Leçon 12 – 03/04/2025

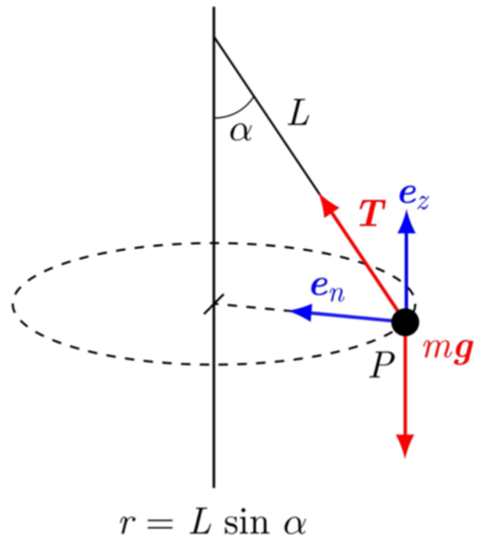
3. Dynamique

- 3.10 Repère lié au mouvement

4. Énergie

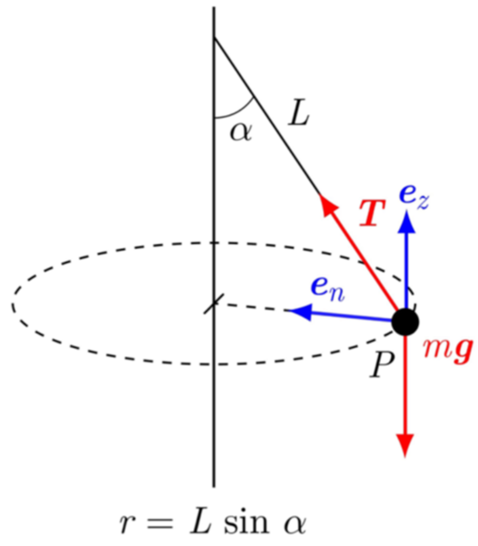
- 4.1 Conservation de l'énergie
- 4.2 Énergie cinétique et travail

3.10.8 Pendule conique



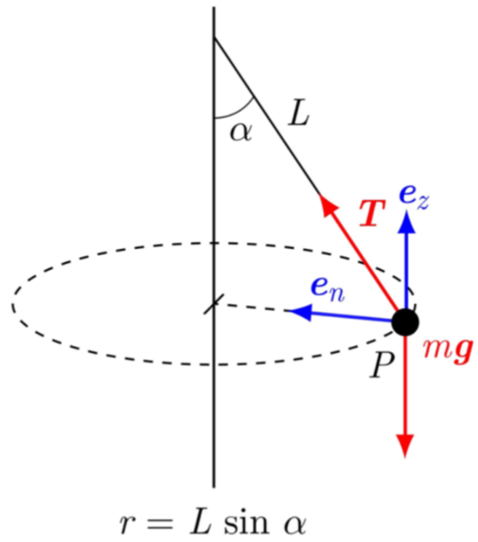
3.10.8 Pendule conique

- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal avec une vitesse angulaire ω constante et un angle d'inclinaison α constant.



3.10.8 Pendule conique

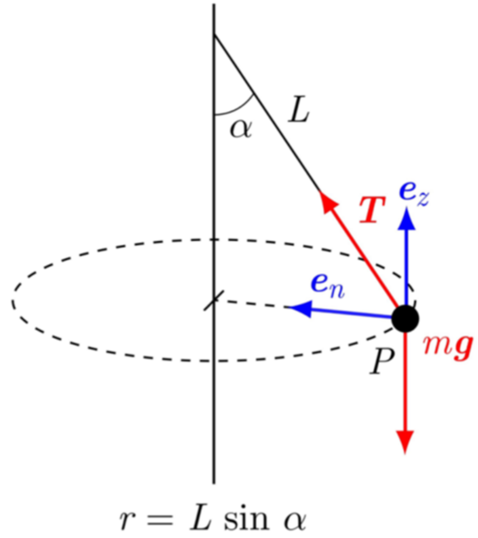
- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal avec une vitesse angulaire ω constante et un angle d'inclinaison α constant.



- <u>Objet</u> : boule de masse m
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$, tension $\mathbf{T}$
- <u>Newton</u> : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

3.10.8 Pendule conique

- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal avec une vitesse angulaire ω constante et un angle d'inclinaison α constant.



- Objet : boule de masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, tension $\mathbf{T}$
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

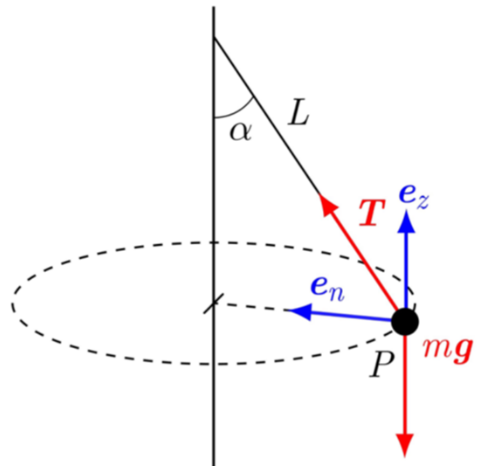
À l'équilibre, l'angle α est constant.

Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg + T\cos\alpha = 0$

Selon $\mathbf{e}_n$: $T\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2 = mL\sin\alpha\omega^2$

3.10.8 Pendule conique

- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal avec une vitesse angulaire ω constante et un angle d'inclinaison α constant.



$r = L \sin \alpha$

- Objet : boule de masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, tension $\mathbf{T}$
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

À l'équilibre, l'angle α est constant.

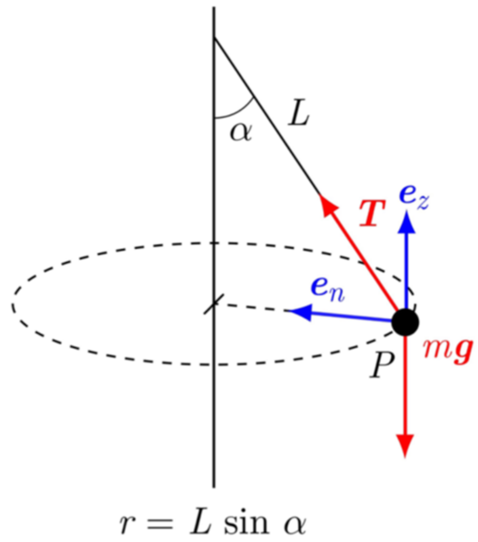
Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg + T\cos\alpha = 0$

Selon $\mathbf{e}_n$: $T\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2 = mL\sin\alpha\omega^2$

$$\Rightarrow \frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{mL\sin\alpha\omega^2}{mg}$$

3.10.8 Pendule conique

- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal avec une vitesse angulaire ω constante et un angle d'inclinaison α constant.



- Objet : boule de masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, tension $\mathbf{T}$
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

À l'équilibre, l'angle α est constant.

Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg + T\cos\alpha = 0$

Selon $\mathbf{e}_n$: $T\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2 = mL\sin\alpha\omega^2$

$$\Rightarrow \frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{mL\sin\alpha\omega^2}{mg}$$

$$\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{L\omega^2}{g}\right) = 0 \quad (3.68)}$$

3.10.8 Pendule conique

3.10.8 Pendule conique

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation : $\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{L\omega^2}{g}\right)=0 \quad (3.68)}$

3.10.8 Pendule conique

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation : $\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{L\omega^2}{g}\right) = 0 \quad (3.68)}$

- Il existe deux solutions possibles :

1) $\sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ est toujours solution.

2) $\cos\alpha = \frac{g}{L\omega^2}$ est solution si $\frac{g}{L\omega^2} \leq 1 \Rightarrow \omega^2 \geq \frac{g}{L}$

3.10.8 Pendule conique

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation : $\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{L\omega^2}{g}\right)=0 \quad (3.68)}$

- Il existe deux solutions possibles :

  1) $\sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ est toujours solution.

  2) $\cos\alpha = \frac{g}{L\omega^2}$ est solution si $\frac{g}{L\omega^2} \leq 1 \Rightarrow \omega^2 \geq \frac{g}{L}$

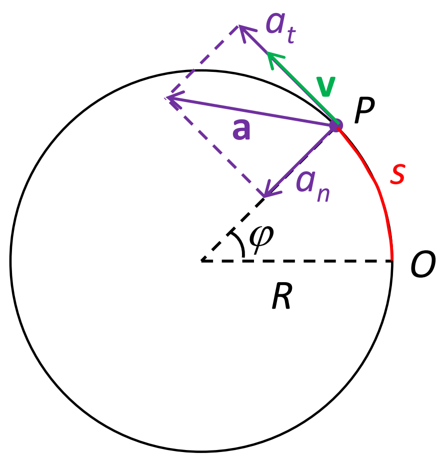
Ainsi,

- Si $\omega^2 < \frac{g}{L}$, $\alpha = 0$ est la seule solution : à faible vitesse angulaire ω, le pendule est vertical.
- Si $\omega^2 \geq \frac{g}{L}$, $\alpha = \arccos\left(\frac{g}{L\omega^2}\right)$ est la solution stable : à partir d'une vitesse angulaire seuil, $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$, le pendule commence à s'incliner et la masse m remonte. Si $\omega \to \infty$, alors $\alpha \to \pi/2$.

3.10.9 Cinématique angulaire

Mouvement rectiligne :

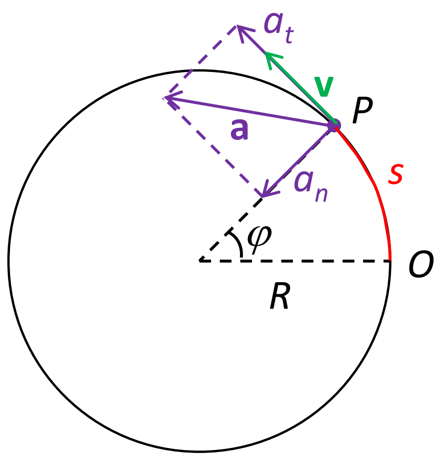
Mouvement circulaire :



3.10.9 Cinématique angulaire

Mouvement rectiligne : Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Mouvement circulaire :



3.10.9 Cinématique angulaire

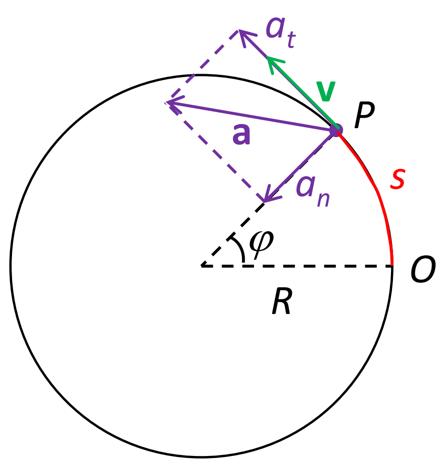
Mouvement rectiligne : Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

- $a = a_0 = \text{cste}$

$$\boxed{v(t) = \dot{x}(t) = a_0 t + v_0 \quad (3.69)}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \quad (3.70)}$$

Mouvement circulaire :

