4.30) : $mv_D^2 = -mgR\cos\varphi_D$ où $v_D = v = v_2$ et $\varphi_D = \varphi$

(4.31) : $mv_D^2 - mv_1^2 = -2mgR(1\text{-}\cos\varphi_D)$

$\Rightarrow \cancel{m}v_1^2 = -3\cancel{m}gR\cos\varphi_D + 2\cancel{m}gR \Rightarrow$ $\boxed{\cos\varphi_D = \frac{2gR - v_1^2}{3gR} \quad (4.33)}$

4.2.12 Décrochement d'un rail circulaire vertical



- Objet : masse m
- Forces : poids $\mathbf{mg}$, soutien $\mathbf{S}$
- Newton : $\mathbf{mg} + \mathbf{S} = m\mathbf{a}$

Théorème de l'énergie cinétique :

$$\boxed{\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -mg(h_2 - h_1) = -mgR(1-\cos\varphi) \quad (4.31)}$$

Selon $\mathbf{e}_n$: $\boxed{-mg\cos\varphi + S = ma_n = m\frac{v^2}{R} \quad (4.30)}$

Selon $\mathbf{e}_t$: $\boxed{-mg\sin\varphi = ma_t}$

- Au point de décrochement D (où $\pi/2 \le \varphi_D \le \pi$) : $\boxed{S = 0 \quad (4.32)}$

(4.30) : $mv_D^2 = -mgR\cos\varphi_D$ où $v_D = v = v_2$ et $\varphi_D = \varphi$

(4.31) : $mv_D^2 - mv_1^2 = -2mgR(1\text{-}\cos\varphi_D)$

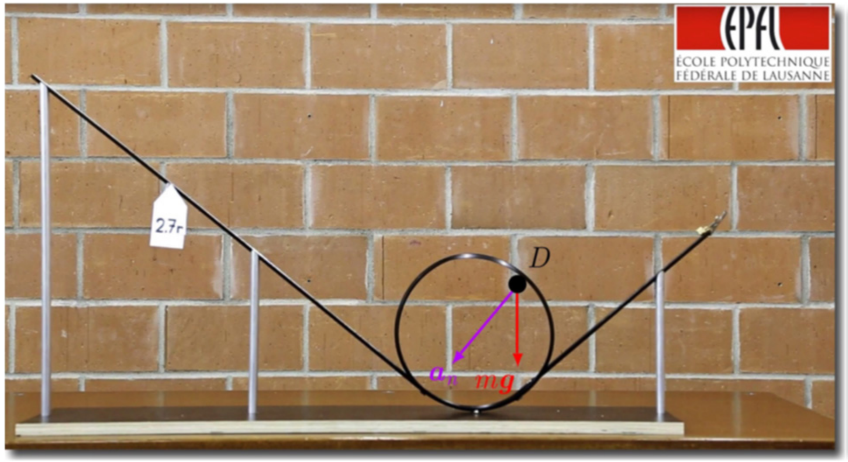
$\Rightarrow \cancel{m}v_1^2 = -3\cancel{m}gR\cos\varphi_D + 2\cancel{m}gR \Rightarrow$ $\boxed{\cos\varphi_D = \frac{2gR - v_1^2}{3gR} \quad (4.33)}$

- Condition (vitesse initiale v_1) : $\pi/2 \le \varphi_D \le \pi \Rightarrow -1 \le \cos\varphi_D \le 0$

$$\Rightarrow \boxed{2gR \le v_1^2 \le 5gR \quad (4.34)}$$

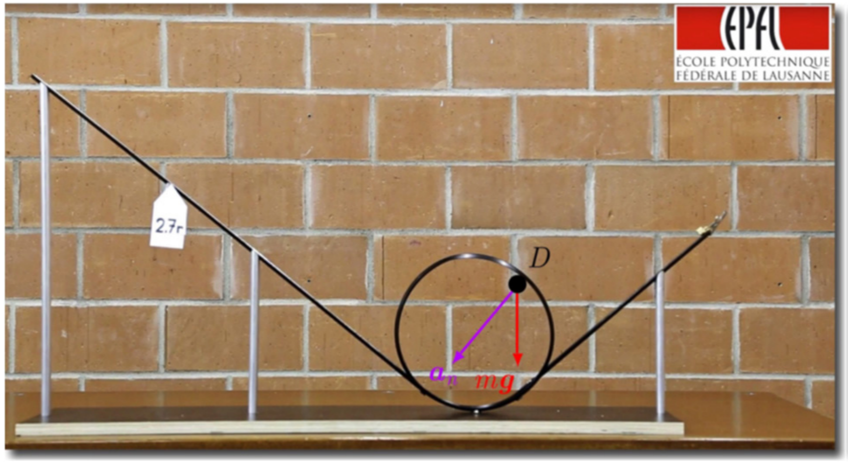
4.2.12 Décrochement d'un rail circulaire vertical

Expérience :



