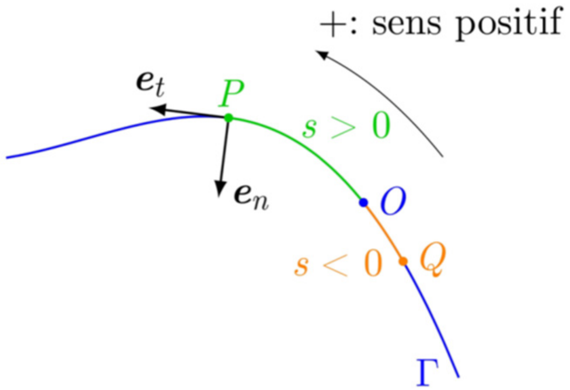
Leçon 11 – 01/04/2025

3. Dynamique

- 3.10 Repère lié au mouvement

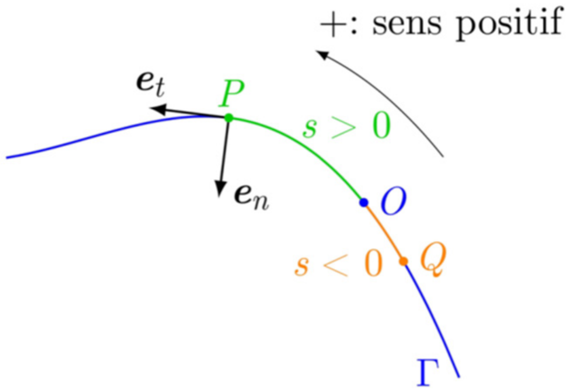
3.10.1 Abscisse curviligne, repère

Abscisse curviligne :



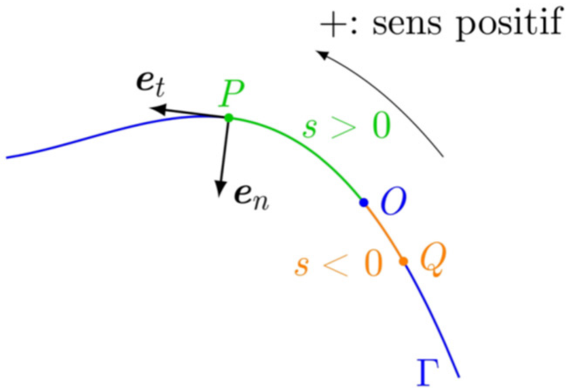
3.10.1 Abscisse curviligne, repère

Abscisse curviligne : Distance s parcourue par le point matériel le long de la courbe Γ.



3.10.1 Abscisse curviligne, repère

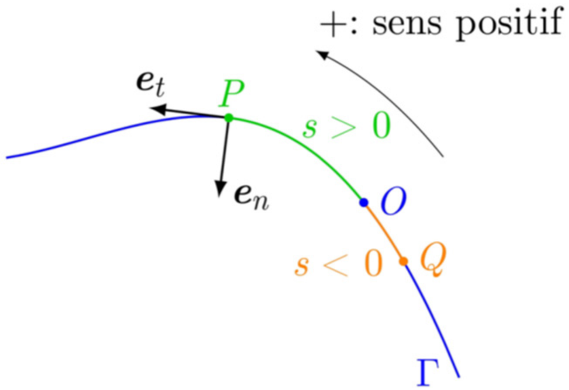
Abscisse curviligne : Distance s parcourue par le point matériel le long de la courbe Γ.



- s est l'abscisse curviligne.
- $s > 0$: P est devant O selon $\mathbf{e}_t$.
- $s < 0$: Q est derrière O selon $\mathbf{e}_t$.

3.10.1 Abscisse curviligne, repère

Abscisse curviligne : Distance s parcourue par le point matériel le long de la courbe Γ.



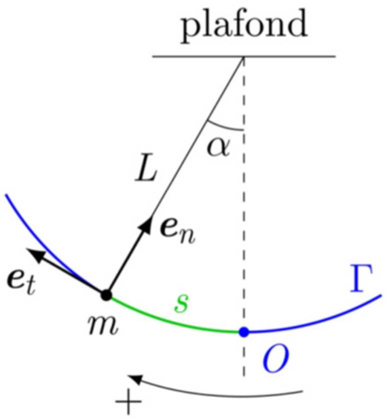
- s est l'abscisse curviligne.
- $s > 0$: P est devant O selon $\mathbf{e}_t$.
- $s < 0$: Q est derrière O selon $\mathbf{e}_t$.

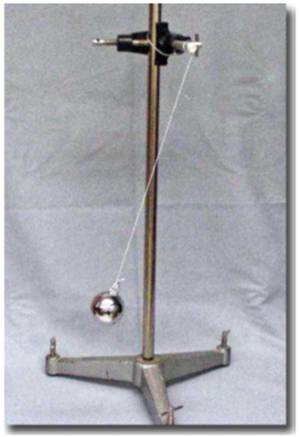
- On définit un repère orthonormé mobile lié au point matériel P $(P, \mathbf{e}_t, \mathbf{e}_n)$ qui se déplace avec P le long de Γ.

1. $\mathbf{e}_t$ est un vecteur normé, tangent à Γ et donnant le sens positif de parcours.
2. $\mathbf{e}_n$ est un vecteur normé, normal à Γ et formant en P un angle $\pi/2$ avec $\mathbf{e}_t$.

3.10.1 Abscisse curviligne, repère et 3.10.2 vitesse scalaire

Exemple :

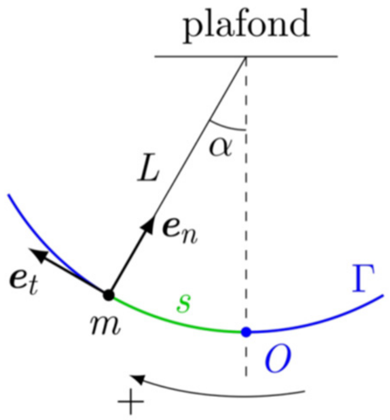


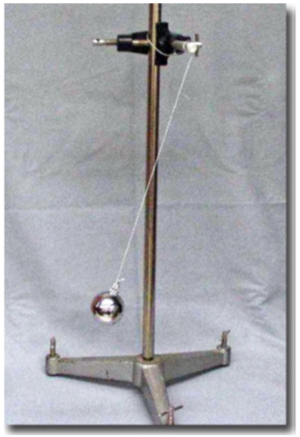


Vitesse scalaire

3.10.1 Abscisse curviligne, repère et 3.10.2 vitesse scalaire

Exemple : Pendule simple

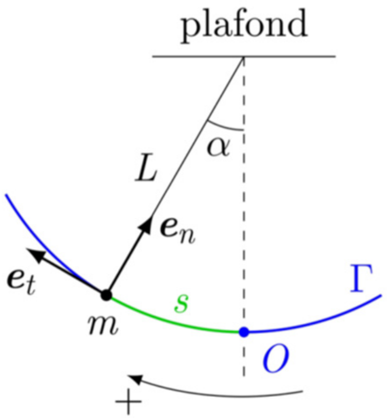




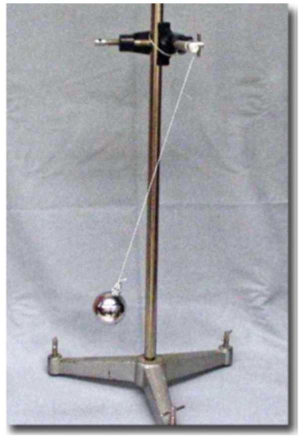
Vitesse scalaire

3.10.1 Abscisse curviligne, repère et 3.10.2 vitesse scalaire

Exemple : Pendule simple



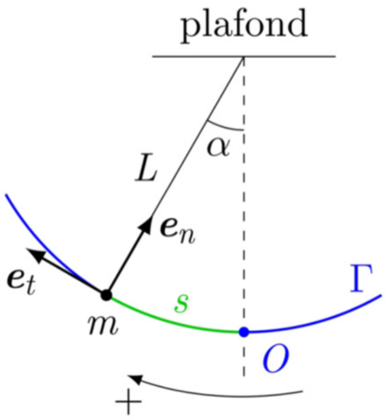
- Abscisse curviligne, $s = L\alpha$
- $\alpha > 0$: gauche
- $\alpha < 0$: droite



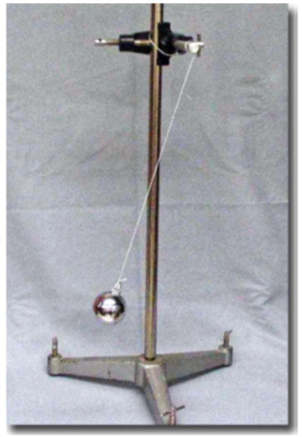
Vitesse scalaire

3.10.1 Abscisse curviligne, repère et 3.10.2 vitesse scalaire

Exemple : Pendule simple



- Abscisse curviligne, $s = L\alpha$
- $\alpha > 0$: gauche
- $\alpha < 0$: droite



Vitesse scalaire

En tout point de la trajectoire Γ d'un objet, la vitesse est toujours tangente à la trajectoire

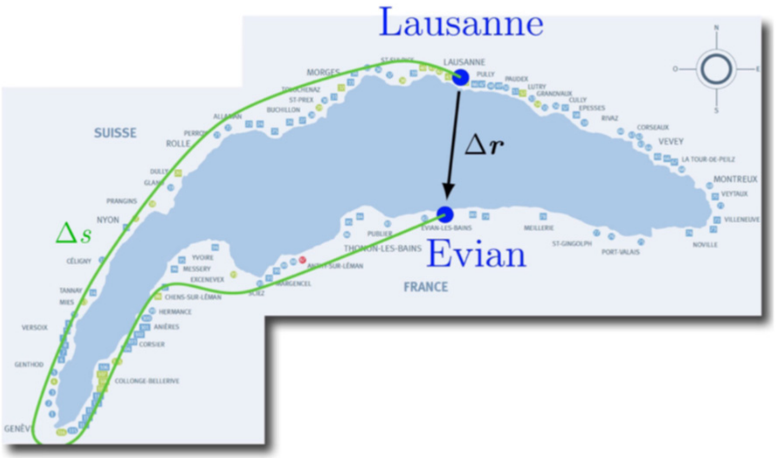
et s'écrit : $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_t$ où v est la composante scalaire de la vitesse le long de la trajectoire Γ

et $\mathbf{e}_t$ est le vecteur unitaire tangent.