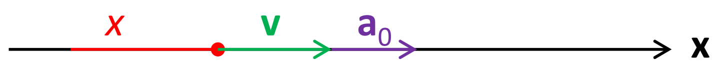


3.10.9 Cinématique angulaire

Mouvement rectiligne : Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

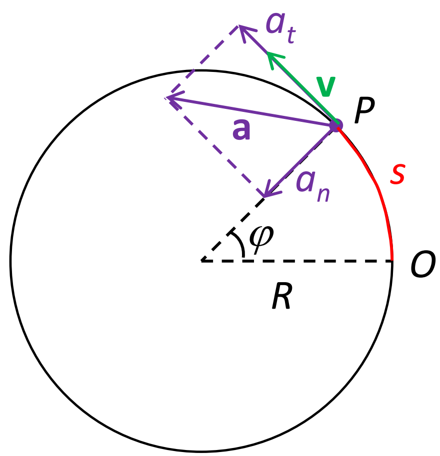
- $a = a_0 = \text{cste}$

$$\boxed{v(t) = \dot{x}(t) = a_0 t + v_0 \quad (3.69)}$$



$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \quad (3.70)}$$

Mouvement circulaire : Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA)

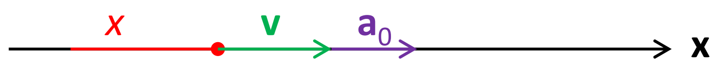


3.10.9 Cinématique angulaire

Mouvement rectiligne : Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

- $a = a_0 = \text{cste}$

$$v(t) = \dot{x}(t) = a_0 t + v_0 \quad (3.69)$$



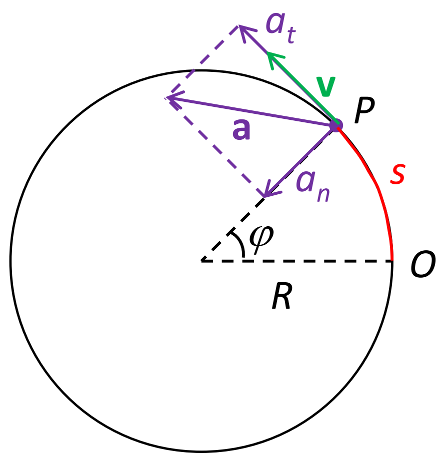
$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \quad (3.70)$$

Mouvement circulaire : Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA)

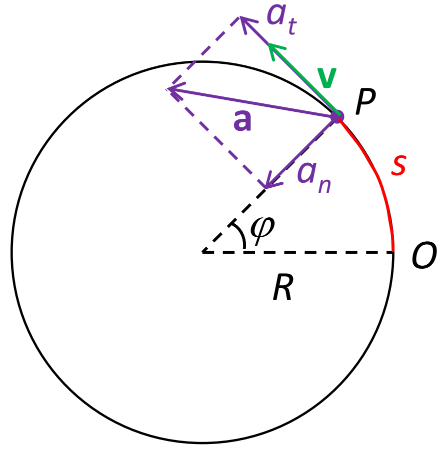
- $a_t = \text{cste}$

$$v(t) = \dot{s}(t) = a_t t + v_0 \quad (3.71)$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a_t t^2 + v_0 t + s_0 \quad (3.72)$$



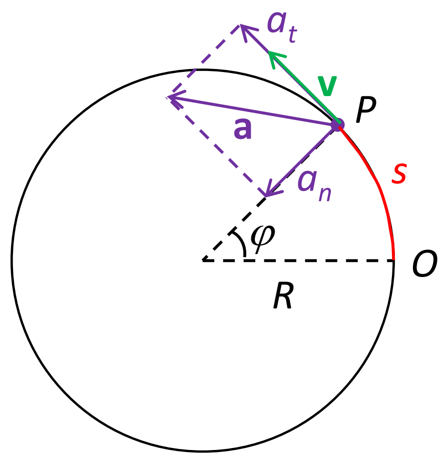
3.10.9 Cinématique angulaire



3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$



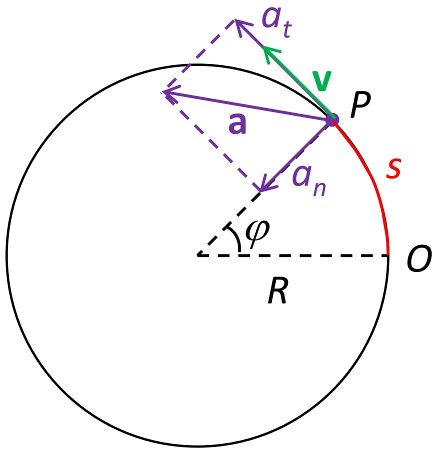
3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$



3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

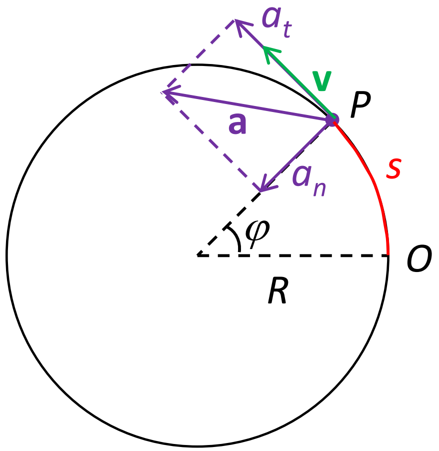
$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$

- Accélération tangentielle :

$$\boxed{a_t = \dot{v}(t) = R\ddot{\varphi}(t) = R\dot{\omega}(t) = R\alpha \quad (3.75)}$$



3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

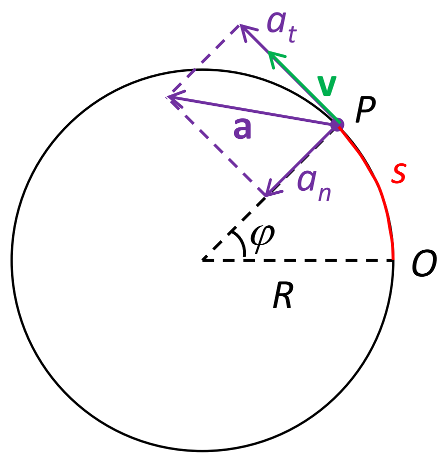
$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$

- Accélération tangentielle :

$$\boxed{a_t = \dot{v}(t) = R\ddot{\varphi}(t) = R\dot{\omega}(t) = R\alpha \quad (3.75)}$$



$$\left.\begin{aligned} R\omega(t) &= R\dot{\varphi}(t) = R\alpha t + R\omega_0 \\ R\varphi(t) &= \frac{1}{2}R\alpha t^2 + R\omega_0 t + R\varphi_0 \end{aligned}\right\}$$ On divise par le rayon *R*.

3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

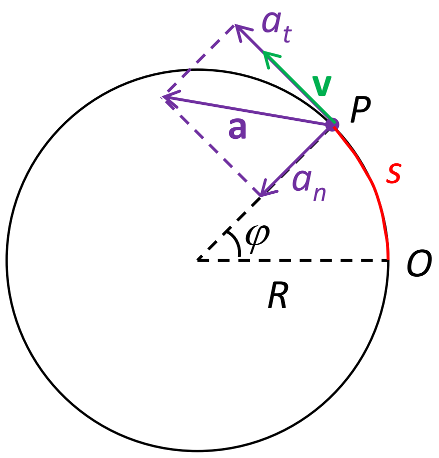
- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$

- Accélération tangentielle :

$$\boxed{a_t = \dot{v}(t) = R\ddot{\varphi}(t) = R\dot{\omega}(t) = R\alpha \quad (3.75)}$$

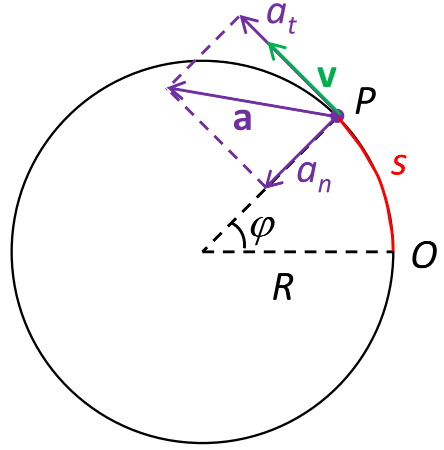
$$\left.\begin{aligned} R\omega(t) &= R\dot{\varphi}(t) = R\alpha t + R\omega_0 \\ R\varphi(t) &= \frac{1}{2}R\alpha t^2 + R\omega_0 t + R\varphi_0 \end{aligned}\right\}$$ On divise par le rayon *R*.



- Vitesse angulaire :

$$\boxed{\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \alpha t + \omega_0 \quad (3.76)}$$

3.10.9 Cinématique angulaire



- Abscisse curviligne :

$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$

- Accélération tangentielle :

$$\boxed{a_t = \dot{v}(t) = R\ddot{\varphi}(t) = R\dot{\omega}(t) = R\alpha \quad (3.75)}$$

$$\left.\begin{aligned} R\omega(t) &= R\dot{\varphi}(t) = R\alpha t + R\omega_0 \\ R\varphi(t) &= \frac{1}{2}R\alpha t^2 + R\omega_0 t + R\varphi_0 \end{aligned}\right\} \text{On divise par le rayon } R.$$

- Vitesse angulaire :

$$\boxed{\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \alpha t + \omega_0 \quad (3.76)}$$

- Position angulaire :

$$\boxed{\varphi(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \varphi_0 \quad (3.77)}$$

4. Énergie

4.1 Conservation de l'énergie

4.1 Conservation de l'énergie

4.1 Conservation de l'énergie

L'énergie E est une grandeur physique scalaire et extensive qui est définie à une constante près.

4.1 Conservation de l'énergie

L'énergie E est une grandeur physique scalaire et extensive qui est définie à une constante près.

1. Si l'objet est isolé, l'énergie est conservée et ainsi, la variation d'énergie ΔE au cours du temps est nulle :

$$\boxed{\Delta E = E(t_2) - E(t_1) = 0 \quad \forall\, t_2 > t_1 \quad (4.1)}$$

2. Si l'objet n'est pas isolé, il peut y avoir un échange d'énergie entre l'objet et l'environnement. Ainsi, l'énergie n'est pas conservée. Auquel cas,

$$\boxed{\Delta E = E(t_2) - E(t_1) \neq 0 \quad (4.2)}$$

4.1 Conservation de l'énergie

L'énergie E est une grandeur physique scalaire et extensive qui est définie à une constante près.

1. Si l'objet est <u>isolé</u>, l'énergie est conservée et ainsi, la variation d'énergie ΔE au cours du temps est nulle :

$$\boxed{\Delta E = E(t_2) - E(t_1) = 0 \quad \forall\, t_2 > t_1 \quad (4.1)}$$

2. Si l'objet n'est <u>pas isolé</u>, il peut y avoir un échange d'énergie entre l'objet et l'environnement. Ainsi, l'énergie n'est pas conservée. Auquel cas,

$$\boxed{\Delta E = E(t_2) - E(t_1) \neq 0 \quad (4.2)}$$

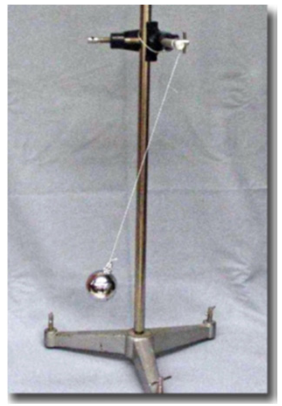
- $\Delta E>0$: l'objet gagne de l'énergie.
- $\Delta E<0$: l'objet perd de l'énergie.