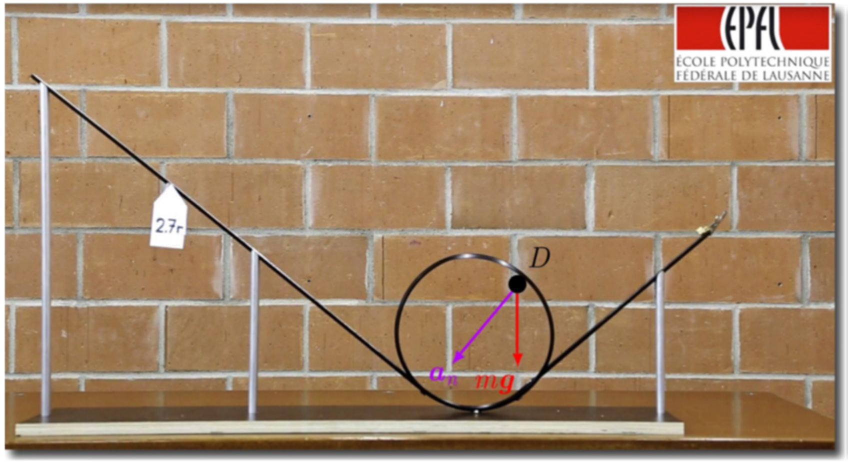
4.2.12 Décrochement d’un rail circulaire vertical

Expérience : Décrochement d’une bille sur un looping



4.2.12 Décrochement d'un rail circulaire vertical

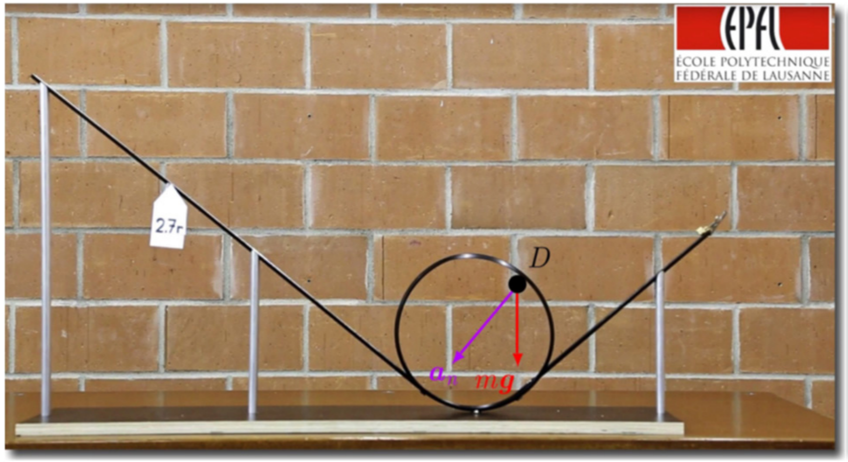
Expérience : Décrochement d'une bille sur un looping



- Au point de décrochement *D* de la bille sur la glissière, la force de soutien de la glissière s'annule : **S** = **0**

4.2.12 Décrochement d'un rail circulaire vertical

Expérience : Décrochement d'une bille sur un looping



- Au point de décrochement D de la bille sur la glissière, la force de soutien de la glissière s'annule : **S** = **0**

- Pour que le point de décrochement D se trouve sur le demi-cercle supérieur de la glissière, la vitesse initiale v_i doit être comprise entre $\sqrt{2gR} < v_i < \sqrt{5gR}$ où R est le rayon de courbure de la glissière.

4.2.13 Théorème de l'énergie mécanique

4.2.13 Théorème de l'énergie mécanique

- Soit une force extérieure résultante: $\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \mathbf{F}^{\mathbf{cons}} + \mathbf{F}^{\mathbf{dis}}$ où $\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}$ est une force conservative et $\mathbf{F}^{\mathbf{dis}}$ une force dissipative.

$$\begin{aligned}
\Delta E_{\text{cin}} &= E_{\text{cin}}(2) - E_{\text{cin}}(1) = \int_1^2 \delta W^{\text{ext}} = \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \\
&= \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{cons}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} + \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{dis}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \\
&= W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}\right) + W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{dis}}\right) \\
&= -\Delta E_{\text{pot}} + W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{dis}}\right)
\end{aligned}$$

4.2.13 Théorème de l'énergie mécanique

- Soit une force extérieure résultante: $\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \mathbf{F}^{\mathbf{cons}} + \mathbf{F}^{\mathbf{dis}}$ où $\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}$ est une force conservative et $\mathbf{F}^{\mathbf{dis}}$ une force dissipative.

$$\Delta E_{\text{cin}} = E_{\text{cin}}(2) - E_{\text{cin}}(1) = \int_1^2 \delta W^{\text{ext}} = \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$$

$$= \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{cons}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} + \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{dis}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$$

$$= W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}\right) + W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{dis}}\right)$$

$$= -\Delta E_{\text{pot}} + W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{dis}}\right)$$

Ainsi,

$$\Delta E_{\text{méc}} = \Delta E_{\text{cin}} + \Delta E_{\text{pot}} = W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{dis}}\right)$$

$$\boxed{\Delta E_{\text{méc}} = W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{dis}}\right)}$$

Quelques points essentiels concernant la dynamique

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

3.11 Dynamique : l’essentiel en quelques points

- Une force de soutien est toujours orthogonale au support de l’objet considéré $\forall t$.

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- Une force de soutien est toujours orthogonale au support de l'objet considéré $\forall t$.

- La norme T de la tension d'un fil inextensible reste la même quelle que soit la portion considérée du fil (*vrai en l'absence de rotation*, cf. cours 6 à venir) mais celle-ci est une fonction du temps (car c'est une force non conservative).

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- Une force de soutien est toujours orthogonale au support de l'objet considéré $\forall t$.