3.10.2 Vitesse scalaire

Remarque :

Exemple :



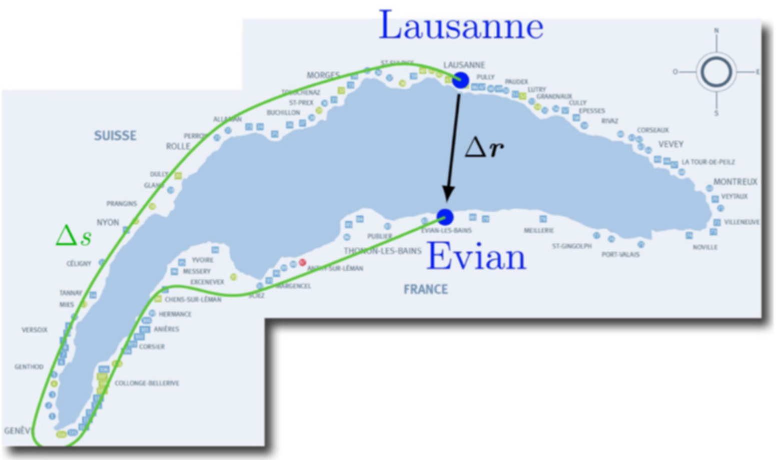
3.10.2 Vitesse scalaire

- La vitesse scalaire est définie comme la dérivée temporelle de l'abscisse curviligne :

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s} \quad (3.50)}$$

Remarque :

Exemple :



3.10.2 Vitesse scalaire

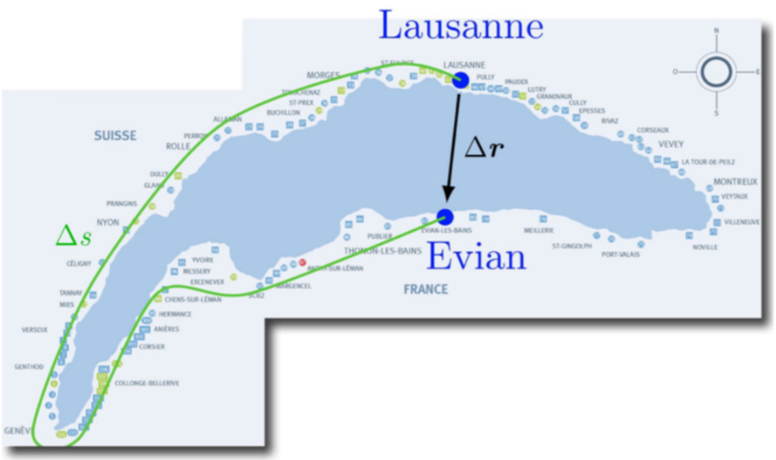
- La vitesse scalaire est définie comme la dérivée temporelle de l'abscisse curviligne :

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s} \quad (3.50)}$$

- Unité physique (SI) : [m.s^{-1}]

Remarque :

Exemple :



3.10.2 Vitesse scalaire

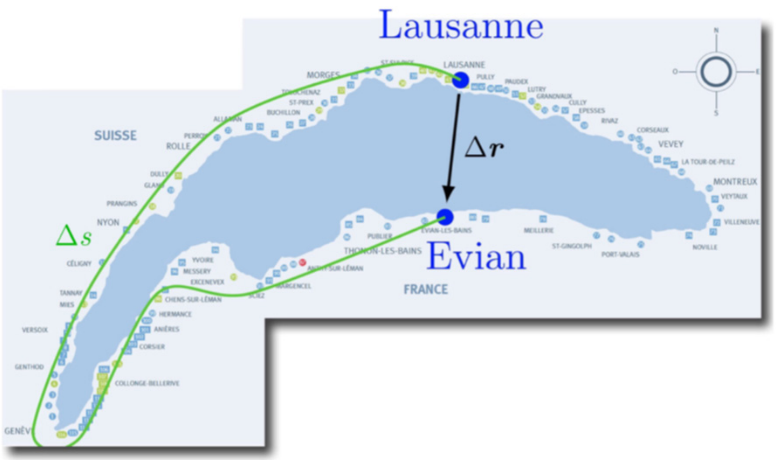
- La vitesse scalaire est définie comme la dérivée temporelle de l'abscisse curviligne :

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s} \quad (3.50)}$$

- Unité physique (SI) : $[m.s^{-1}]$

Remarque : $\|\mathbf{v}\| = v$ (vitesse instantanée)

Exemple :



3.10.2 Vitesse scalaire

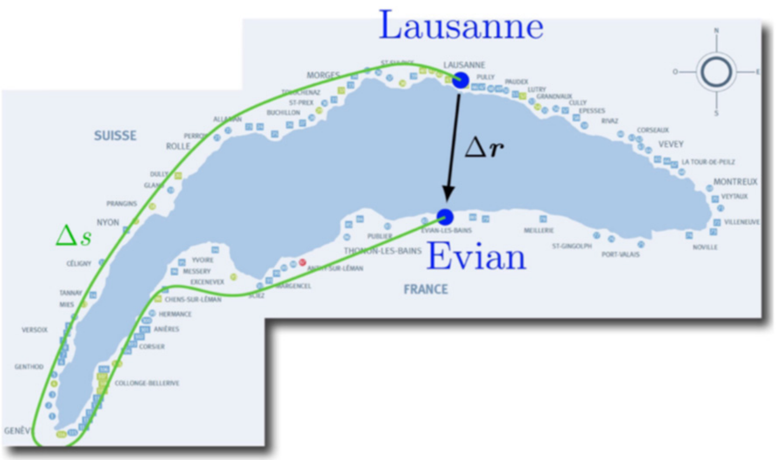
- La vitesse scalaire est définie comme la dérivée temporelle de l'abscisse curviligne :

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s} \quad (3.50)}$$

- Unité physique (SI) : [m.s^{-1}]

Remarque : $\|\mathbf{v}\| = v$ (vitesse instantanée)

Exemple : trajet Lausanne-Évian



3.10.2 Vitesse scalaire

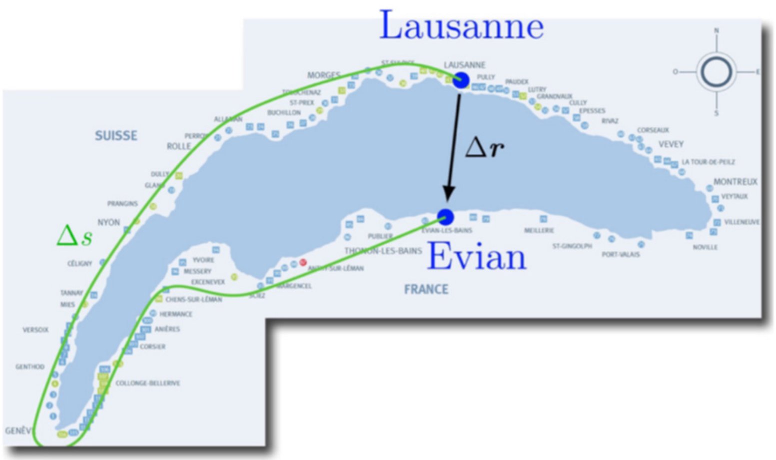
- La vitesse scalaire est définie comme la dérivée temporelle de l'abscisse curviligne :

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s} \quad (3.50)}$$

- Unité physique (SI) : [m.s^{-1}]

Remarque : $\|\mathbf{v}\| = v$ (vitesse instantanée)

Exemple : trajet Lausanne-Évian



- Vitesse moyenne :

$$\|\mathbf{v}_{\text{moy}}\| = \left\|\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}\right\| = \frac{15\,\text{km}}{1{,}5\,\text{h}} = 10\,\text{km/h}$$

3.10.2 Vitesse scalaire

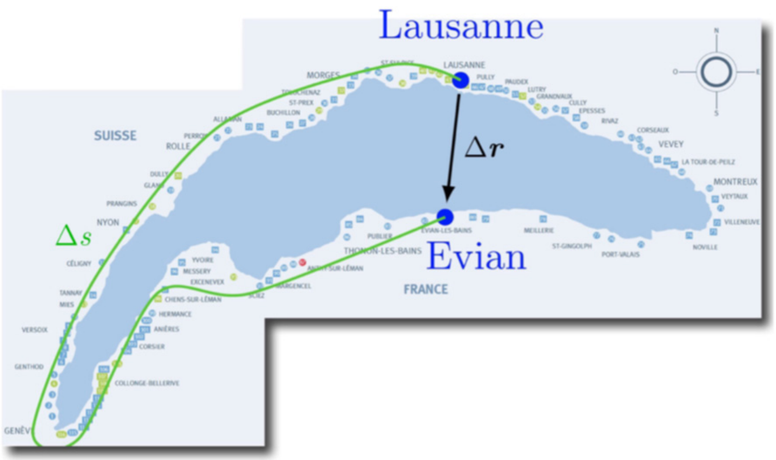
- La vitesse scalaire est définie comme la dérivée temporelle de l'abscisse curviligne :