4.1 Conservation de l'énergie et 4.1.1 pendule simple

Formes d'énergie :

Énergie élastique

Pendule simple



Pendule simple

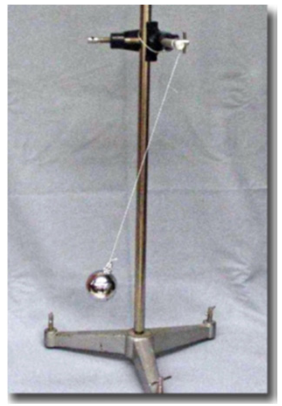
4.1 Conservation de l'énergie et 4.1.1 pendule simple

Formes d'énergie :

Cinétique, potentielle de gravitation, potentielle élastique, nucléaire, électromagnétique (lumineuse), thermique, chimique, …

Énergie élastique

Pendule simple



Pendule simple

4.1 Conservation de l'énergie et 4.1.1 pendule simple

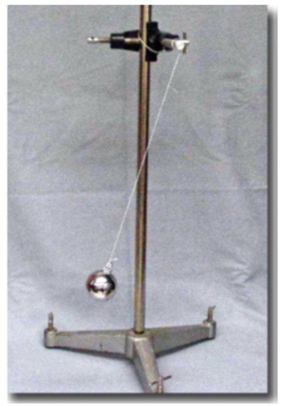
Formes d'énergie :

Cinétique, potentielle de gravitation, potentielle élastique, nucléaire, électromagnétique (lumineuse), thermique, chimique, …

- L'énergie d'un objet peut changer de forme au cours du temps.

Énergie élastique

Pendule simple



Pendule simple

4.1 Conservation de l'énergie et 4.1.1 pendule simple

Formes d'énergie :

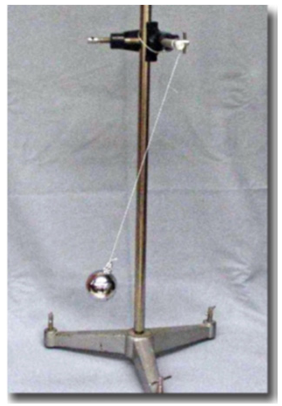
Cinétique, potentielle de gravitation, potentielle élastique, nucléaire, électromagnétique (lumineuse), thermique, chimique, …

- L'énergie d'un objet peut changer de forme au cours du temps.

Énergie élastique

Pendule simple

Pour un pendule simple, l'énergie potentielle de gravitation se transforme en énergie cinétique et vice versa.



Pendule simple

4.1 Conservation de l'énergie et 4.1.1 pendule simple

Formes d'énergie :

Cinétique, potentielle de gravitation, potentielle élastique, nucléaire, électromagnétique (lumineuse), thermique, chimique, …

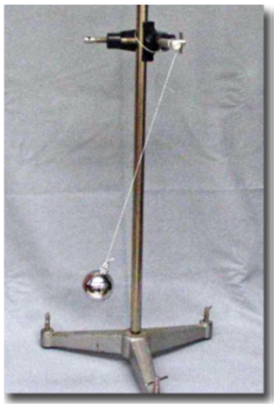
- L'énergie d'un objet peut changer de forme au cours du temps.

Énergie élastique

Pendule simple

Pour un pendule simple, l'énergie potentielle de gravitation se transforme en énergie cinétique et vice versa.

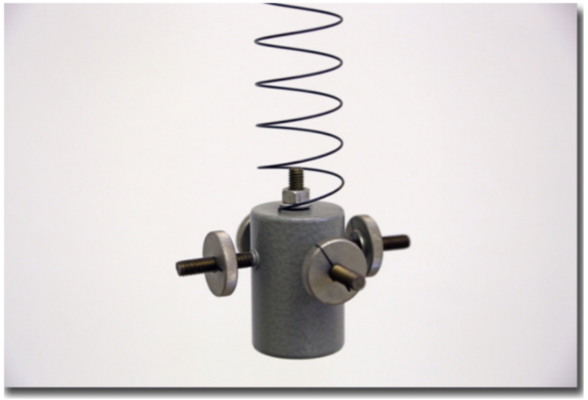
- Lorsque la masse se trouve à une extrémité de son mouvement oscillatoire, l'énergie potentielle est maximale et l'énergie cinétique est nulle.
- Lorsque la masse passe par la verticale, l'énergie potentielle est minimale et l'énergie cinétique est maximale.

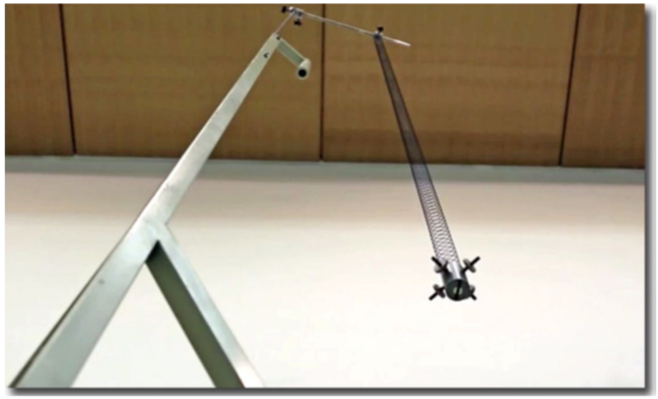


Pendule simple

4.1.1 Pendule simple

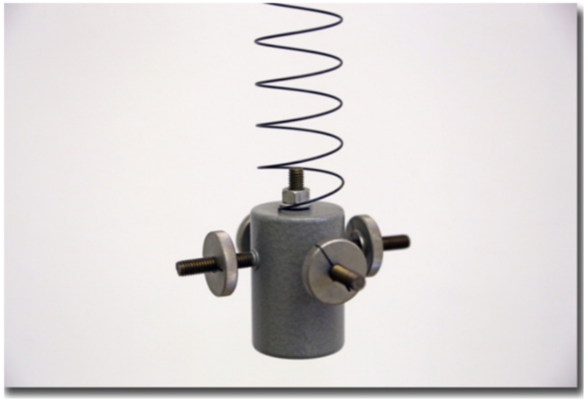
Expérience :

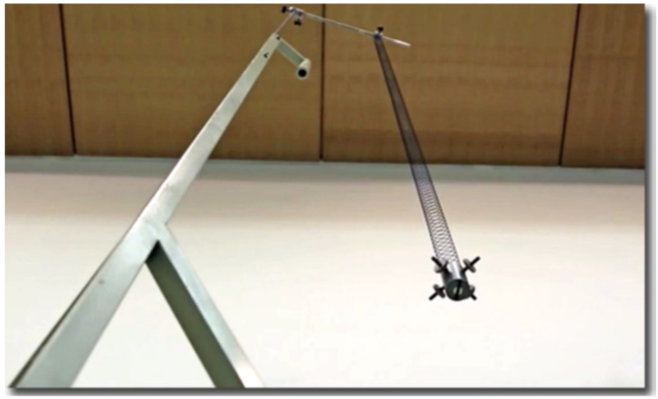




4.1.1 Pendule simple

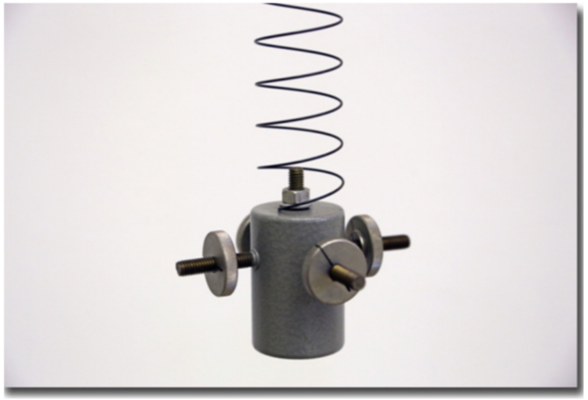
Expérience : Pendule de Wilberforce

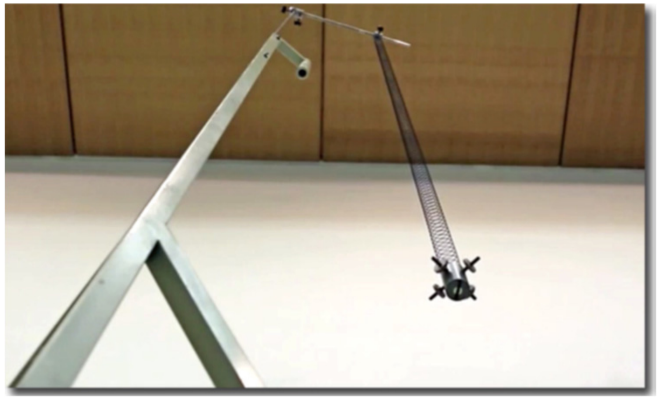




4.1.1 Pendule simple

Expérience : Pendule de Wilberforce

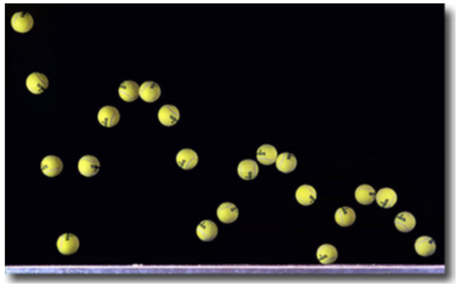




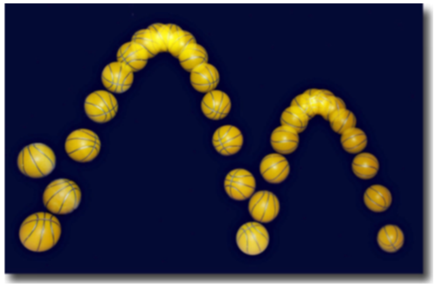
- Il y a conservation de l’énergie mécanique.

- L’énergie potentielle élastique est convertie en énergie cinétique de translation et de rotation.

4.1.2 Choc élastique et choc inélastique



Rebonds (tennis)



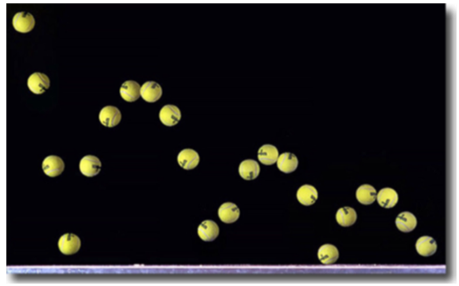
Rebonds (basket)

Remarque :

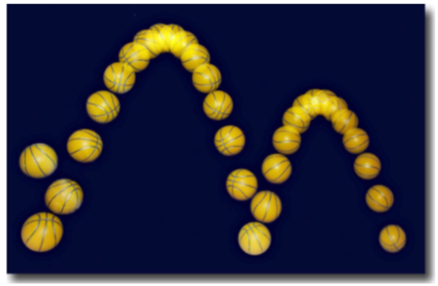
4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

- Une balle lâchée à vitesse nulle rebondit sur le sol.

- Lors de la chute, l'énergie potentielle gravitationnelle est transformée en énergie cinétique.