- La norme T de la tension d'un fil inextensible reste la même quelle que soit la portion considérée du fil (*vrai en l'absence de rotation*, cf. cours 6 à venir) mais celle-ci est une fonction du temps (car c'est une force non conservative).

- Si un système est composé de plusieurs objets, il existe une relation linéaire entre les équations du mouvement (i.e., les 2èmes lois de Newton) établies pour chaque objet pris individuellement. Leur somme sera égale à l'équation du mouvement obtenue pour le système complet et les forces internes à ce système complet s'annuleront une à une en vertu de la loi d'action-réaction.

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- Une force de soutien est toujours orthogonale au support de l'objet considéré $\forall t$.

- La norme T de la tension d'un fil inextensible reste la même quelle que soit la portion considérée du fil (*vrai en l'absence de rotation*, cf. cours 6 à venir) mais celle-ci est une fonction du temps (car c'est une force non conservative).

- Si un système est composé de plusieurs objets, il existe une relation linéaire entre les équations du mouvement (i.e., les 2$^{\text{èmes}}$ lois de Newton) établies pour chaque objet pris individuellement. Leur somme sera égale à l'équation du mouvement obtenue pour le système complet et les forces internes à ce système complet s'annuleront une à une en vertu de la loi d'action-réaction.

- Dans le domaine élastique, l'élongation d'un ressort est proportionnelle à la force appliquée. C'est la loi de Hooke.

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- La somme des forces extérieures agissant sur un objet et sa quantité de mouvement sont reliées par l'expression générale :

$$\boxed{\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}\left(m\mathbf{v}\right) = \dot{\mathbf{P}} \Rightarrow \mathbf{F} = \dot{\mathbf{P}} \quad (3.11)} \quad \text{et} \quad \boxed{\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \dot{\mathbf{P}} = m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} \text{ si } m = \text{ cste} \quad (3.23)}$$

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- La somme des forces extérieures agissant sur un objet et sa quantité de mouvement sont reliées par l'expression générale :

$$\boxed{\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}\left(m\mathbf{v}\right) = \dot{\mathbf{P}} \Rightarrow \mathbf{F} = \dot{\mathbf{P}} \quad (3.11)} \quad \text{et} \quad \boxed{\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \dot{\mathbf{P}} = m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} \text{ si } m = \text{ cste} \quad (3.23)}$$

- En l'absence de force extérieure résultante, la quantité de mouvement totale est constante. On dit qu'elle est conservée.

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- La somme des forces extérieures agissant sur un objet et sa quantité de mouvement sont reliées par l'expression générale :

$$\boxed{\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}\left(m\mathbf{v}\right) = \dot{\mathbf{P}} \Rightarrow \mathbf{F} = \dot{\mathbf{P}} \quad (3.11)} \quad \text{et} \quad \boxed{\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \dot{\mathbf{P}} = m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} \text{ si } m = \text{ cste} \quad (3.23)}$$

- En l'absence de force extérieure résultante, la quantité de mouvement totale est constante. On dit qu'elle est conservée.

- La pression moyenne est définie comme le rapport de la norme de la force normale et de la surface :

$$\boxed{p_{\text{moy}} = \frac{\left\|\mathbf{F}_{\text{n}}\right\|}{S} \quad (3.33)}$$

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- La somme des forces extérieures agissant sur un objet et sa quantité de mouvement sont reliées par l'expression générale :

$$\boxed{\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = \dot{\mathbf{P}} \Rightarrow \mathbf{F} = \dot{\mathbf{P}} \quad (3.11)} \quad \text{et} \quad \boxed{\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \dot{\mathbf{P}} = m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} \text{ si } m = \text{ cste} \quad (3.23)}$$

- En l'absence de force extérieure résultante, la quantité de mouvement totale est constante. On dit qu'elle est conservée.

- La pression moyenne est définie comme le rapport de la norme de la force normale et de la surface :

$$\boxed{p_{\text{moy}} = \frac{\left\|\mathbf{F}_\mathbf{n}\right\|}{S} \quad (3.33)}$$

- La pression locale est définie par la relation :

$$\boxed{p(\mathbf{r}) = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\left\|\Delta \mathbf{F}_\mathbf{n}\right\|}{\Delta S} = \frac{dF_n}{dS} \quad (3.35)}$$

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- La somme des forces extérieures agissant sur un objet et sa quantité de mouvement sont reliées par l'expression générale :

$$\boxed{\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}\left(m\mathbf{v}\right) = \dot{\mathbf{P}} \Rightarrow \mathbf{F} = \dot{\mathbf{P}} \quad (3.11)} \quad \text{et} \quad \boxed{\mathbf{F}^{\mathbf{ext}} = \dot{\mathbf{P}} = m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} \text{ si } m = \text{ cste} \quad (3.23)}$$

- En l'absence de force extérieure résultante, la quantité de mouvement totale est constante. On dit qu'elle est conservée.