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s} \quad (3.50)}$$

- Unité physique (SI) : [m.s^{-1}]

Remarque : $\|\mathbf{v}\| = v$ (vitesse instantanée)

Exemple : trajet Lausanne-Évian



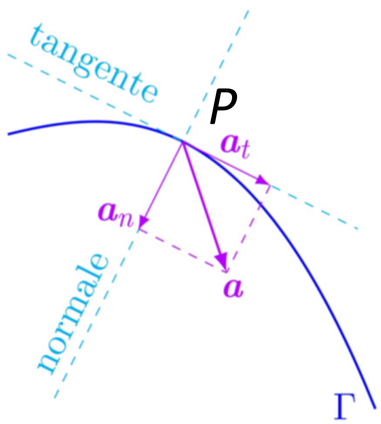
- Vitesse moyenne :

$$\|\mathbf{v}_{\text{moy}}\| = \left\|\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}\right\| = \frac{15\ \text{km}}{1{,}5\ \text{h}} = 10\ \text{km/h}$$

- Vitesse scalaire moyenne :

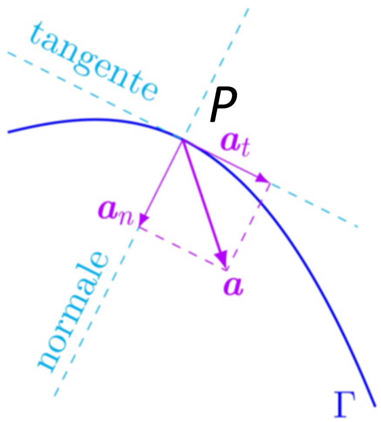
$$v_{\text{moy}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{120\ \text{km}}{1{,}5\ \text{h}} = 80\ \text{km/h} \quad \Rightarrow \|\mathbf{v}_{\text{moy}}\| \neq v_{\text{moy}}$$

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale



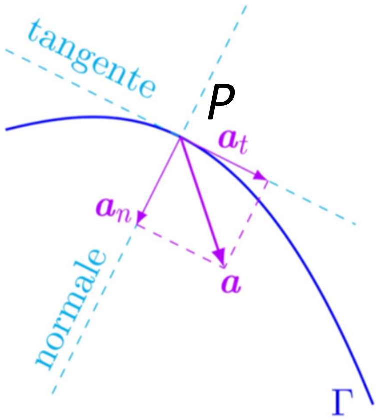
3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

En tout point P de la trajectoire Γ d'un objet, l'accélération se décompose dans le repère $(P, \mathbf{e}_t, \mathbf{e}_n)$ comme suit :



3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

En tout point P de la trajectoire Γ d'un objet, l'accélération se décompose dans le repère $(P, \mathbf{e}_t, \mathbf{e}_n)$ comme suit :

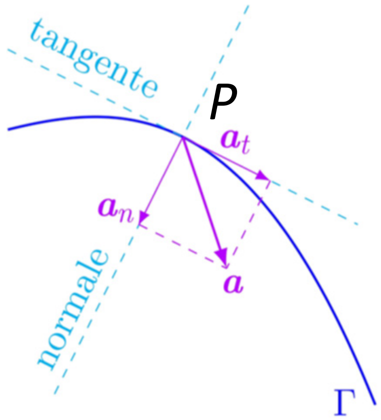


- Accélération :

$$\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n \quad (3.51)}$$

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

En tout point P de la trajectoire Γ d'un objet, l'accélération se décompose dans le repère $(P, \mathbf{e}_t, \mathbf{e}_n)$ comme suit :



- Accélération :

$$\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n \quad (3.51)}$$

- Accélération tangentielle :

$\mathbf{a}_t = a_t\mathbf{e}_t = (\mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_t)\mathbf{e}_t$ où $\|\mathbf{e}_t\| = 1$

- Accélération normale :

$\mathbf{a}_n = a_n\mathbf{e}_n = (\mathbf{a}\cdot\mathbf{e}_n)\mathbf{e}_n$ où $\|\mathbf{e}_n\| = 1$

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

1. L'accélération tangentielle scalaire est l'accélération le long de la trajectoire et donc la dérivée de la vitesse scalaire par rapport au temps.

$$\boxed{a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dot{v} = \ddot{s} \quad (3.52)}$$

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

1. L'accélération tangentielle scalaire est l'accélération le long de la trajectoire et donc la dérivée de la vitesse scalaire par rapport au temps.

$$\boxed{a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dot{v} = \ddot{s} \quad (3.52)}$$

- Unité physique (SI) : [m.s^{-2}]

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

1. L'accélération tangentielle scalaire est l'accélération le long de la trajectoire et donc la dérivée de la vitesse scalaire par rapport au temps.

$$\boxed{a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dot{v} = \ddot{s} \quad (3.52)}$$

- Unité physique (SI) : [m.s^{-2}]

- $a_t > 0$: v augmente (l'objet va plus vite dans le sens de $\mathbf{e}_t$).
- $a_t < 0$: v diminue (l'objet va plus lentement dans le sens de $\mathbf{e}_t$).

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

1. L'accélération tangentielle scalaire est l'accélération le long de la trajectoire et donc la dérivée de la vitesse scalaire par rapport au temps.

$$\boxed{a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dot{v} = \ddot{s} \quad (3.52)}$$

- Unité physique (SI) : [m.s^{-2}]

- $a_t > 0$: v augmente (l'objet va plus vite dans le sens de $\mathbf{e}_t$).
- $a_t < 0$: v diminue (l'objet va plus lentement dans le sens de $\mathbf{e}_t$).

2. L'accélération normale scalaire est la dérivée de la direction de la vitesse $\mathbf{v}$ par rapport au temps.

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} \quad (3.53)}$$

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

1. L'accélération tangentielle scalaire est l'accélération le long de la trajectoire et donc la dérivée de la vitesse scalaire par rapport au temps.

$$\boxed{a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dot{v} = \ddot{s} \quad (3.52)}$$

• Unité physique (SI) : [m.s^{-2}]

- $a_t > 0$: v augmente (l'objet va plus vite dans le sens de $\mathbf{e}_t$).
- $a_t < 0$: v diminue (l'objet va plus lentement dans le sens de $\mathbf{e}_t$).

2. L'accélération normale scalaire est la dérivée de la direction de la vitesse $\mathbf{v}$ par rapport au temps.

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} \quad (3.53)}$$

où R est le rayon de courbure de la trajectoire à un instant donné (rayon du cercle osculateur passant par trois points infiniment proches de la trajectoire).

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

Remarque :

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

- Unité physique (SI) : [m.s^{-2}]
- L'accélération normale est toujours orientée vers l'intérieur du virage.

Remarque :

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

- Unité physique (SI) : [m.s^{-2}]

- L'accélération normale est toujours orientée vers l'intérieur du virage.

Remarque :

Les relations (3.52) et (3.53) sont une conséquence des intermèdes **3.9**, comme nous allons le montrer.

En effet, l'accélération s'écrit comme : $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}\left(v\mathbf{e}_t\right) = \dot{v}\mathbf{e}_t + v\dot{\mathbf{e}}_t$

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

- Unité physique (SI) : [m.s^{-2}]
- L'accélération normale est toujours orientée vers l'intérieur du virage.

Remarque :

Les relations (3.52) et (3.53) sont une conséquence des intermèdes **3.9**, comme nous allons le montrer.

En effet, l'accélération s'écrit comme : $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}\left(v\mathbf{e}_t\right) = \dot{v}\mathbf{e}_t + v\dot{\mathbf{e}}_t$

Puisque $\left\|\mathbf{e}_t\right\|^2 = 1; \frac{d}{dt}\left\|\mathbf{e}_t\right\|^2 = \frac{d}{dt}\left(\mathbf{e}_t \cdot \mathbf{e}_t\right) = \dot{\mathbf{e}}_t \cdot \mathbf{e}_t + \mathbf{e}_t \cdot \dot{\mathbf{e}}_t = 2\mathbf{e}_t \cdot \dot{\mathbf{e}}_t = 0,$

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

- Unité physique (SI) : [m.s^{-2}]
- L'accélération normale est toujours orientée vers l'intérieur du virage.

Remarque :

Les relations (3.52) et (3.53) sont une conséquence des intermèdes **3.9**, comme nous allons le montrer.

En effet, l'accélération s'écrit comme : $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}\left(v\mathbf{e}_t\right) = \dot{v}\mathbf{e}_t + v\dot{\mathbf{e}}_t$

Puisque $\left\|\mathbf{e}_t\right\|^2 = 1; \frac{d}{dt}\left\|\mathbf{e}_t\right\|^2 = \frac{d}{dt}\left(\mathbf{e}_t \cdot \mathbf{e}_t\right) = \dot{\mathbf{e}}_t \cdot \mathbf{e}_t + \mathbf{e}_t \cdot \dot{\mathbf{e}}_t = 2\mathbf{e}_t \cdot \dot{\mathbf{e}}_t = 0,$

La dérivée temporelle $\dot{\mathbf{e}}_t$ est donc soit nulle, soit normale à $\mathbf{e}_t$. Ainsi, $\mathbf{a}_t = \dot{v}\mathbf{e}_t$ et $\mathbf{a}_n = v\dot{\mathbf{e}}_t$

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

- Unité physique (SI) : [$m.s^{-2}$]
- L'accélération normale est toujours orientée vers l'intérieur du virage.