Rebonds (tennis)



Rebonds (basket)

Remarque :

4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

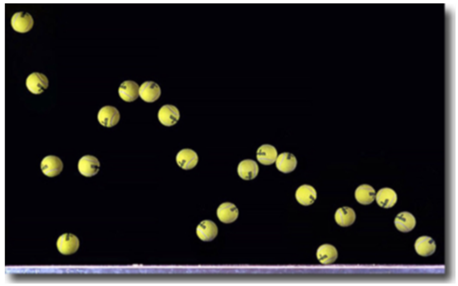
- Une balle lâchée à vitesse nulle rebondit sur le sol.

- Lors de la chute, l'énergie potentielle gravitationnelle est transformée en énergie cinétique.

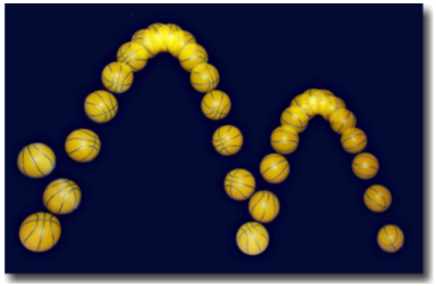
1. Le choc est <u>élastique</u> si l'énergie cinétique est conservée lors du choc.

2. Le choc est <u>inélastique</u> si une partie ou toute l'énergie cinétique est convertie en énergie thermique (chaleur) ou en énergie mécanique de déformation.

Remarque :



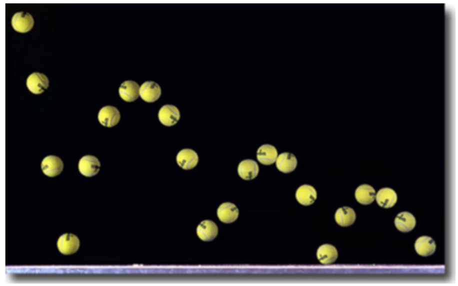
Rebonds (tennis)



Rebonds (basket)

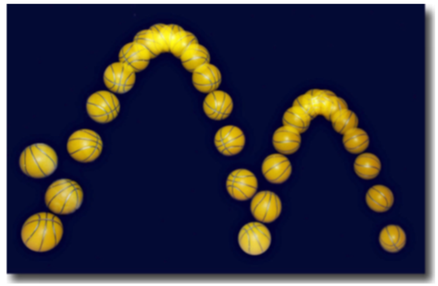
4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

- Une balle lâchée à vitesse nulle rebondit sur le sol.
- Lors de la chute, l'énergie potentielle gravitationnelle est transformée en énergie cinétique.



Rebonds (tennis)

1. Le choc est <u>élastique</u> si l'énergie cinétique est conservée lors du choc.
2. Le choc est <u>inélastique</u> si une partie ou toute l'énergie cinétique est convertie en énergie thermique (chaleur) ou en énergie mécanique de déformation.



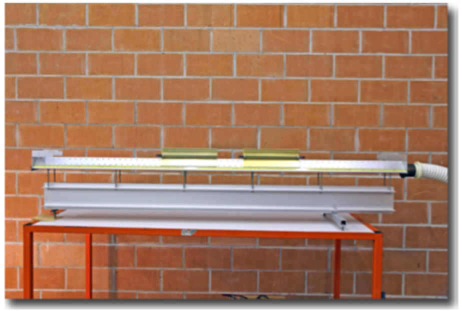
Rebonds (basket)

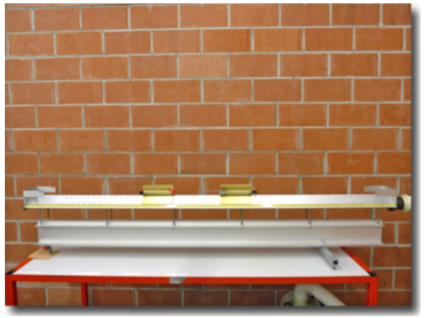
Remarque :

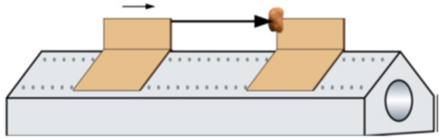
Le choc d'une balle de tennis ou d'un ballon de basket sont des chocs inélastiques (perte d'énergie entre deux rebonds).

4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

Expérience :

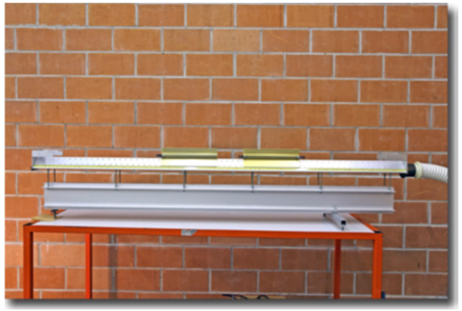


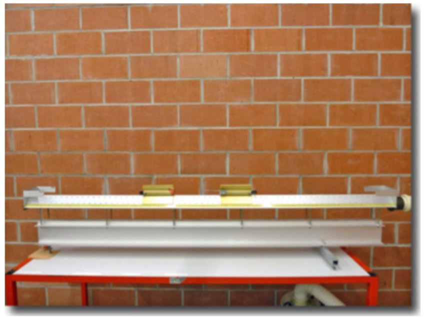


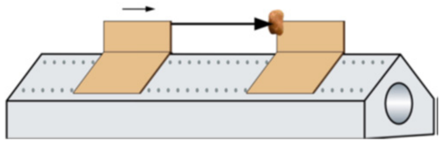


4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

Expérience : Choc élastique et choc mou de deux glisseurs



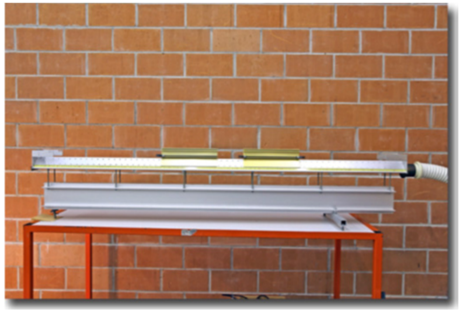


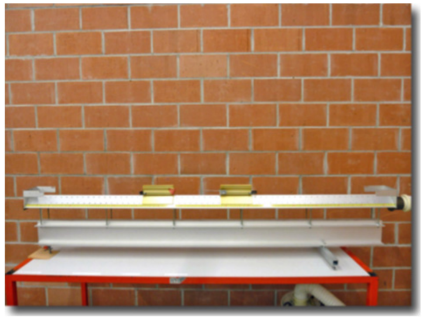


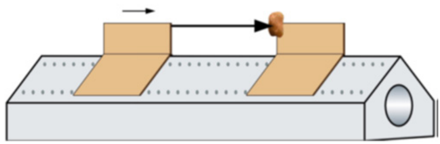
4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

Expérience : Choc élastique et choc mou de deux glisseurs

1. Choc élastique



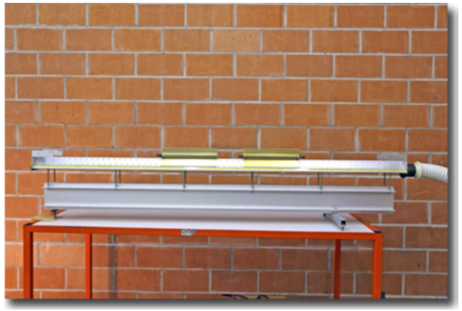




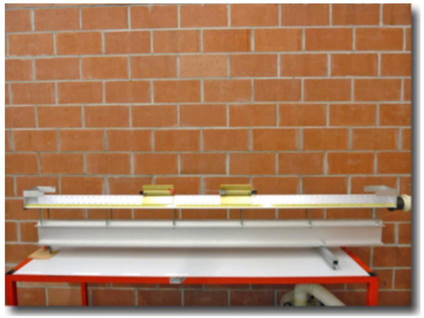
4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

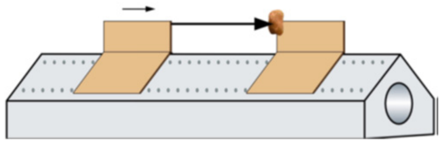
Expérience : Choc élastique et choc mou de deux glisseurs

1. Choc élastique



2. Choc mou (parfaitement inélastique)

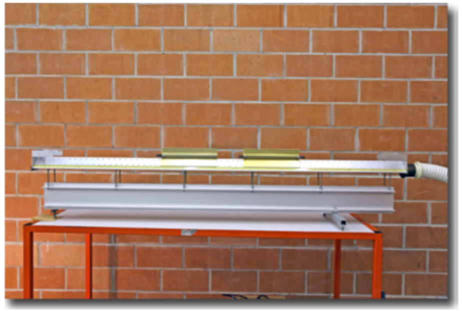




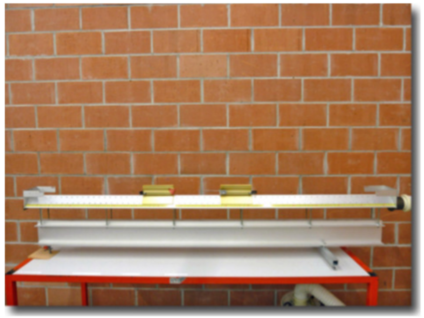
4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

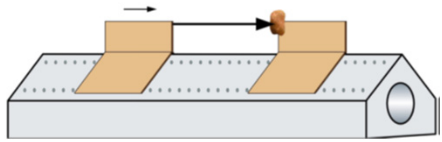
Expérience : Choc élastique et choc mou de deux glisseurs

1. Choc élastique



2. Choc mou (parfaitement inélastique)



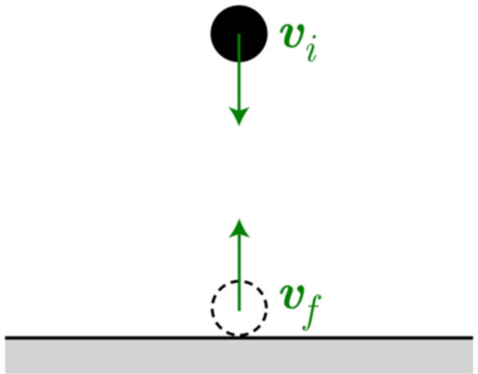


1. Lors d’un choc élastique, l’énergie cinétique est conservée. Si les deux glisseurs ont la même masse, le glisseur en mouvement s’arrête et l’autre glisseur se met en mouvement à la même vitesse que le premier.

2. Lors d’un choc mou, l’énergie cinétique est partiellement transformée en énergie mécanique de déformation lorsque la pointe du glisseur s’enfonce dans la pâte à modeler.