- La pression moyenne est définie comme le rapport de la norme de la force normale et de la surface :

$$\boxed{p_{\text{moy}} = \frac{\left\|\mathbf{F}_{\mathbf{n}}\right\|}{S} \quad (3.33)}$$

- La pression locale est définie par la relation :

$$\boxed{p\left(\mathbf{r}\right) = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\left\|\Delta \mathbf{F}_{\mathbf{n}}\right\|}{\Delta S} = \frac{dF_n}{dS} \quad (3.35)}$$

- La pression est un scalaire positif, $p \geq 0$

3.11 Dynamique : l’essentiel en quelques points

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- Loi de Pascal : L'intensité de la force exercée par un fluide sur une surface ne dépend pas de l'orientation de cette surface. Elle ne dépend que de l'étendue de la surface et de sa position $\mathbf{r}$ dans le fluide. Il suffit donc de connaître la pression (force par unité de surface) du fluide $p(\mathbf{r})$. Cette force est orthogonale à la surface.

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- Loi de Pascal : L'intensité de la force exercée par un fluide sur une surface ne dépend pas de l'orientation de cette surface. Elle ne dépend que de l'étendue de la surface et de sa position $\mathbf{r}$ dans le fluide. Il suffit donc de connaître la pression (force par unité de surface) du fluide $p(\mathbf{r})$. Cette force est orthogonale à la surface.

- Loi de l'hydrostatique : Pour un fluide homogène, la différence de pression entre deux niveaux h_1 et h_2 est due au poids du fluide par unité de surface compris entre ces niveaux (avec $h_2 - h_1 > 0$).

$$\boxed{p(h_1) - p(h_2) = \rho_{\mathrm{fl}} g (h_2 - h_1) \text{ si } \rho_{\mathrm{fl}} = \text{cste} \quad (3.39)}$$

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- Loi de Pascal : L'intensité de la force exercée par un fluide sur une surface ne dépend pas de l'orientation de cette surface. Elle ne dépend que de l'étendue de la surface et de sa position $\mathbf{r}$ dans le fluide. Il suffit donc de connaître la pression (force par unité de surface) du fluide $p(\mathbf{r})$. Cette force est orthogonale à la surface.

- Loi de l'hydrostatique : Pour un fluide homogène, la différence de pression entre deux niveaux h_1 et h_2 est due au poids du fluide par unité de surface compris entre ces niveaux (avec $h_2 - h_1 > 0$).

$$\boxed{p\left(h_1\right) - p\left(h_2\right) = \rho_{\text{fl}} g \left(h_2 - h_1\right) \text{ si } \rho_{\text{fl}} = \text{cste} \quad (3.39)}$$

- La pression augmentant avec la profondeur, un corps immergé subit une résultante des forces de pression dirigée vers le haut, appelée poussée d'Archimède $\mathbf{F}_\text{A}$.

Poussée d'Archimède $\boxed{\mathbf{F}_\text{A} = -\rho_{\text{fl}} V_{\text{im}} \mathbf{g} \quad (3.40)}$ où V_{im} est le volume immergé du corps.

3.11 Dynamique : l’essentiel en quelques points

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- En tout point de la trajectoire Γ d'un objet, la vitesse est toujours tangente à la trajectoire et s'écrit : $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_t$ où v est la composante scalaire de la vitesse le long de la trajectoire Γ et $\mathbf{e}_t$ est le vecteur unitaire tangent. La vitesse scalaire est définie comme la dérivée temporelle de l'abscisse curviligne s.

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s} \quad (3.50)}$$

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- En tout point de la trajectoire Γ d'un objet, la vitesse est toujours tangente à la trajectoire et s'écrit : $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_t$ où v est la composante scalaire de la vitesse le long de la trajectoire Γ et $\mathbf{e}_t$ est le vecteur unitaire tangent. La vitesse scalaire est définie comme la dérivée temporelle de l'abscisse curviligne *s*.

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s} \quad (3.50)}$$

- L'accélération tangentielle scalaire est l'accélération le long de la trajectoire et donc la dérivée de la vitesse scalaire par rapport au temps.

$$\boxed{a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dot{v} = \ddot{s} \quad (3.52)}$$

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- L'accélération normale scalaire est la dérivée de la direction de la vitesse v par rapport au temps.

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} \quad (3.53)}$$

où R est le rayon de courbure de la trajectoire à un instant donné.

3.11 Dynamique : l'essentiel en quelques points

- L'accélération normale scalaire est la dérivée de la direction de la vitesse v par rapport au temps.

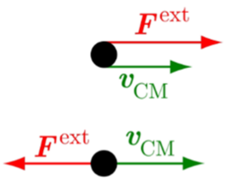
$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} \quad (3.53)}$ où R est le rayon de courbure de la trajectoire à un instant donné.

- Condition de décrochement : Si l'objet quitte le support, le soutien $\mathbf{S}$ devient nul au point de décrochement D : $\boxed{\mathbf{S} = \mathbf{0} \quad (3.54)}$

4.3 Puissance

4.3 Puissance

James Watt

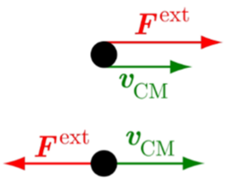


4.3 Puissance

Pour un système donné, l'énergie sous une forme donnée E (mécanique, électrique, thermique, …) peut changer au cours du temps. La puissance P mesure l'énergie échangée avec l'extérieur par unité de temps :

$$\boxed{P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{dE}{dt} = \dot{E} \quad (4.35)}$$