Remarque :

Les relations (3.52) et (3.53) sont une conséquence des intermèdes **3.9**, comme nous allons le montrer.

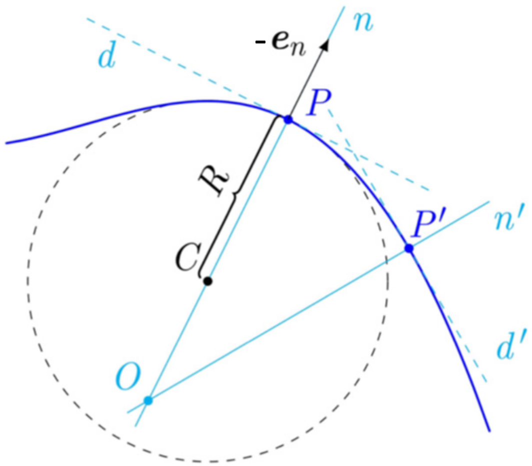
En effet, l'accélération s'écrit comme : $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}(v\mathbf{e}_t) = \dot{v}\mathbf{e}_t + v\dot{\mathbf{e}}_t$

Puisque $\|\mathbf{e}_t\|^2 = 1; \frac{d}{dt}\|\mathbf{e}_t\|^2 = \frac{d}{dt}(\mathbf{e}_t \cdot \mathbf{e}_t) = \dot{\mathbf{e}}_t \cdot \mathbf{e}_t + \mathbf{e}_t \cdot \dot{\mathbf{e}}_t = 2\mathbf{e}_t \cdot \dot{\mathbf{e}}_t = 0,$

La dérivée temporelle $\dot{\mathbf{e}}_t$ est donc soit nulle, soit normale à $\mathbf{e}_t$. Ainsi, $\mathbf{a}_t = \dot{v}\mathbf{e}_t$ et $\mathbf{a}_n = v\dot{\mathbf{e}}_t$

On considère maintenant un objet sur une trajectoire à deux instants proches t et $t + \Delta t$:

3.10.3 Accélérations tangentielle et normale



- À l'instant t : position **r** = **OP**, tangente d, normale n et vitesse **v**.
- Le cercle osculateur est de centre C et de rayon R.
- À l'instant $t' = t + \Delta t$: position **r'** = **OP'**, tangente d', normale n' et vitesse **v'**.

- L'intersection des normales n et n' définit l'origine O. Ainsi, $\mathbf{v}\cdot\mathbf{r} = \mathbf{v}'\cdot\mathbf{r}' = 0$.
- Alors, avec $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}$ et $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}' - \mathbf{v}$

$$\mathbf{v}\cdot\Delta\mathbf{r} = \mathbf{v}\cdot\mathbf{r}' - \underbrace{\mathbf{v}\cdot\mathbf{r}}_{=0} = \mathbf{v}\cdot\mathbf{r}' - \underbrace{\mathbf{v}'\cdot\mathbf{r}'}_{=0} = -\Delta\mathbf{v}\cdot\mathbf{r}'$$

- En divisant par Δt, on obtient : $\mathbf{v}\cdot\dfrac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = -\dfrac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}\cdot\mathbf{r}'$

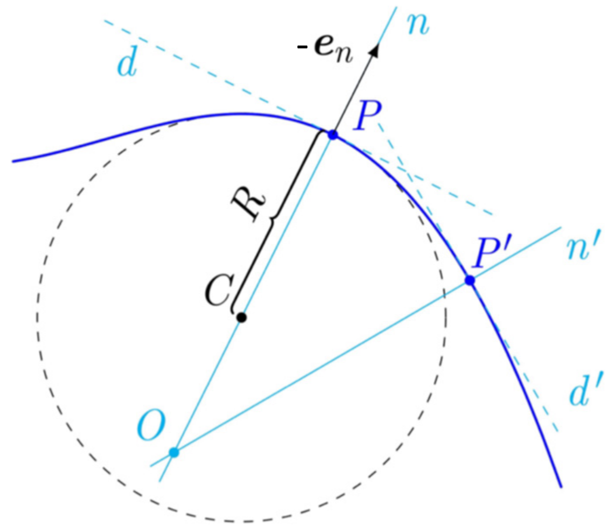
3.10.3 Accélérations tangentielle et normale

- Dans la limite d'un déplacement infinitésimal,

$$\boxed{\lim_{\Delta t\to 0} \mathbf{v}\cdot\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = -\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}\cdot\mathbf{r}' \quad (3.53b)}\quad \text{où}\quad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \mathbf{v};\quad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \mathbf{a};\quad \lim_{\Delta t\to 0}\mathbf{r}'(t+\Delta t) = \mathbf{r}(t)$$

De plus, dans la limite d'un déplacement infinitésimal, le point *P'* se trouve sur le cercle osculateur passant par *P*. Ainsi, l'origine coïncide avec le centre du cercle osculateur, i.e., $O \equiv C$,

$$\lim_{\Delta t\to 0}\mathbf{r}' = \mathbf{r} = \mathbf{CP} = -R\mathbf{e}_n$$

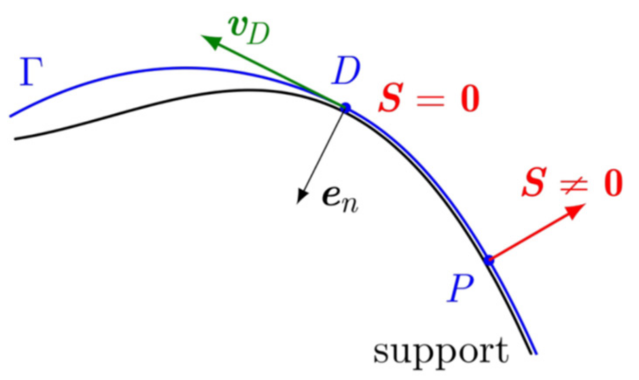


Donc (3.53b) devient : $\mathbf{v}\cdot\mathbf{v} = v^2 = -\mathbf{a}\cdot\mathbf{r} = -(a_t\mathbf{e}_t + a_n\mathbf{e}_n)\cdot(-R\mathbf{e}_n)$

$$= Ra_n \underbrace{\mathbf{e}_n\cdot\mathbf{e}_n}_{=1} = Ra_n$$

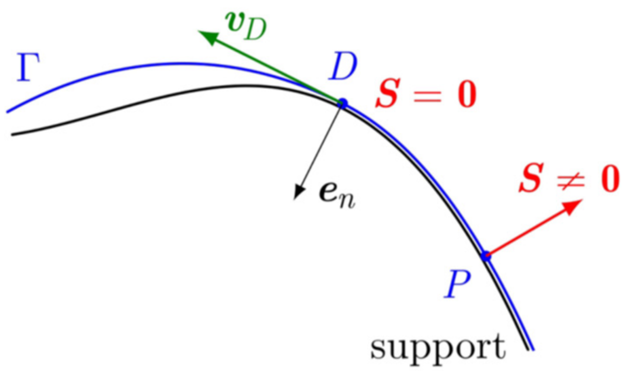
Ainsi, $a_n = \dfrac{v^2}{R}$

3.10.4 Condition de décrochement



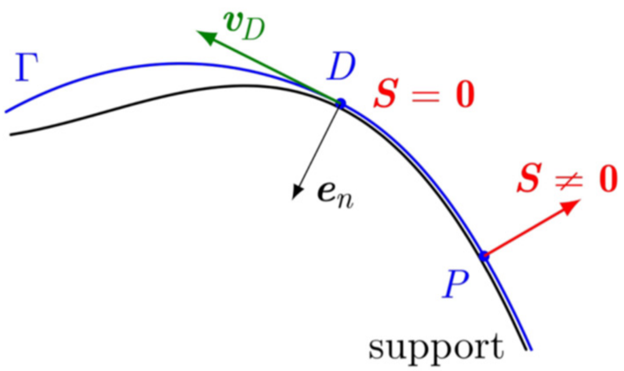
3.10.4 Condition de décrochement

Un objet se déplaçant sur un support subit une force de soutien **S** normale au support.



3.10.4 Condition de décrochement

Un objet se déplaçant sur un support subit une force de soutien $\mathbf{S}$ normale au support.

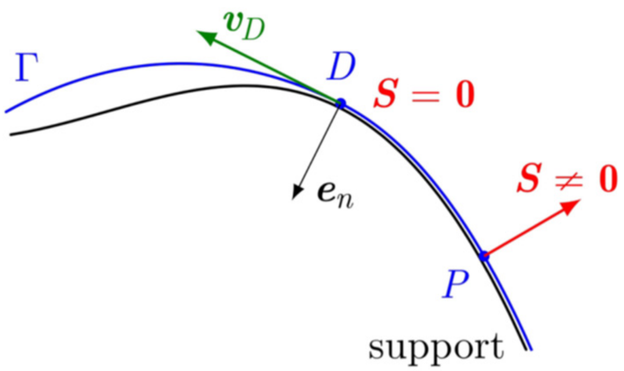


- Si l'objet quitte le support, le soutien $\mathbf{S}$ devient nul au point de décrochement D :

$$\boxed{\mathbf{S} = \mathbf{0} \quad (3.54)}$$

3.10.4 Condition de décrochement

Un objet se déplaçant sur un support subit une force de soutien **S** normale au support.