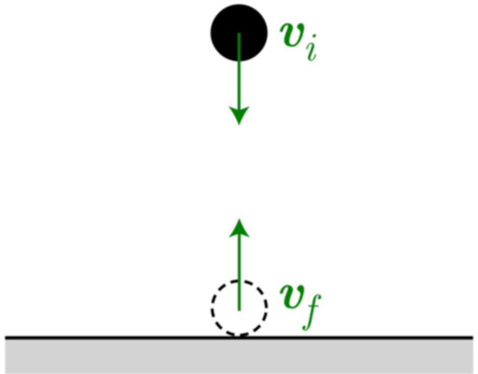
4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

Expérience :



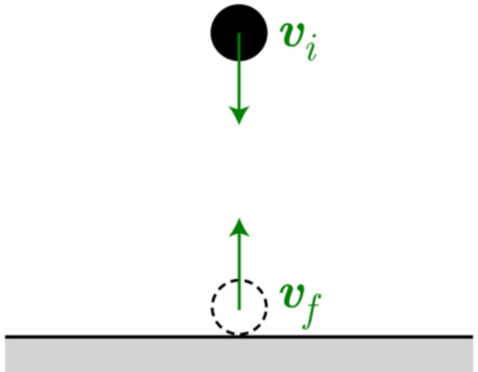
4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

Expérience : Coefficient de restitution d'une balle



4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

Expérience : Coefficient de restitution d'une balle

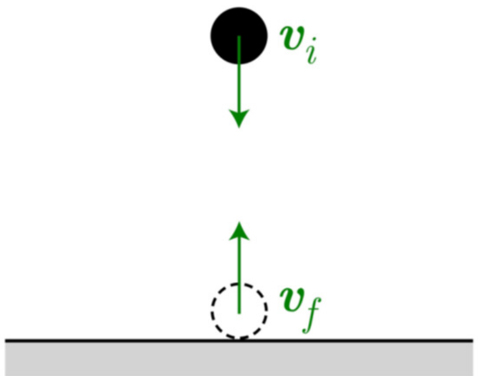


$$e = \frac{v_f}{v_i}$$

Coefficient de restitution

4.1.2 Choc élastique et choc inélastique

Expérience : Coefficient de restitution d'une balle



$$e = \frac{v_f}{v_i}$$

Coefficient de restitution

- Le coefficient de restitution *e* d'une balle permet de quantifier l'élasticité d'un choc contre un objet de masse « infinie » (le sol).

- Il existe trois types de choc :

1) Élastique : $e = 1$, 2) inélastique : $0 < e < 1$, 3) mou : $e = 0$

- Plus le matériau est dur, moins il se déformera durant le choc. Donc plus le coefficient de restitution sera grand, i.e., proche de 1.

4.2 Énergie cinétique et travail

4.2 Énergie cinétique et travail

4.2 Énergie cinétique et travail

- On considère un objet en mouvement. L'évolution du CM de cet objet est régie par la 2ème loi de Newton.

$$\boxed{m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \ \forall\, t \quad (4.3)}$$

4.2 Énergie cinétique et travail

- On considère un objet en mouvement. L'évolution du CM de cet objet est régie par la 2ème loi de Newton. $\boxed{m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \ \forall\, t \quad (4.3)}$

- Le produit scalaire de (4.3) avec $\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}$ s'écrit :

$$\boxed{m\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \quad (4.4)}$$

où $\boxed{\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}}{dt} = \frac{1}{2}\underbrace{\frac{d}{dt}\left(\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{CM}}\right)}_{=\frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}}{dt}\cdot\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}+\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}\cdot\frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}}{dt}} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}v_{\text{CM}}^2 \quad (4.5)}$

4.2 *Énergie cinétique et travail*

- On considère un objet en mouvement. L'évolution du CM de cet objet est régie par la 2ème loi de Newton.

$$\boxed{m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \ \forall\, t \quad (4.3)}$$

- Le produit scalaire de (4.3) avec $\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}$ s'écrit :

$$\boxed{m\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \quad (4.4)}$$

où
$$\boxed{\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}}{dt} = \frac{1}{2}\underbrace{\frac{d}{dt}\left(\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{CM}}\right)}_{=\frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}}{dt}\cdot\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} + \mathbf{v}_{\mathbf{CM}}\cdot\frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}}{dt}} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}v_{\mathrm{CM}}^2 \quad (4.5)}$$

- Ainsi, si la masse m est constante (i.e., $\frac{dm}{dt} = 0$) :

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\mathrm{CM}}^2\right) = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \quad (4.6)}$$

4.2 Énergie cinétique et travail

- On considère un objet en mouvement. L'évolution du CM de cet objet est régie par la 2ème loi de Newton. $$m\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \ \forall t \quad (4.3)$$

- Le produit scalaire de (4.3) avec $\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}$ s'écrit :

$$m\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \quad (4.4)$$

où $$\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}}{dt} = \frac{1}{2}\underbrace{\frac{d}{dt}\left(\mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{CM}}\right)}_{=\frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}}{dt}\cdot\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}+\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}\cdot\frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}}{dt}} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}v_{\mathrm{CM}}^2 \quad (4.5)$$

- Ainsi, si la masse m est constante (i.e., $\frac{dm}{dt} = 0$) : $$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\mathrm{CM}}^2\right) = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{CM}} \quad (4.6)$$

- La grandeur $\frac{1}{2}mv_{\mathrm{CM}}^2$ est l'intégrale du mouvement appelée l'énergie cinétique et notée $E_{\mathrm{cin,CM}}$ (définie à une constante près).

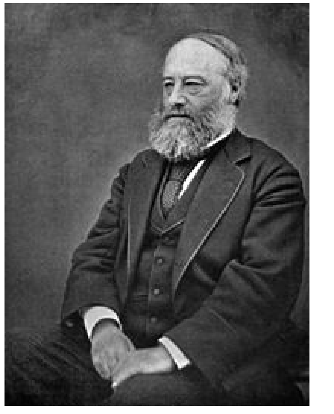
4.2.1 Énergie cinétique

James Prescott Joule

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$



James Prescott Joule

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.

James Prescott Joule

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.

- Unité physique de l'énergie (SI) : le Joule [J] = [N.m] = [kg.m^2.s^{-2}]

James Prescott Joule

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.

- Unité physique de l'énergie (SI) : le Joule [J] = [N.m] = [kg.m^2.s^{-2}]

James Prescott Joule

- Ainsi, la relation (4.6) devient :

$$\boxed{\frac{dE_{\text{cin,CM}}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt} \quad (4.8)} \quad \text{où} \quad \mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt}$$

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.

- Unité physique de l'énergie (SI) : le Joule [J] = [N.m] = [kg.m^2.s^{-2}]

James Prescott Joule

- Ainsi, la relation (4.6) devient :

$$\boxed{\frac{dE_{\text{cin,CM}}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt} \quad (4.8)} \quad \text{où} \quad \mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt}$$

- On multiplie la relation (4.8) par l'intervalle de temps infinitésimal :

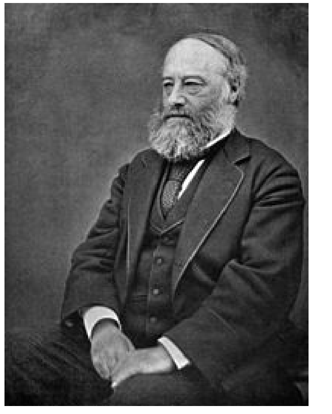
$$\boxed{dE_{\text{cin,CM}} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} \quad (4.9)}$$

4.2.1 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique $E_{\text{cin,CM}}$ du centre de masse est définie comme :

$$\boxed{E_{\text{cin,CM}} = \frac{1}{2} m v_{\text{CM}}^2 \quad (4.7)}$$

C'est l'énergie liée au mouvement du CM.



James Prescott Joule

- Unité physique de l'énergie (SI) : le Joule [J] = [N.m] = [kg.m^2.s^{-2}]

- Ainsi, la relation (4.6) devient :

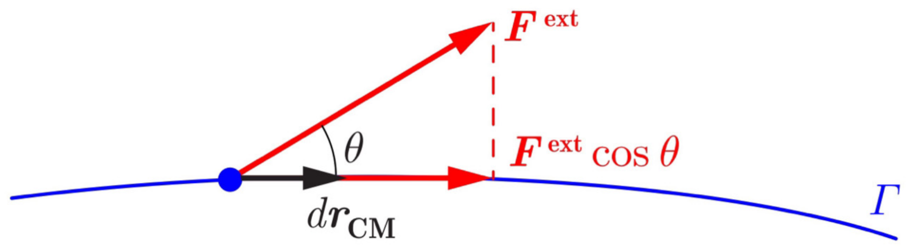
$$\boxed{\frac{dE_{\text{cin,CM}}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt} \quad (4.8)} \quad \text{où} \quad \mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt}$$

- On multiplie la relation (4.8) par l'intervalle de temps infinitésimal :

$$\boxed{dE_{\text{cin,CM}} = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} \quad (4.9)}$$

- La variation de l'énergie cinétique est due aux forces extérieures.

4.2.2 Travail

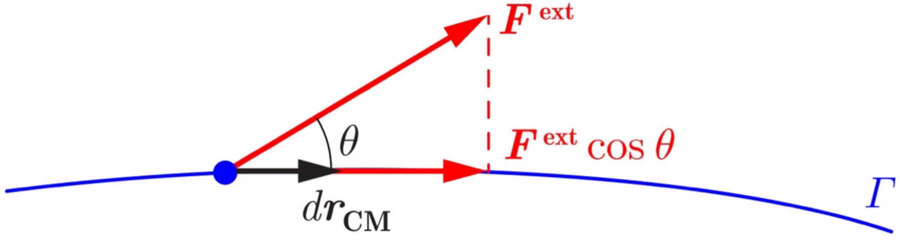


Remarque :

4.2.2 Travail

- Le <u>travail infinitésimal</u> des forces extérieures sur le CM pour un déplacement infinitésimal $d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$ est défini comme :

$$\boxed{\begin{aligned}\delta W^{\text{ext}} &= \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \\ &= \left\|\mathbf{F}^{\mathbf{ext}}\right\| \left\|d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}\right\| \cos\theta \quad (4.10)\end{aligned}}$$

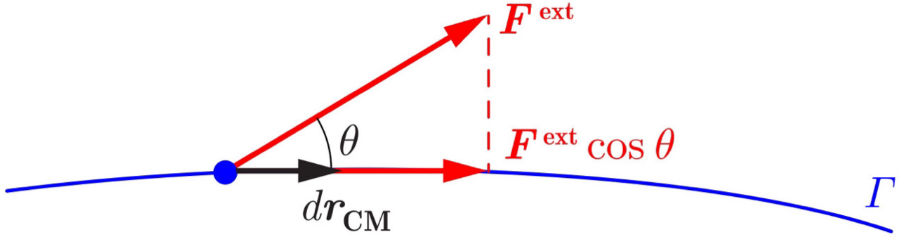


Remarque :

4.2.2 Travail

- Le <u>travail infinitésimal</u> des forces extérieures sur le CM pour un déplacement infinitésimal $d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$ est défini comme :

$$\boxed{\begin{aligned}\delta W^{\text{ext}} &= \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \\ &= \left\|\mathbf{F}^{\mathbf{ext}}\right\| \left\|d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}\right\| \cos\theta \quad (4.10)\end{aligned}}$$



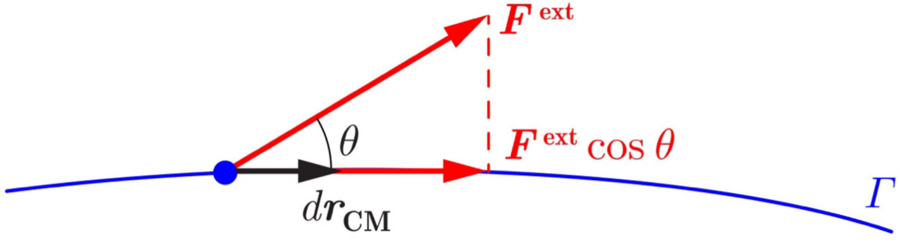
- Le <u>travail</u> des forces extérieures sur le CM pour un déplacement d'une position initiale $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}(t_1)$ à une position finale $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}(t_2)$ est la somme des travaux infinitésimaux :

$$\boxed{W_{1\to 2}^{\text{ext}} = \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \quad (4.11)}$$