James Watt



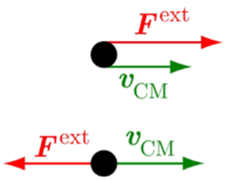
4.3 Puissance

Pour un système donné, l'énergie sous une forme donnée E (mécanique, électrique, thermique, …) peut changer au cours du temps. La puissance P mesure l'énergie échangée avec l'extérieur par unité de temps :

$$\boxed{P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{dE}{dt} = \dot{E} \quad (4.35)}$$

- Unité physique (SI) : le Watt [W] = [kg.m^2.s^{-3}]

James Watt



4.3 Puissance

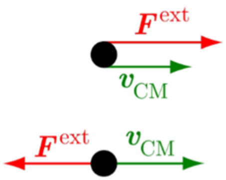
Pour un système donné, l'énergie sous une forme donnée E (mécanique, électrique, thermique, …) peut changer au cours du temps. La puissance P mesure l'énergie échangée avec l'extérieur par unité de temps :

$$\boxed{P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{dE}{dt} = \dot{E} \quad (4.35)}$$

James Watt

- Unité physique (SI) : le Watt [W] = [kg.m^2.s^{-3}]

- La puissance due au travail infinitésimal δW d'une force extérieure s'écrit : $$\boxed{P = \frac{dE}{dt} = \frac{\delta W}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \mathbf{v}_{\text{CM}} \quad (4.36)}$$



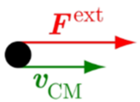
4.3 Puissance

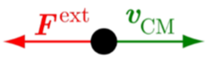
Pour un système donné, l'énergie sous une forme donnée E (mécanique, électrique, thermique, …) peut changer au cours du temps. La puissance P mesure l'énergie échangée avec l'extérieur par unité de temps :

$$\boxed{P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{dE}{dt} = \dot{E} \quad (4.35)}$$

James Watt

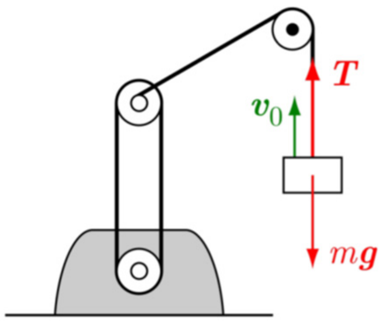
- Unité physique (SI) : le Watt [W] = [kg.m^2.s^{-3}]
- La puissance due au travail infinitésimal δW d'une force extérieure s'écrit : $$\boxed{P = \frac{dE}{dt} = \frac{\delta W}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \mathbf{v}_{\text{CM}} \quad (4.36)}$$

1. 

$\mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \mathbf{v}_{\text{CM}} > 0 \Rightarrow P > 0$ (accélération)
2. 

$\mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \mathbf{v}_{\text{CM}} < 0 \Rightarrow P < 0$ (freinage)

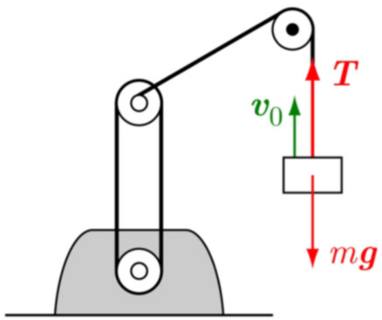
4.3.1 Puissance d'un moteur électrique



Remarque :

4.3.1 Puissance d'un moteur électrique

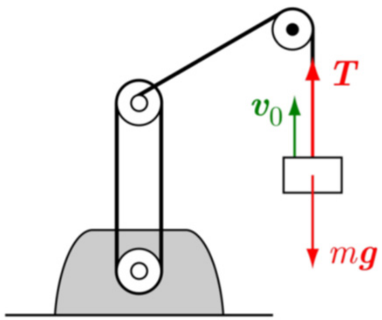
On considère un moteur électrique qui soulève une masse m à vitesse $\mathbf{v}_0$ = **cste**. L'énergie potentielle gravitationnelle de la masse m augmente dû au travail effectué par le moteur pour s'opposer au poids :



Remarque :

4.3.1 Puissance d'un moteur électrique

On considère un moteur électrique qui soulève une masse m à vitesse $\mathbf{v}_0$ = **cste**. L'énergie potentielle gravitationnelle de la masse m augmente dû au travail effectué par le moteur pour s'opposer au poids :

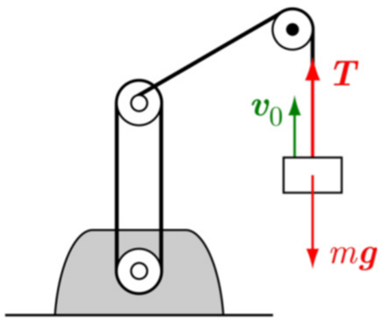


$$\boxed{\begin{aligned} P &= \frac{dE}{dt} = \frac{\delta W(\mathbf{T})}{dt} = \frac{\delta W(-m\mathbf{g})}{dt} = (-m\mathbf{g})\cdot\frac{d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}}{dt} \\ &= -m\mathbf{g}\cdot\mathbf{v}_0 = mgv_0 > 0 \quad (4.37) \end{aligned}}$$

Remarque :

4.3.1 Puissance d'un moteur électrique

On considère un moteur électrique qui soulève une masse m à vitesse $\mathbf{v}_0$ = **cste**. L'énergie potentielle gravitationnelle de la masse m augmente dû au travail effectué par le moteur pour s'opposer au poids :

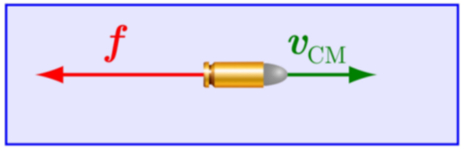


$$\boxed{\begin{aligned} P &= \frac{dE}{dt} = \frac{\delta W(\mathbf{T})}{dt} = \frac{\delta W(-m\mathbf{g})}{dt} = (-m\mathbf{g}) \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}}{dt} \\ &= -m\mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_0 = mgv_0 > 0 \quad (4.37) \end{aligned}}$$

Remarque :

Comme le moteur fournit de l'énergie potentielle gravitationnelle au système, sa puissance est positive.