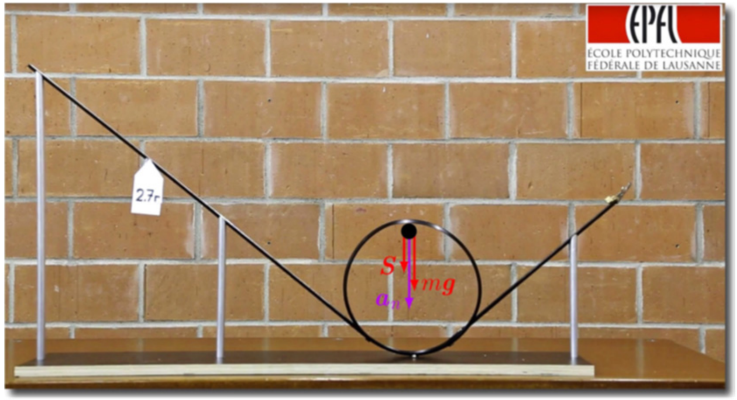
- Si l'objet quitte le support, le soutien **S** devient nul au point de décrochement D :

$$\boxed{\mathbf{S} = \mathbf{0} \quad (3.54)}$$

- La condition de décrochement est la mieux décrite en projection selon $\mathbf{e}_n$.

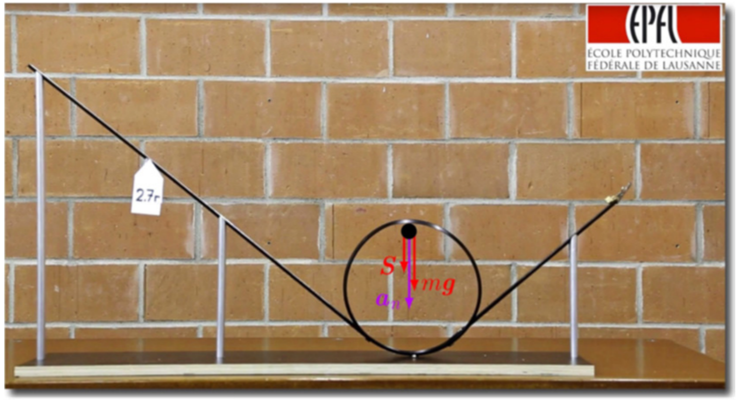
3.10.4 Condition de décrochement

Expérience :



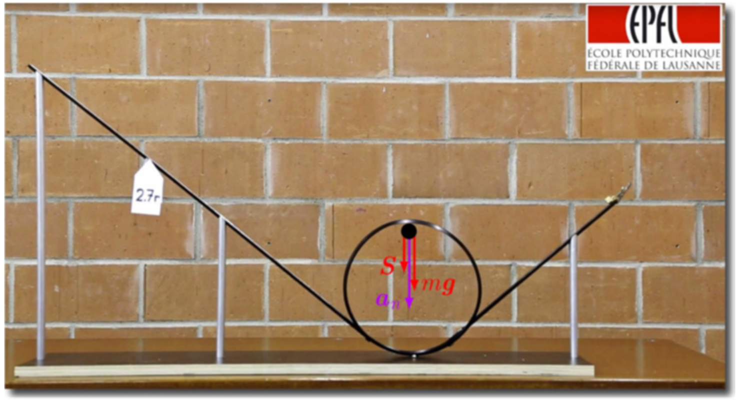
3.10.4 Condition de décrochement

Expérience : Bille accélérée sur une glissière



3.10.4 Condition de décrochement

Expérience : Bille accélérée sur une glissière



- <u>Newton</u> (haut) :

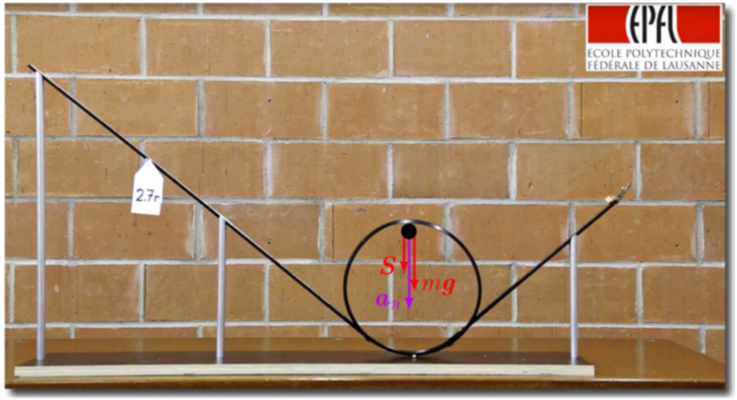
$$\mathbf{S} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}_n$$

$$S + mg = m\frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow S = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right) \geq 0$$

3.10.4 Condition de décrochement

Expérience : Bille accélérée sur une glissière



- Newton (haut) :

$$\mathbf{S}+m\mathbf{g}=m\mathbf{a}_n$$

$$S+mg=m\frac{v^2}{R}$$

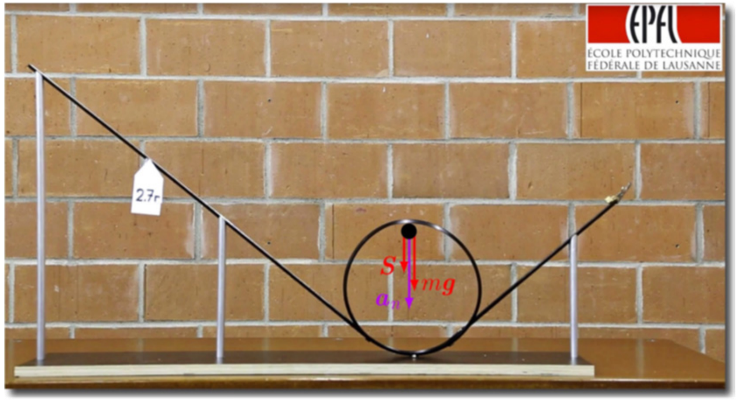
$$\Rightarrow S=m\left(\frac{v^2}{R}-g\right)\geq 0$$

- Décrochement :

$$S=0\Rightarrow v=\sqrt{Rg}$$

3.10.4 Condition de décrochement

Expérience : Bille accélérée sur une glissière



- Newton (haut) :

$$\mathbf{S} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}_n$$

$$S + mg = m\frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow S = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right) \geq 0$$

- Décrochement :

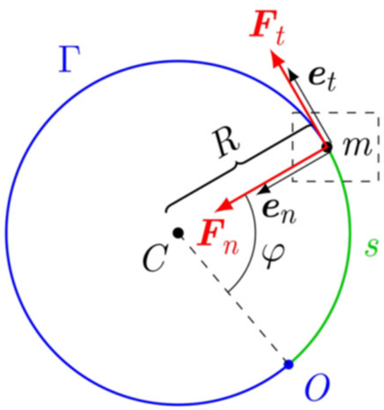
$$S = 0 \Rightarrow v = \sqrt{Rg}$$

- Si la force de soutien **S** est nulle en haut de la courbe, la bille décroche. Ceci se produit pour une vitesse $v = \sqrt{Rg}$.

- Si la vitesse est supérieure, il y a une force de soutien **S** qui maintient la bille sur la glissière.

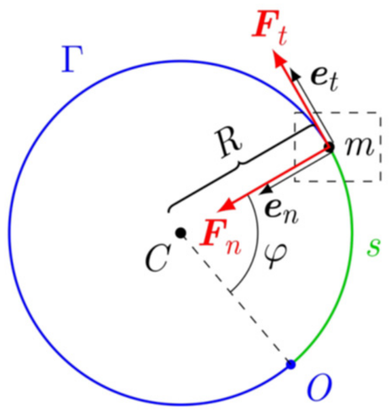
- Si la vitesse est inférieure, il y a décrochement avant que la bille atteigne le haut de la glissière.

3.10.5 Mouvement circulaire



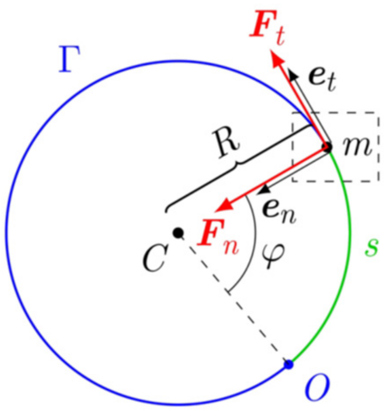
3.10.5 Mouvement circulaire

On considère un objet effectuant une trajectoire circulaire Γ de rayon R. Une force tangentielle $\mathbf{F}_t$ peut accélérer ou freiner l'objet. Une force normale $\mathbf{F}_n$ permet la rotation de l'objet.



3.10.5 Mouvement circulaire

On considère un objet effectuant une trajectoire circulaire Γ de rayon R. Une force tangentielle $\mathbf{F}_t$ peut accélérer ou freiner l'objet. Une force normale $\mathbf{F}_n$ permet la rotation de l'objet.