Remarque :

4.2.2 Travail

- Le <u>travail infinitésimal</u> des forces extérieures sur le CM pour un déplacement infinitésimal $d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$ est défini comme :



$$\boxed{\begin{aligned}\delta W^{\text{ext}} &= \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \\ &= \left\|\mathbf{F}^{\mathbf{ext}}\right\| \left\|d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}\right\| \cos\theta \quad (4.10)\end{aligned}}$$

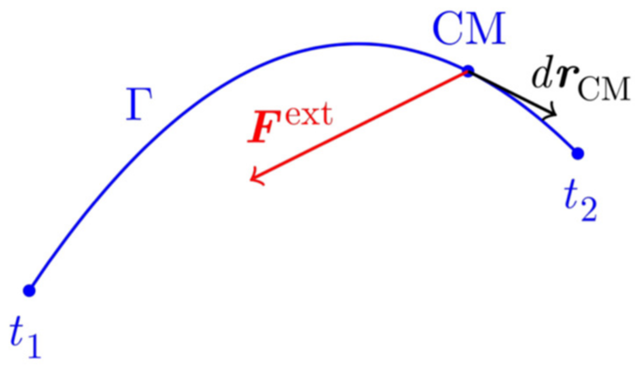
- Le <u>travail</u> des forces extérieures sur le CM pour un déplacement d'une position initiale $\mathbf{r_1} = \mathbf{r}(t_1)$ à une position finale $\mathbf{r_2} = \mathbf{r}(t_2)$ est la somme des travaux infinitésimaux :

$$\boxed{W_{1\to 2}^{\text{ext}} = \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \quad (4.11)}$$

Remarque :

Une somme continue est une intégrale. Cette intégrale est calculée par rapport à la position qui est fonction du temps.

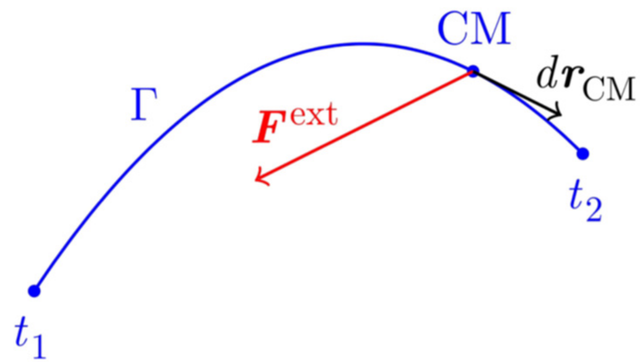
4.2.3 Théorème de l'énergie cinétique



4.2.3 Théorème de l'énergie cinétique

- Le travail effectué par les forces extérieures entre t_1 et t_2 s'écrit :

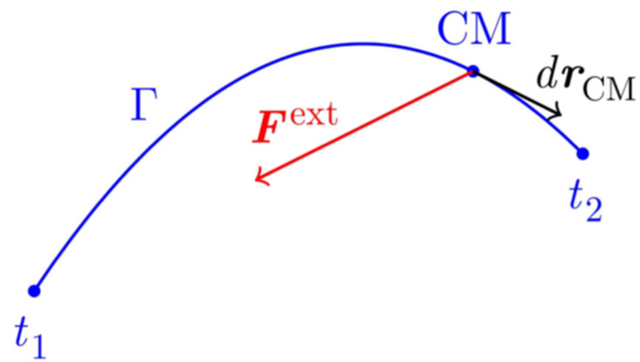
$$W_{1\to 2}^{\text{ext}} \overset{(4.11)}{=} \int_1^2 \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \overset{(4.9)}{=} \int_1^2 dE_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1)$$



4.2.3 Théorème de l'énergie cinétique

- Le travail effectué par les forces extérieures entre t_1 et t_2 s'écrit :

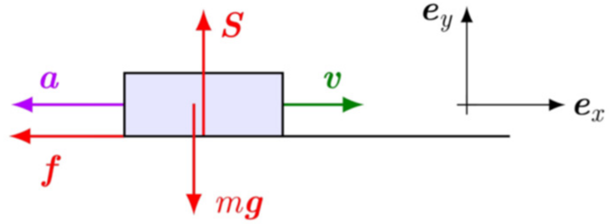
$$W_{1\to 2}^{\text{ext}} \overset{(4.11)}{=} \int_1^2 \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} \overset{(4.9)}{=} \int_1^2 dE_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1)$$



- Le théorème de l'énergie cinétique affirme que la variation d'énergie cinétique du CM est due au travail des forces extérieures :

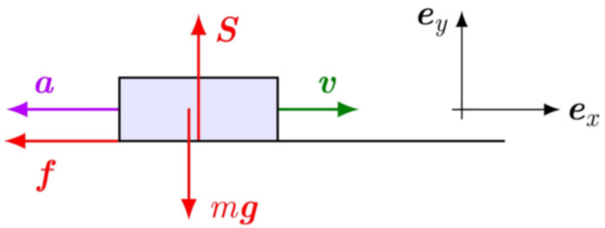
$$\boxed{E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = W_{1\to 2}^{\text{ext}} \quad (4.12)}$$

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique



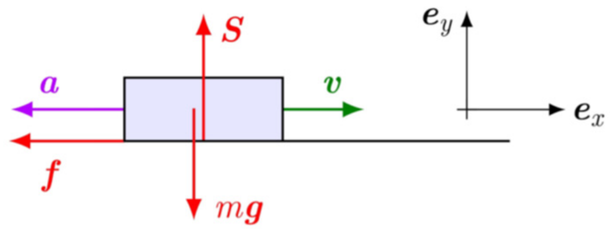
4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- Un objet de masse m glisse le long d'un plan horizontal. Il est soumis à une force de frottement $\mathbf{f}$ constante opposée à la vitesse. Sa vitesse initiale est $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(t_1)$ et on cherche sa vitesse finale $\mathbf{v}(t_2)$ après avoir parcouru une distance $l = x_2 - x_1$.



4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

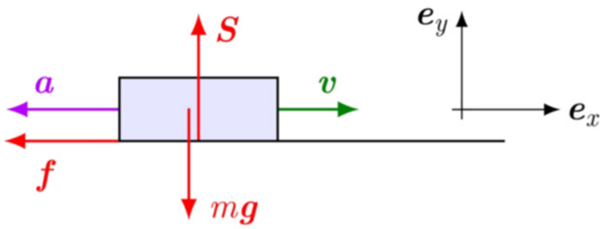
- Un objet de masse m glisse le long d'un plan horizontal. Il est soumis à une force de frottement **f** constante opposée à la vitesse. Sa vitesse initiale est $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(t_1)$ et on cherche sa vitesse finale $\mathbf{v}(t_2)$ après avoir parcouru une distance $l = x_2 - x_1$.



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien **S**, frottement **f**
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} + \mathbf{f} = m\mathbf{a}$

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- Un objet de masse m glisse le long d'un plan horizontal. Il est soumis à une force de frottement $\mathbf{f}$ constante opposée à la vitesse. Sa vitesse initiale est $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(t_1)$ et on cherche sa vitesse finale $\mathbf{v}(t_2)$ après avoir parcouru une distance $l = x_2 - x_1$.



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$, frottement $\mathbf{f}$
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} + \mathbf{f} = m\mathbf{a}$

1. Newton :

Selon $\mathbf{e}_x$: $-f = -ma$

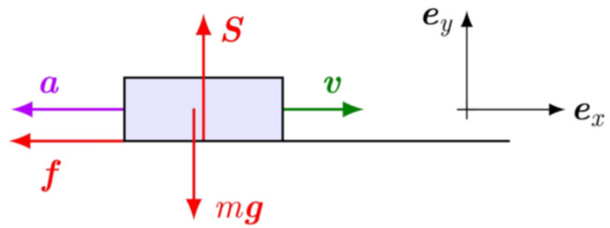
- $a = \frac{f}{m} = a_0 = \text{cste}$
- $v(t) = -a_0(t - t_1) + v_1$
- $x(t) = -\frac{1}{2}a_0(t - t_1)^2 + v_1(t - t_1) + x_1$

Ainsi, $l = x_2 - x_1 = -\frac{1}{2}a_0(t_2 - t_1)^2 + v_1(t_2 - t_1)$

et $v_2 = -a_0(t_2 - t_1) + v_1$

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- Un objet de masse m glisse le long d'un plan horizontal. Il est soumis à une force de frottement **f** constante opposée à la vitesse. Sa vitesse initiale est $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(t_1)$ et on cherche sa vitesse finale $\mathbf{v}(t_2)$ après avoir parcouru une distance $l = x_2 - x_1$.



1. <u>Newton</u> :

- <u>Objet</u> : masse m
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$, frottement $\mathbf{f}$
- <u>Newton</u> : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} + \mathbf{f} = m\mathbf{a}$

Selon $\mathbf{e}_x$: $-f = -ma$

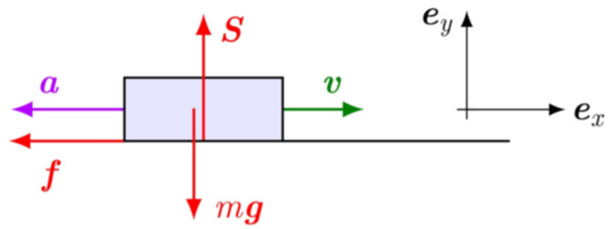
- $a = \dfrac{f}{m} = a_0 = \text{cste}$
- $v(t) = -a_0(t - t_1) + v_1$
- $x(t) = -\dfrac{1}{2}a_0(t - t_1)^2 + v_1(t - t_1) + x_1$

Ainsi, $l = x_2 - x_1 = -\dfrac{1}{2}a_0(t_2 - t_1)^2 + v_1(t_2 - t_1)$

et $v_2 = -a_0(t_2 - t_1) + v_1$

$$\boxed{\text{Donc, } l = -\frac{(v_2 - v_1)^2}{2a_0} - \frac{v_1(v_2 - v_1)}{a_0} \text{ et } v_2^2 - v_1^2 = -2a_0 l = -\frac{2fl}{m} \quad (4.13)}$$

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

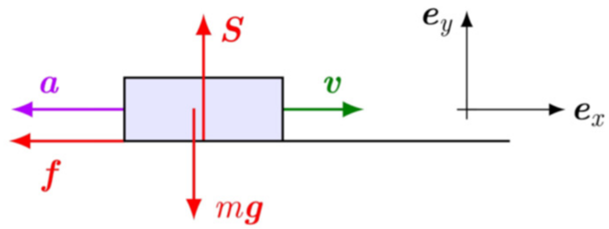


Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

2. Théorème de l'énergie cinétique :

- $\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

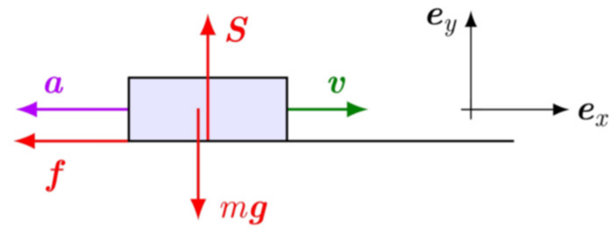


Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

2. <u>Théorème de l'énergie cinétique</u> :