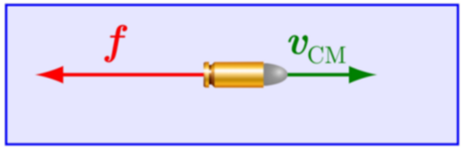
4.3.2 Puissance d'une force de frottement



Remarque :

4.3.2 Puissance d'une force de frottement

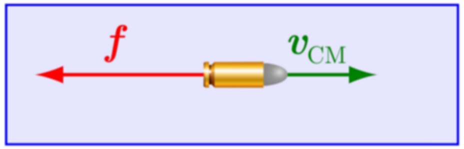
On considère l'action d'une force de frottement visqueux $\mathbf{f} = -\lambda \mathbf{v}_{\mathbf{CM}}$ où $\lambda > 0$ sur un projectile dont le mouvement est rectiligne. On néglige son poids.



Remarque :

4.3.2 Puissance d'une force de frottement

On considère l'action d'une force de frottement visqueux $\mathbf{f} = -\lambda \mathbf{v}_{\mathbf{CM}}$ où $\lambda > 0$ sur un projectile dont le mouvement est rectiligne. On néglige son poids.



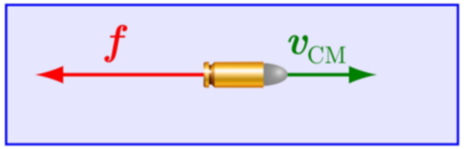
- La puissance due à l'action de la force de frottement est :

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{\delta W(\mathbf{f})}{dt} = \mathbf{f} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}}{dt} = -\lambda \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} = -\lambda v_{\mathrm{CM}}^2 < 0$$

Remarque :

4.3.2 Puissance d'une force de frottement

On considère l'action d'une force de frottement visqueux $\mathbf{f} = -\lambda \mathbf{v}_{CM}$ où $\lambda > 0$ sur un projectile dont le mouvement est rectiligne. On néglige son poids.



- La puissance due à l'action de la force de frottement est :

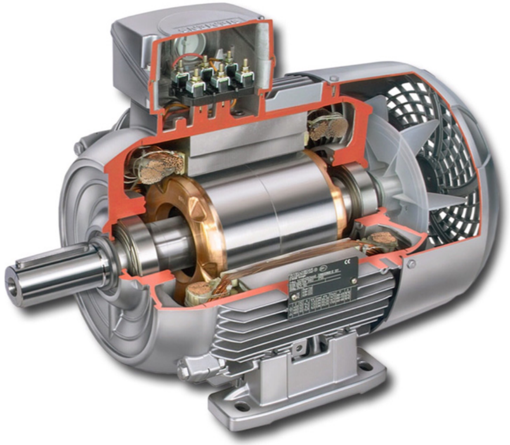
$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{\delta W(\mathbf{f})}{dt} = \mathbf{f} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{CM}}{dt} = -\lambda \mathbf{v}_{CM} \cdot \mathbf{v}_{CM} = -\lambda v_{CM}^2 < 0$$

Remarque :

Comme la force de frottement dissipe l'énergie cinétique du projectile, sa puissance est négative.

4.3.3 Rendement

Exemple :

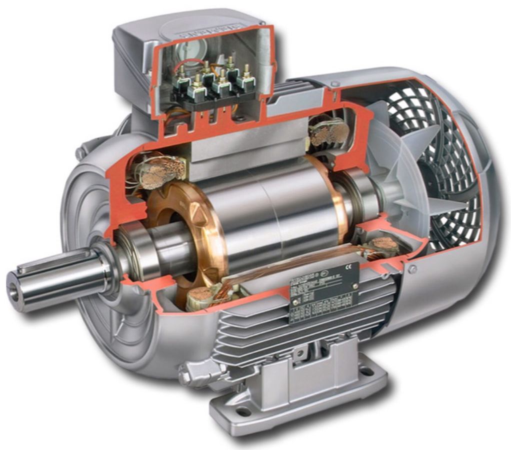


4.3.3 Rendement

- Le rendement η est une grandeur sans unité physique définie comme le rapport entre la puissance utile (puissance que la machine délivre) et la puissance fournie (puissance que la machine reçoit initialement).

$$\boxed{\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{fournie}}}}$$

Exemple :