- Objet : point matériel de masse m
- Forces : tangentielle $\mathbf{F}_t$ et normale $\mathbf{F}_n$
- Newton : $\mathbf{F}_t + \mathbf{F}_n = m\mathbf{a}$

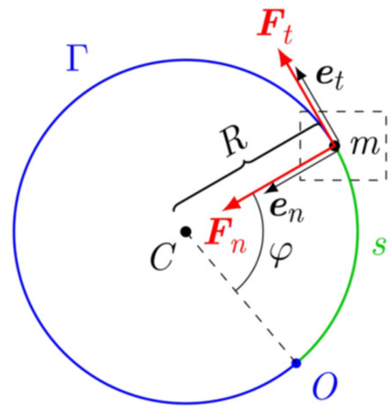
Selon $\mathbf{e}_t$: $F_t = ma_t = m\dot{v}$

Selon $\mathbf{e}_n$: $F_n = ma_n = m\dfrac{v^2}{R}$ (3.55)

où R est le rayon de courbure de la trajectoire circulaire Γ.

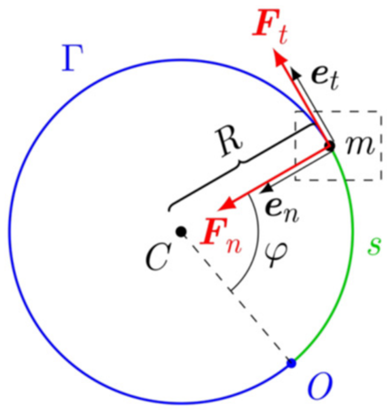
3.10.5 Mouvement circulaire

Description angulaire :



3.10.5 Mouvement circulaire

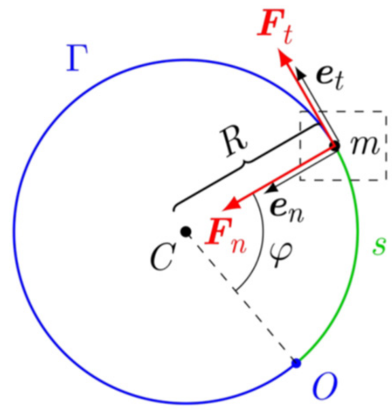
Description angulaire :



- Pour un choix de l'origine O sur Γ, l'abscisse curviligne s est liée à la position angulaire φ par : $\boxed{s = R\varphi \quad (3.56)}$

3.10.5 Mouvement circulaire

Description angulaire :



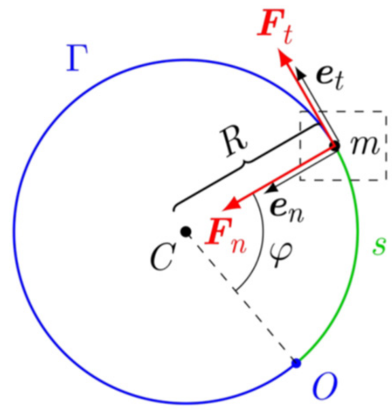
- Pour un choix de l'origine O sur Γ, l'abscisse curviligne s est liée à la position angulaire φ par : $\boxed{s = R\varphi \quad (3.56)}$

- En dérivant la relation (3.56) par rapport au temps, on obtient la vitesse scalaire :

$$\boxed{v = \dot{s} = R\dot{\varphi} \text{ où } R = \text{cste} \quad (3.57)}$$

3.10.5 Mouvement circulaire

Description angulaire :



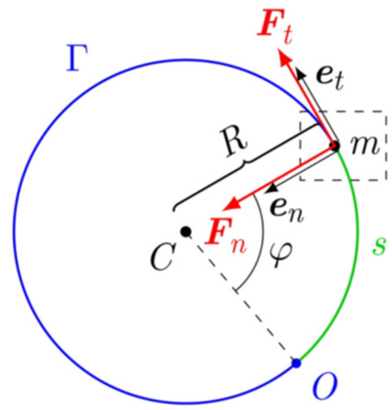
- Pour un choix de l'origine O sur Γ, l'abscisse curviligne s est liée à la position angulaire φ par : $\boxed{s = R\varphi \quad (3.56)}$

- En dérivant la relation (3.56) par rapport au temps, on obtient la vitesse scalaire : $\boxed{v = \dot{s} = R\dot{\varphi} \text{ où } R = \text{cste} \quad (3.57)}$

où $\dot{\varphi}$ est la dérivée temporelle de la position angulaire φ. Cette <u>vitesse angulaire</u> est souvent notée : $\boxed{\omega = \dot{\varphi} \quad (3.58)}$

3.10.5 Mouvement circulaire

Description angulaire :



- Pour un choix de l'origine O sur Γ, l'abscisse curviligne s est liée à la position angulaire φ par : $\boxed{s = R\varphi \quad (3.56)}$

- En dérivant la relation (3.56) par rapport au temps, on obtient la vitesse scalaire :

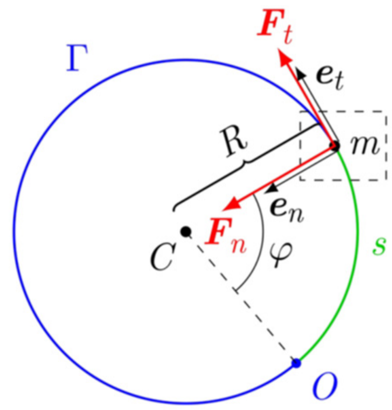
$$\boxed{v = \dot{s} = R\dot{\varphi} \text{ où } R = \text{cste} \quad (3.57)}$$

où $\dot{\varphi}$ est la dérivée temporelle de la position angulaire φ. Cette vitesse angulaire est souvent notée :

$$\boxed{\omega = \dot{\varphi} \quad (3.58)}$$

- Unité physique de la vitesse angulaire (SI) : le radian par seconde [rad.s^{-1}]

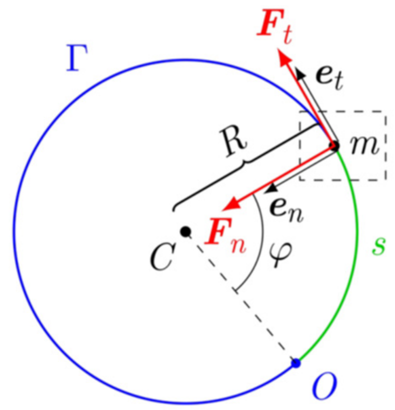
3.10.5 Mouvement circulaire



3.10.5 Mouvement circulaire

- La vitesse scalaire s'écrit alors :

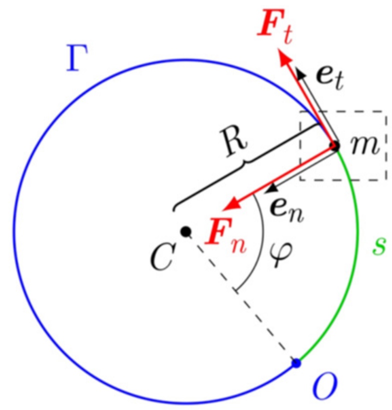
$$\boxed{v = R\dot{\varphi} = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} \quad (3.59)}$$



3.10.5 Mouvement circulaire

- La vitesse scalaire s'écrit alors :

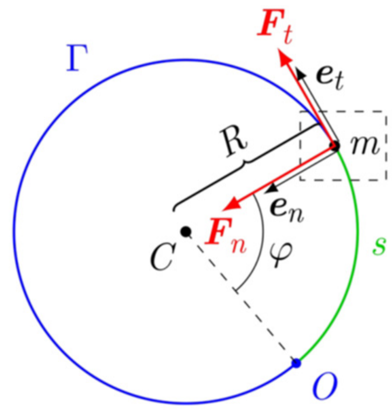
$$\boxed{v = R\dot{\varphi} = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} \quad (3.59)}$$



- L'accélération tangentielle devient :

$\boxed{a_t = \dot{v} = R\ddot{\varphi} = R\dot{\omega} = R\alpha \quad (3.60)}$ où $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ est l'accélération angulaire.

3.10.5 Mouvement circulaire



- La vitesse scalaire s'écrit alors :

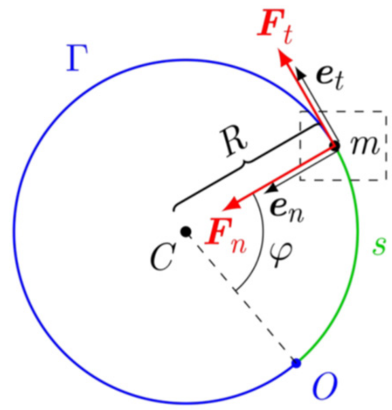
$$\boxed{v = R\dot{\varphi} = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} \quad (3.59)}$$

- L'accélération tangentielle devient :

$\boxed{a_t = \dot{v} = R\ddot{\varphi} = R\dot{\omega} = R\alpha \quad (3.60)}$ où $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ est l'<u>accélération angulaire</u>.

- Unité physique de l'accélération angulaire (SI) : le radian par seconde carrée [rad.s^{-2}]

3.10.5 Mouvement circulaire



- La vitesse scalaire s'écrit alors :

$$\boxed{v = R\dot{\varphi} = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} \quad (3.59)}$$

- L'accélération tangentielle devient :

$$\boxed{a_t = \dot{v} = R\ddot{\varphi} = R\dot{\omega} = R\alpha \quad (3.60)}$$ où $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ est l'<u>accélération angulaire</u>.