- $\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$



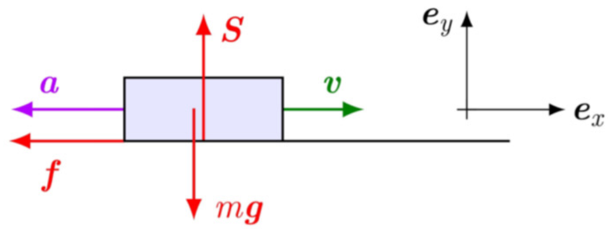
- <u>Objet</u> : masse m
- <u>Forces</u> : poids m**g**, soutien **S**, frottement **f**

Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

2. Théorème de l'énergie cinétique :

- $\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$
- Travaux :



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$, frottement $\mathbf{f}$

1. $m\mathbf{g} \perp d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$\delta W(m\mathbf{g}) = m\mathbf{g} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to2}(m\mathbf{g}) = 0$

2. $\mathbf{S} \perp d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{S}) = \mathbf{S} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to2}(\mathbf{S}) = 0$

3. $\mathbf{f} \parallel d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{f}) = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = (-f\mathbf{e}_x) \cdot (dx\mathbf{e}_x) = -fdx$

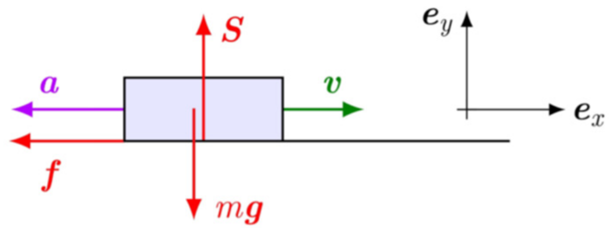
$\Rightarrow W_{1\to2}(\mathbf{f}) = -\int_1^2 fdx = -f\int_1^2 dx = -f(x_2 - x_1) = -fl \quad (\text{car } f = \text{cste})$

Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

2. Théorème de l'énergie cinétique :

- $\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$
- Travaux :



- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$, frottement $\mathbf{f}$

1. $m\mathbf{g} \perp d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$\delta W(m\mathbf{g}) = m\mathbf{g} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to2}(m\mathbf{g}) = 0$

2. $\mathbf{S} \perp d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{S}) = \mathbf{S} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to2}(\mathbf{S}) = 0$

3. $\mathbf{f} \parallel d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$\delta W(\mathbf{f}) = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = (-f\mathbf{e}_x) \cdot (dx\mathbf{e}_x) = -f dx$

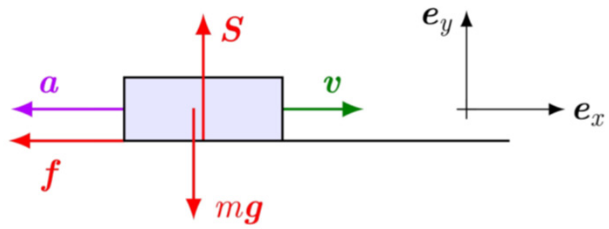
$\Rightarrow W_{1\to2}(\mathbf{f}) = -\int_1^2 f dx = -f\int_1^2 dx = -f(x_2 - x_1) = -fl \quad (\text{car } f = \text{cste})$

Ainsi, $\boxed{\Delta E_{\text{cin,CM}} = W_{1\to2}^{\text{ext}} = W_{1\to2}(\mathbf{f}) \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = -\frac{2fl}{m} \Rightarrow v_2 < v_1 \quad (4.13)}$

Remarque :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

2. Théorème de l'énergie cinétique :



- $$\Delta E_{\text{cin,CM}} = E_{\text{cin,CM}}(2) - E_{\text{cin,CM}}(1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$
- Travaux :

- Objet : masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$, frottement $\mathbf{f}$

1. $m\mathbf{g} \perp d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$$\delta W(m\mathbf{g}) = m\mathbf{g} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to 2}(m\mathbf{g}) = 0$$

2. $\mathbf{S} \perp d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$$\delta W(\mathbf{S}) = \mathbf{S} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = 0 \Rightarrow W_{1\to 2}(\mathbf{S}) = 0$$

3. $\mathbf{f} \parallel d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$:

$$\delta W(\mathbf{f}) = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = (-f\mathbf{e}_x)\cdot(dx\mathbf{e}_x) = -fdx$$

$$\Rightarrow W_{1\to 2}(\mathbf{f}) = -\int_1^2 fdx = -f\int_1^2 dx = -f(x_2 - x_1) = -fl \quad (\text{car } f = \text{cste})$$

Ainsi, $$\boxed{\Delta E_{\text{cin,CM}} = W_{1\to 2}^{\text{ext}} = W_{1\to 2}(\mathbf{f}) \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = -\frac{2fl}{m} \Rightarrow v_2 < v_1 \quad (4.13)}$$

Remarque : La deuxième méthode est plus efficace.

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

Remarques :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- On cherche la distance de freinage df. À l'arrêt, $v_2 = 0$. Ainsi,

$$\boxed{\underbrace{v_2^2}_{=0} - v_1^2 = -\frac{2f}{m} df \quad \Rightarrow \quad df = \frac{m v_1^2}{2f} > 0 \quad (4.14)}$$

Remarques :

4.2.4 Application du théorème de l'énergie cinétique

- On cherche la distance de freinage df. À l'arrêt, v_2 = 0. Ainsi,

$$\boxed{\underbrace{v_2^2}_{=0} - v_1^2 = -\frac{2f}{m} df \quad \Rightarrow \quad df = \frac{m v_1^2}{2f} > 0 \quad (4.14)}$$

Remarques :

1. Le travail d'une force est sa contribution à la <u>variation</u> d'énergie cinétique du CM. L'énergie cinétique augmente si la force est (partiellement) dans le sens du mouvement et elle diminue si la force est (partiellement) opposée.

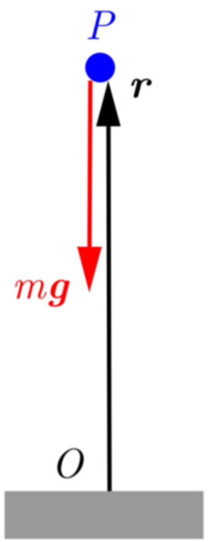
2. Une force normale au déplacement ne travaille pas.

3. En général, le travail d'une force dépend du chemin suivi par l'objet de la position initiale $\mathbf{r_1}$ à la position finale $\mathbf{r_2}$.

4.2.5 Forces conservatives et 4.2.6 énergie potentielle de gravitation

Forces conservatives

Énergie potentielle de gravitation

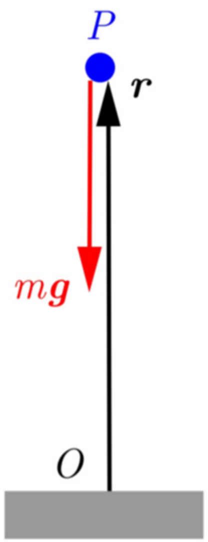


4.2.5 Forces conservatives et 4.2.6 énergie potentielle de gravitation

Forces conservatives

Une force est dite conservative si son travail sur l'objet considéré ne dépend que des extrémités du chemin que l'objet parcourt, et non du chemin lui-même.

Énergie potentielle de gravitation



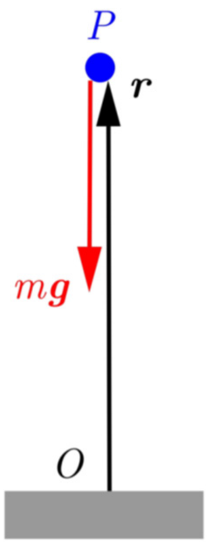
4.2.5 Forces conservatives et 4.2.6 énergie potentielle de gravitation

Forces conservatives

Une force est dite conservative si son travail sur l'objet considéré ne dépend que des extrémités du chemin que l'objet parcourt, et non du chemin lui-même.

Énergie potentielle de gravitation

- En tout point, le poids de l'objet est identique (champ gravitationnel uniforme). À la montée, le travail du poids est négatif et à la descente, il est positif.
- Entre les positions $\mathbf{r_1} = \mathbf{r}(t_1)$ et $\mathbf{r_2} = \mathbf{r}(t_2)$, le travail du poids est :



4.2.5 Forces conservatives et 4.2.6 énergie potentielle de gravitation

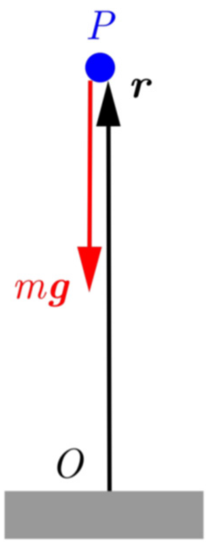
Forces conservatives

Une force est dite <u>conservative</u> si son travail sur l'objet considéré ne dépend que des extrémités du chemin que l'objet parcourt, et non du chemin lui-même.

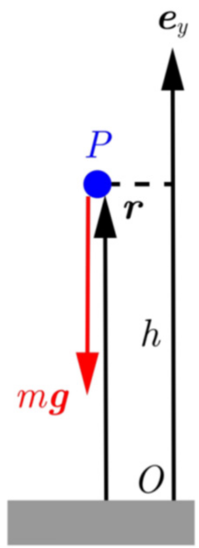
Énergie potentielle de gravitation

- En tout point, le poids de l'objet est identique (champ gravitationnel uniforme). À la montée, le travail du poids est négatif et à la descente, il est positif.
- Entre les positions $\mathbf{r_1} = \mathbf{r}(t_1)$ et $\mathbf{r_2} = \mathbf{r}(t_2)$, le travail du poids est :

$$\boxed{\begin{aligned} W_{1\to 2}(m\mathbf{g}) &= \int_1^2 m\mathbf{g}\cdot d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \overset{m\mathbf{g}=\mathbf{cste}}{=} m\mathbf{g}.\int_1^2 d\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \\ &= m\mathbf{g}\cdot(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1) = (-m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r}_1)-(-m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r}_2) \quad (4.15) \end{aligned}}$$



4.2.6 Énergie potentielle de gravitation



Remarque :

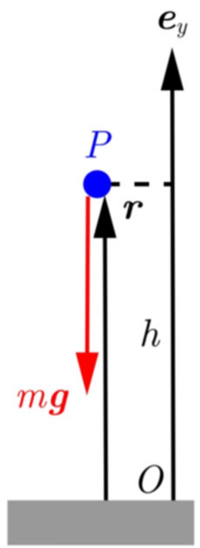
4.2.6 Énergie potentielle de gravitation

- Le travail du poids $m\mathbf{g}$ s'exprime comme une différence de termes associés aux extrémités du chemin.

- L'énergie potentielle de gravitation est définie comme

$$\boxed{E_{\text{pot}}(\mathbf{r}) = -m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r} + \text{cste} \quad (4.16)}$$

à une constante près (choix de référence).