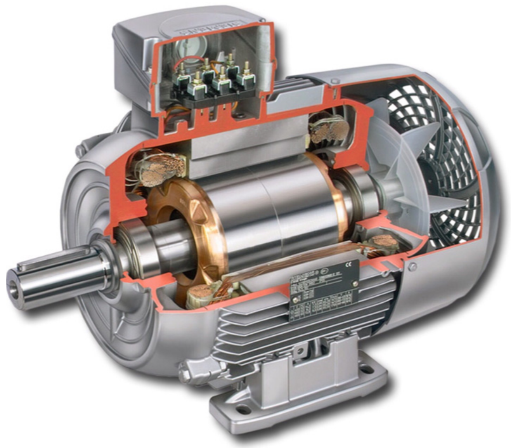


4.3.3 Rendement

- Le rendement η est une grandeur sans unité physique définie comme le rapport entre la puissance utile (puissance que la machine délivre) et la puissance fournie (puissance que la machine reçoit initialement).

$$\boxed{\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{fournie}}}}$$

Exemple : Moteur électrique

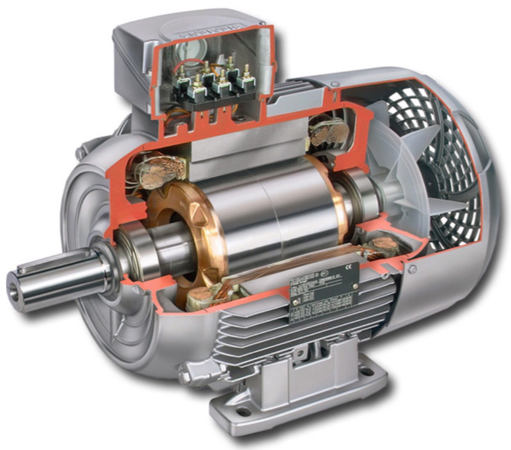


4.3.3 Rendement

- Le rendement η est une grandeur sans unité physique définie comme le rapport entre la puissance utile (puissance que la machine délivre) et la puissance fournie (puissance que la machine reçoit initialement).

$$\boxed{\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{fournie}}}}$$

Exemple : Moteur électrique



Le moteur reçoit une puissance électrique $P_{\text{él}}$ de la prise murale et il la convertit en puissance mécanique $P_{\text{méc}}$ (mouvement de rotation de l'axe).

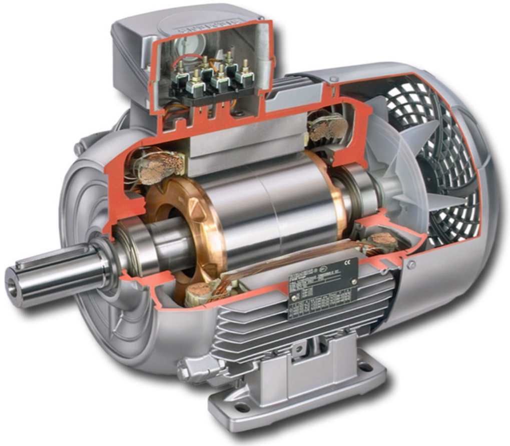
$$\boxed{\eta = \frac{P_{\text{méc}}}{P_{\text{él}}}}$$

4.3.3 Rendement

- Le rendement η est une grandeur sans unité physique définie comme le rapport entre la puissance utile (puissance que la machine délivre) et la puissance fournie (puissance que la machine reçoit initialement).

$$\boxed{\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{fournie}}}}$$

Exemple : Moteur électrique



Le moteur reçoit une puissance électrique $P_{\text{él}}$ de la prise murale et il la convertit en puissance mécanique $P_{\text{méc}}$ (mouvement de rotation de l'axe).

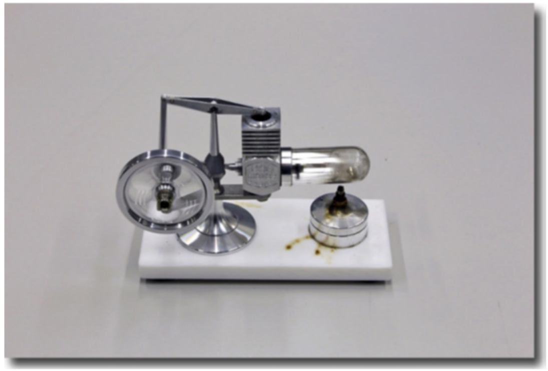
$$\boxed{\eta = \frac{P_{\text{méc}}}{P_{\text{él}}}}$$

Le second principe de la thermodynamique requiert que $0 \leq \eta \leq 1$.

4.3.3 Rendement

Expérience :

1.



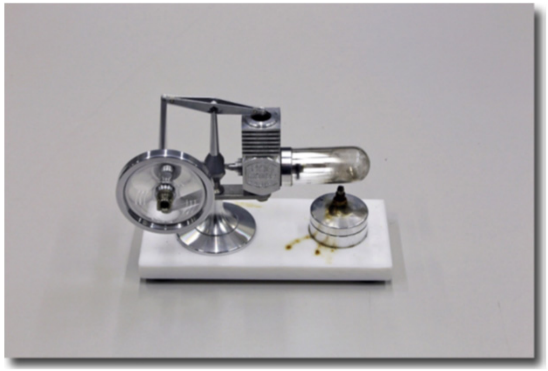
2.

Robert Stirling

4.3.3 Rendement

Expérience : Moteur de Stirling

1.