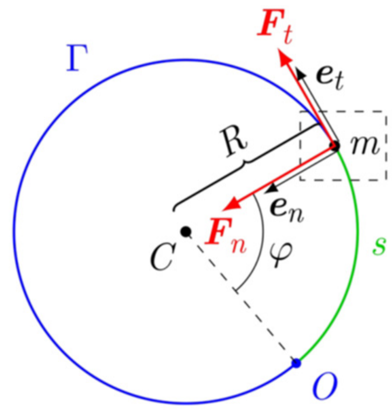
- Unité physique de l'accélération angulaire (SI) : le radian par seconde carrée [rad.s^{-2}]

- L'accélération normale s'écrit : $\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \quad (3.61)}$

3.10.5 Mouvement circulaire

- La vitesse scalaire s'écrit alors :

$$\boxed{v = R\dot{\varphi} = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} \quad (3.59)}$$



- L'accélération tangentielle devient :

$\boxed{a_t = \dot{v} = R\ddot{\varphi} = R\dot{\omega} = R\alpha \quad (3.60)}$ où $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ est l'<u>accélération angulaire</u>.

- Unité physique de l'accélération angulaire (SI) : le radian par seconde carrée [rad.s^{-2}]

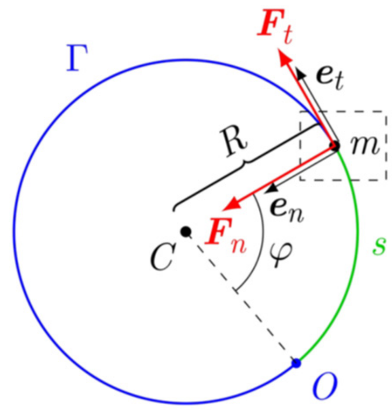
- L'accélération normale s'écrit : $\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \quad (3.61)}$

- La force tangentielle F_t s'écrit : $\boxed{F_t = ma_t = mR\dot{\omega} = mR\alpha \quad (3.62)}$

3.10.5 Mouvement circulaire

- La vitesse scalaire s'écrit alors :

$$\boxed{v = R\dot{\varphi} = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} \quad (3.59)}$$



- L'accélération tangentielle devient :

$$\boxed{a_t = \dot{v} = R\ddot{\varphi} = R\dot{\omega} = R\alpha \quad (3.60)}$$ où $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ est l'<u>accélération angulaire</u>.

- Unité physique de l'accélération angulaire (SI) : le radian par seconde carrée [rad.s^{-2}]

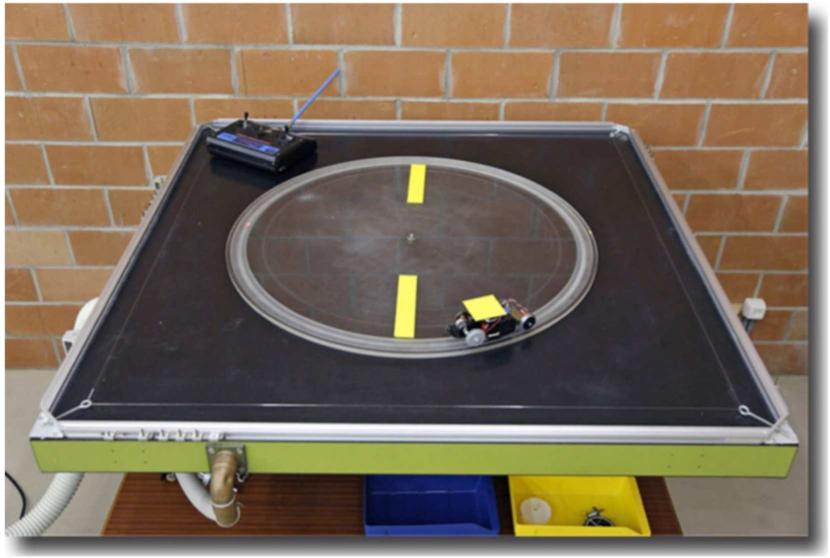
- L'accélération normale s'écrit : $$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \quad (3.61)}$$

- La force tangentielle F_t s'écrit : $$\boxed{F_t = ma_t = mR\dot{\omega} = mR\alpha \quad (3.62)}$$

- La force normale F_n peut être exprimée comme : $$\boxed{F_n = ma_n = mR\omega^2 \quad (3.63)}$$

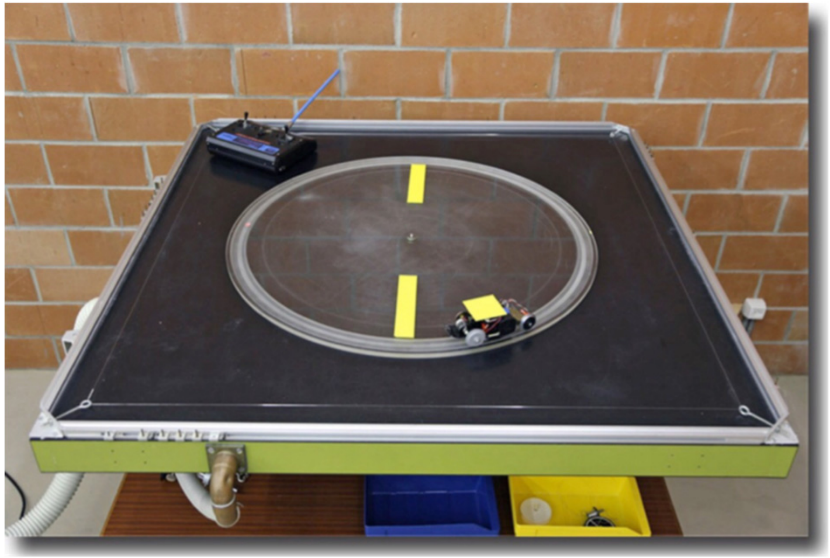
3.10.5 Mouvement circulaire

Expérience :



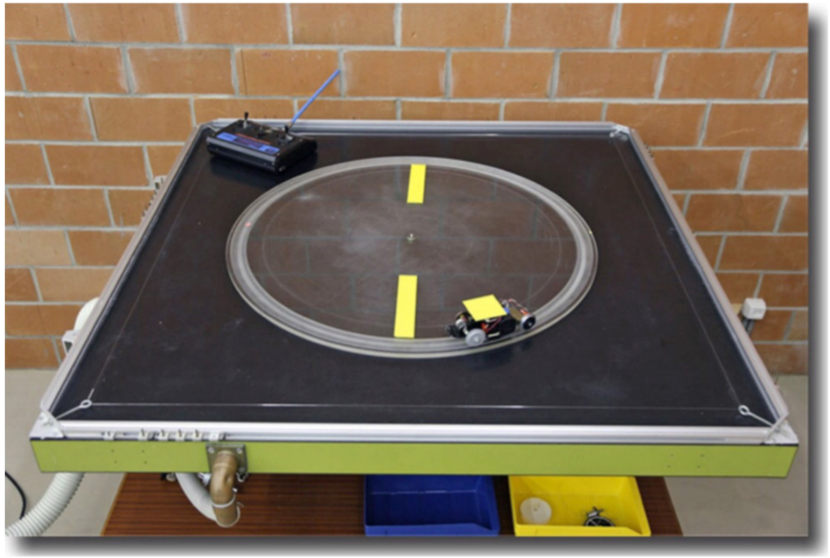
3.10.5 Mouvement circulaire

Expérience : Mouvement circulaire uniforme



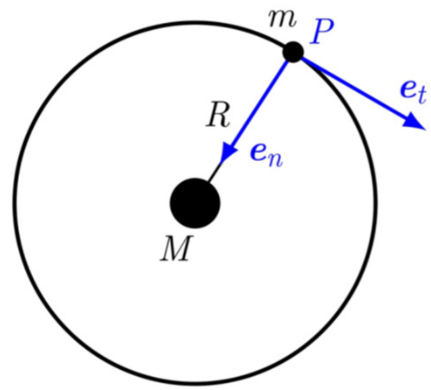
3.10.5 Mouvement circulaire

Expérience : Mouvement circulaire uniforme



- Un modèle réduit de voiture se déplace sur des rails circulaires à vitesses scalaire et angulaire constantes. Son mouvement est circulaire uniforme (MCU).