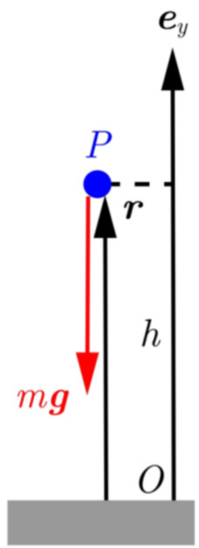
- Selon l'axe vertical, avec $\mathbf{g}\cdot\mathbf{r} = (-g\mathbf{e}_y)\cdot(h\mathbf{e}_y) = -gh$

$$\boxed{E_{\text{pot}}(h) = mgh + \text{cste} \quad (4.17)}$$

Remarque :

4.2.6 Énergie potentielle de gravitation

- Le travail du poids $m\mathbf{g}$ s'exprime comme une différence de termes associés aux extrémités du chemin.



- L'énergie potentielle de gravitation est définie comme

$$\boxed{E_{\text{pot}}(\mathbf{r}) = -m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r} + \text{cste} \quad (4.16)}$$

à une constante près (choix de référence).

- Selon l'axe vertical, avec $\mathbf{g}\cdot\mathbf{r} = (-g\mathbf{e}_y)\cdot(h\mathbf{e}_y) = -gh$

$$\boxed{E_{\text{pot}}(h) = mgh + \text{cste} \quad (4.17)}$$

Remarque :

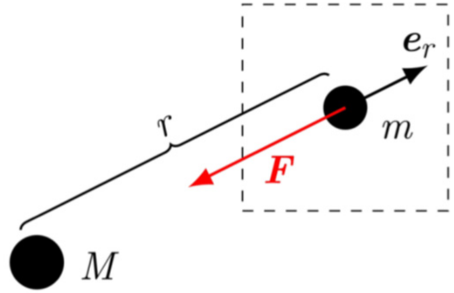
En prenant la référence de potentiel au niveau du sol (passant par O), la constante s'annule.

- Le travail effectué par le poids $W_{1\to2}(m\mathbf{g})$ devient :

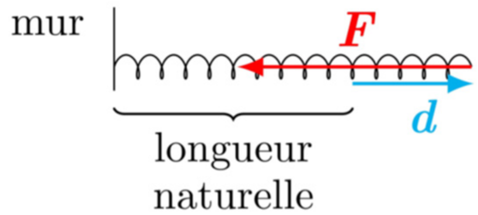
$$\boxed{W_{1\to2}(m\mathbf{g}) \overset{(4.15)}{=} (-m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r}_1) - (-m\mathbf{g}\cdot\mathbf{r}_2) = mgh_1 - mgh_2 = E_{\text{pot}}(1) - E_{\text{pot}}(2) \quad (4.18)}$$

où le travail $W_{1\to2}(m\mathbf{g})$ est indépendant du choix de la cste.

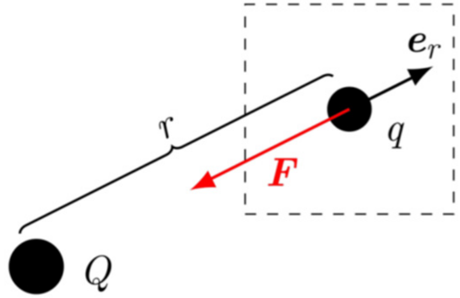
4.2.7 Énergie pot. élastique et 4.2.8 énergie pot. électrique



Énergie potentielle élastique



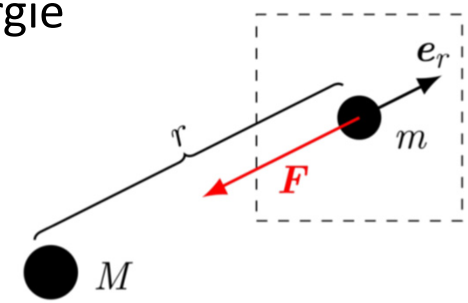
Énergie potentielle électrique



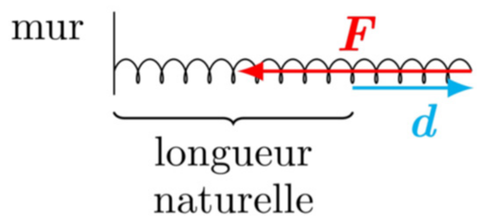
4.2.7 Énergie pot. élastique et 4.2.8 énergie pot. électrique

- Dans le cas général, pour la force de gravitation $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\mathbf{e}_r$, l'énergie potentielle correspondante est :

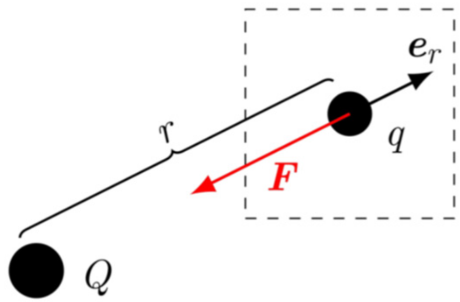
$$\boxed{E_{\text{pot}}(r) = -\frac{GMm}{r} + \text{cste} \quad (4.19)}$$



Énergie potentielle élastique

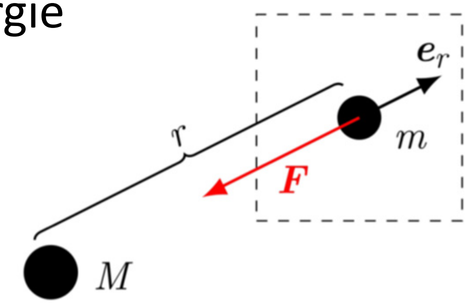


Énergie potentielle électrique



4.2.7 Énergie pot. élastique et 4.2.8 énergie pot. électrique

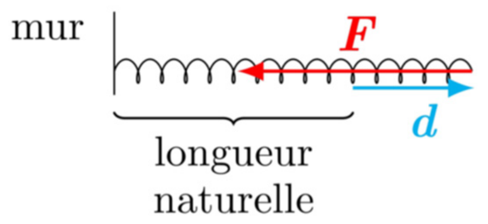
- Dans le cas général, pour la force de gravitation $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\mathbf{e}_r$, l'énergie potentielle correspondante est :



$$\boxed{E_{\text{pot}}(r) = -\frac{GMm}{r} + \text{cste} \quad (4.19)}$$

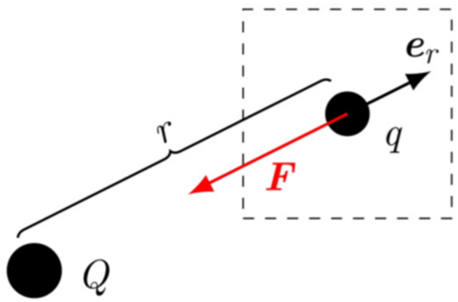
Énergie potentielle élastique

- L'énergie potentielle élastique associée à la force élastique $\mathbf{F} = -k\mathbf{d}$ est :



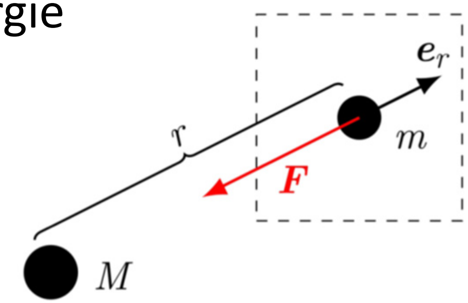
$$\boxed{E_{\text{pot}}(d) = \frac{1}{2}kd^2 + \text{cste} \quad (4.20)}$$

Énergie potentielle électrique



4.2.7 Énergie pot. élastique et 4.2.8 énergie pot. électrique

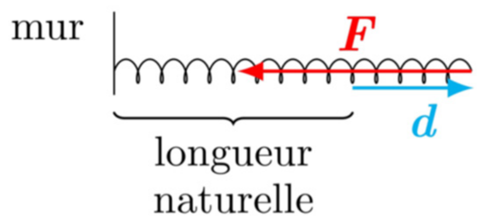
- Dans le cas général, pour la force de gravitation $\mathbf{F} = -\dfrac{GMm}{r^2}\mathbf{e}_r$, l'énergie potentielle correspondante est :



$$\boxed{E_{\text{pot}}(r) = -\frac{GMm}{r} + \text{cste} \quad (4.19)}$$

Énergie potentielle élastique

- L'énergie potentielle élastique associée à la force élastique **F** = -*k***d** est :

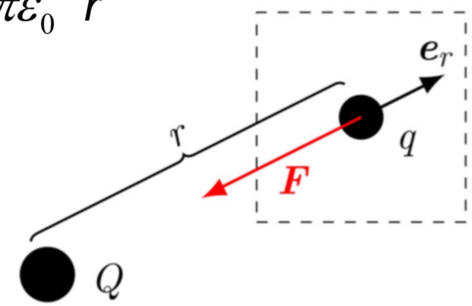


$$\boxed{E_{\text{pot}}(d) = \frac{1}{2}kd^2 + \text{cste} \quad (4.20)}$$

Énergie potentielle électrique

- L'énergie potentielle électrique associée à la force électrique $\mathbf{F} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{r^2}\mathbf{e}_r$ est :

$$\boxed{E_{\text{pot}}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r} + \text{cste} \quad (4.21)}$$



4.2.5-8 Forces conservatives et énergie : remarques

Remarque :

4.2.5-8 Forces conservatives et énergie : remarques

- Le travail d'une force conservative $\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}$ (poids, force de gravitation, force élastique, force électrique) s'écrit comme une différence d'énergie potentielle :

$$\boxed{W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}\right) = E_{\text{pot}}(1) - E_{\text{pot}}(2) \quad (4.22)}$$

Remarque :

4.2.5-8 Forces conservatives et énergie : remarques

- Le travail d'une force conservative $\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}$ (poids, force de gravitation, force élastique, force électrique) s'écrit comme une différence d'énergie potentielle :

$$\boxed{W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}\right) = E_{\mathrm{pot}}(1) - E_{\mathrm{pot}}(2) \quad (4.22)}$$

- Si toutes les forces sont conservatives, le théorème de l'énergie cinétique devient :

$$\boxed{E_{\mathrm{cin}}(2) - E_{\mathrm{cin}}(1) = W_{1\to 2} = E_{\mathrm{pot}}(1) - E_{\mathrm{pot}}(2)}$$

ou encore

$$\boxed{E_{\mathrm{cin}}(1) + E_{\mathrm{pot}}(1) = E_{\mathrm{cin}}(2) + E_{\mathrm{pot}}(2) \quad (4.23)}$$

Remarque :

4.2.5-8 Forces conservatives et énergie : remarques

- Le travail d'une force conservative $\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}$ (poids, force de gravitation, force élastique, force électrique) s'écrit comme une différence d'énergie potentielle :

$$\boxed{W_{1\to 2}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{cons}}\right) = E_{\text{pot}}(1) - E_{\text{pot}}(2) \quad (4.22)}$$

- Si toutes les forces sont conservatives, le théorème de l'énergie cinétique devient :

$$\boxed{E_{\text{cin}}(2) - E_{\text{cin}}(1) = W_{1\to 2} = E_{\text{pot}}(1) - E_{\text{pot}}(2)}$$

ou encore

$$\boxed{E_{\text{cin}}(1) + E_{\text{pot}}(1) = E_{\text{cin}}(2) + E_{\text{pot}}(2) \quad (4.23)}$$

Remarque :

Si les forces sont conservatives, la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle est une constante.