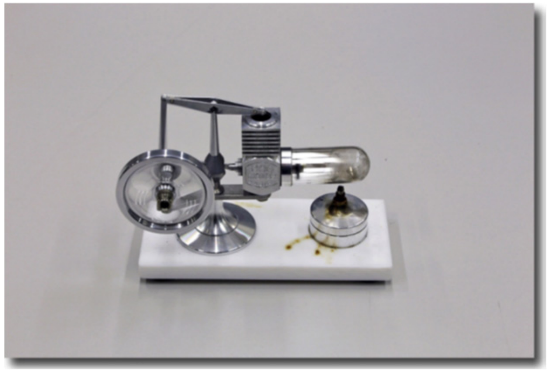
2.

Robert Stirling

4.3.3 Rendement

Expérience : Moteur de Stirling

1.



2.

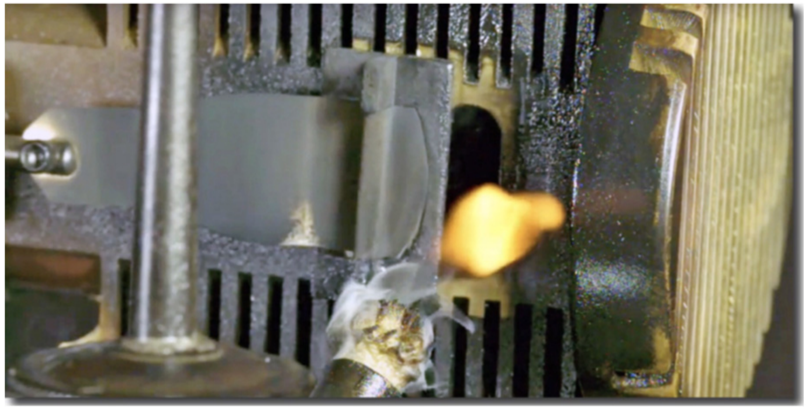
Robert Stirling

1. Un brûleur rempli d'alcool échauffe l'air contenu dans un cylindre, fournissant ainsi de la chaleur au moteur qui est activé par le lancement de la roue.

2. Une lampe qui se situe au foyer gauche d'un système de miroirs paraboliques éclaire et chauffe un corps noir qui se trouve au foyer droit. La différence de température de part et d'autre de la roue à droite entraîne son mouvement.

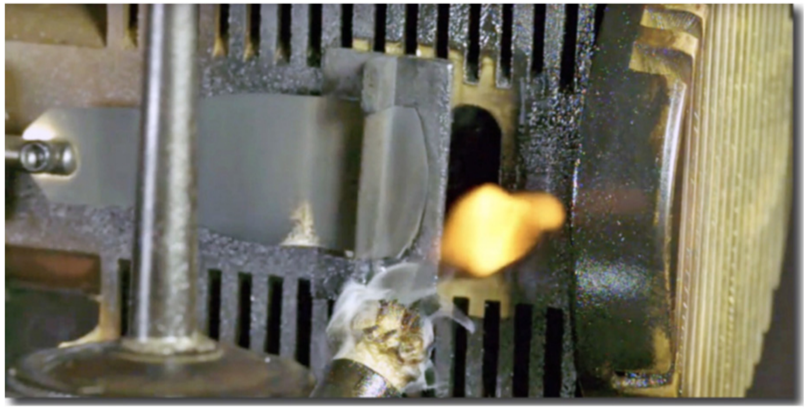
4.3.3 Rendement

Expérience :



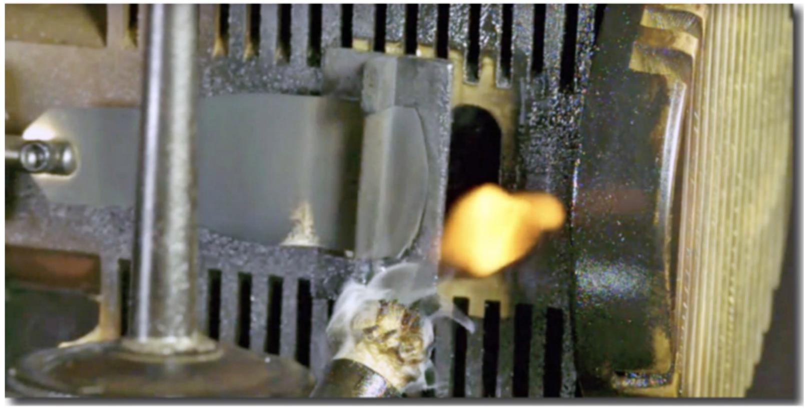
4.3.3 Rendement

Expérience : Moteur à dépression



4.3.3 Rendement

Expérience : Moteur à dépression



- Le moteur à dépression est un moteur à air chaud qui aspire une flamme au moyen d'un clapet entraîné par le mouvement de la roue. La flamme réchauffe l'air contenu dans un cylindre ce qui provoque le déplacement de la bielle et entraîne le mouvement de rotation de la roue.

4.3.3 Rendement

Expérience :

4.3.3 Rendement

Expérience : Oiseaux buveurs (exemple de machine thermique)

4.3.3 Rendement

Expérience : Oiseaux buveurs (exemple de machine thermique)

- L’oiseau est constitué de deux réservoirs reliés par un tube. Un liquide volatile est enfermé dans l’oiseau.
- Lorsque le bec de l’oiseau est en contact avec de l’eau froide, le liquide redescend dans le tube ce qui fait basculer l’oiseau en position verticale.
- L’évaporation de l’eau sur le bec provoque une contraction de l’air dans le tube, ce qui fait monter le liquide et basculer l’oiseau.