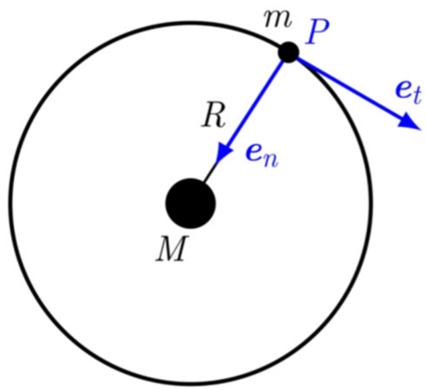
3.10.6 Orbite gravitationnelle circulaire



3.10.6 Orbite gravitationnelle circulaire

- Un satellite est en orbite circulaire de rayon R autour de la terre de masse M. Le mouvement est uniforme, i.e., ω = cste. La force tangentielle doit être nulle, i.e., F_t = 0. La force normale est la force de gravitation :

$$\boxed{F_n = \frac{GMm}{R^2} = mR\omega^2 \Rightarrow GM = R^3\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \quad (3.64)}$$



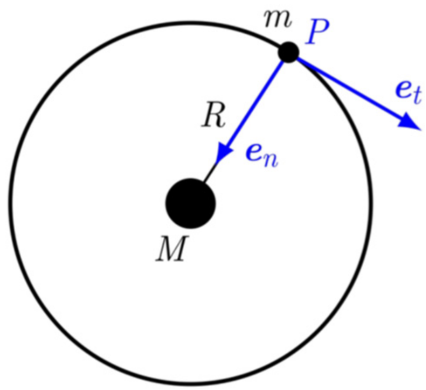
3.10.6 Orbite gravitationnelle circulaire

- Un satellite est en orbite circulaire de rayon R autour de la terre de masse M. Le mouvement est uniforme, i.e., ω = cste. La force tangentielle doit être nulle, i.e., $F_t = 0$. La force normale est la force de gravitation :

$$\boxed{F_n = \frac{GMm}{R^2} = mR\omega^2 \Rightarrow GM = R^3\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \quad (3.64)}$$

- La période de révolution est donnée par (f = fréquence):

$$\boxed{T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad (3.65)}$$



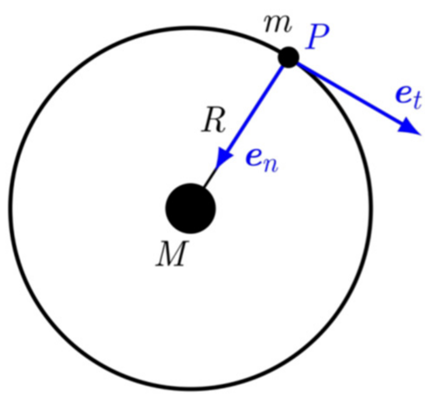
3.10.6 Orbite gravitationnelle circulaire

- Un satellite est en orbite circulaire de rayon R autour de la terre de masse M. Le mouvement est uniforme, i.e., ω = cste. La force tangentielle doit être nulle, i.e., F_t = 0. La force normale est la force de gravitation :

$$\boxed{F_n = \frac{GMm}{R^2} = mR\omega^2 \Rightarrow GM = R^3\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \quad (3.64)}$$

- La période de révolution est donnée par (f = fréquence):

$$\boxed{T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad (3.65)}$$

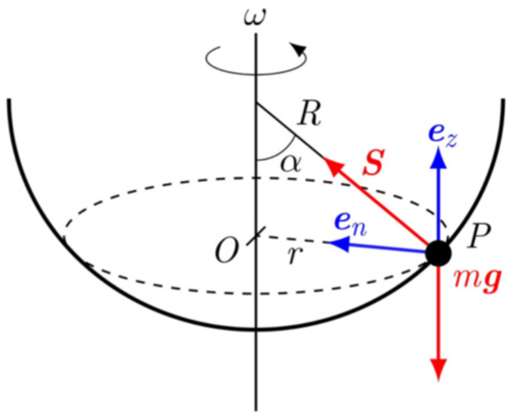


- En élevant au carré (3.65) , on obtient :

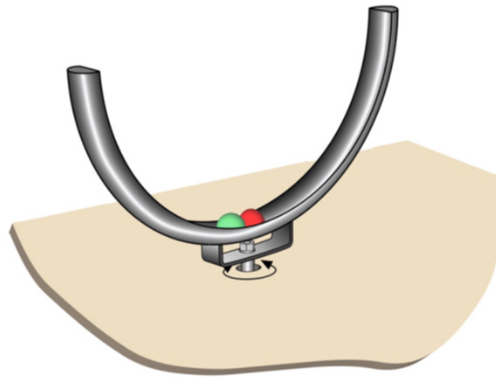
$$\boxed{\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{cste} \quad (3.66)}$$

qui est la troisième loi de Kepler.

3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

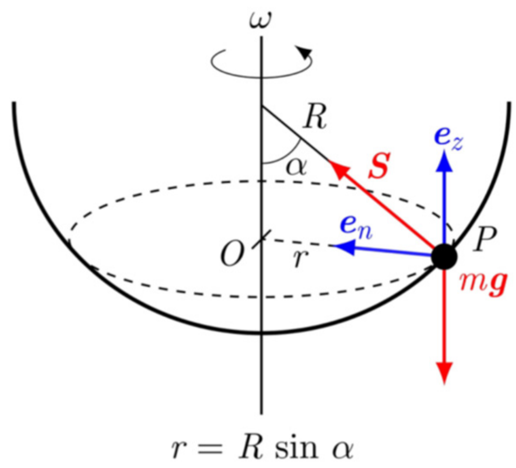


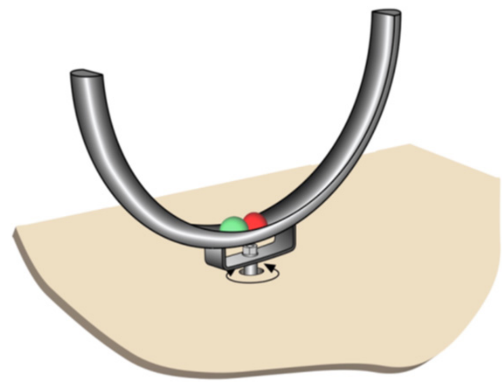
$r = R \sin \alpha$



3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

- Une bille glisse dans un demi-anneau de rayon R en rotation autour de son axe vertical de symétrie à vitesse angulaire constante ω.

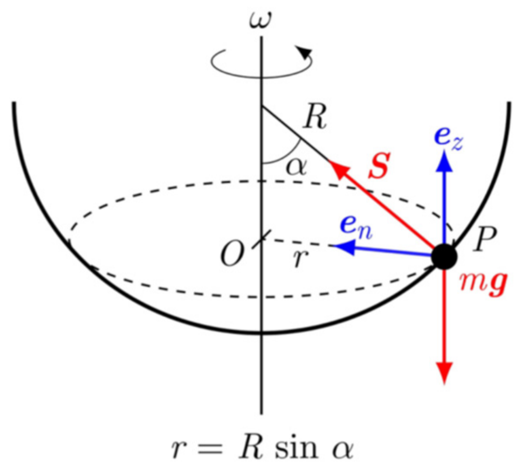


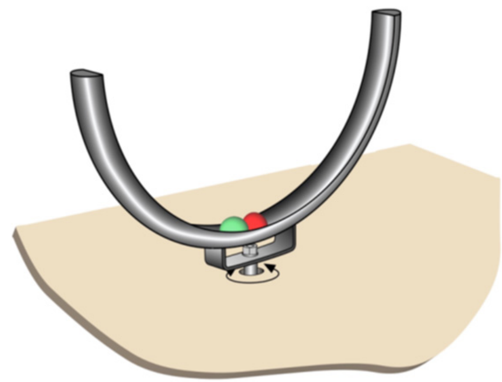


3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

- Une bille glisse dans un demi-anneau de rayon R en rotation autour de son axe vertical de symétrie à vitesse angulaire constante ω.

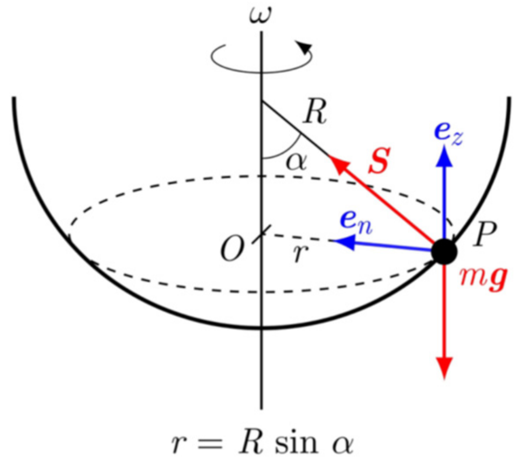
- Objet : bille de masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$ (plan vertical)
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} = m\mathbf{a}$



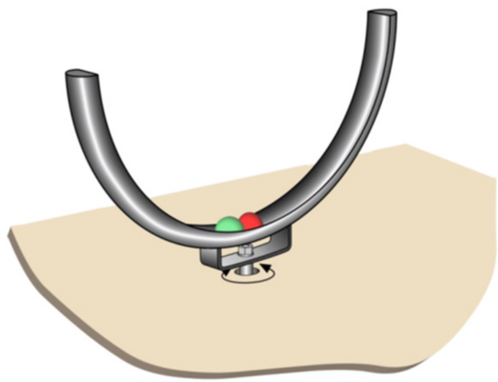


3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

- Une bille glisse dans un demi-anneau de rayon R en rotation autour de son axe vertical de symétrie à vitesse angulaire constante ω.



- Objet : bille de masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$ (plan vertical)
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} = m\mathbf{a}$



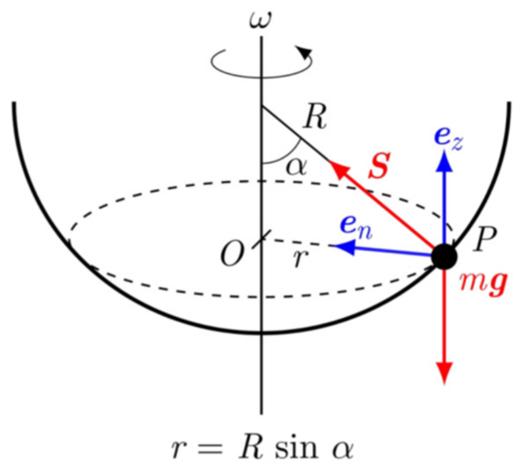
À l'équilibre, l'angle α = cste

Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg + S\cos\alpha = 0$

Selon $\mathbf{e}_n$: $S\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2 = mR\sin\alpha\omega^2$

3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

- Une bille glisse dans un demi-anneau de rayon R en rotation autour de son axe vertical de symétrie à vitesse angulaire constante ω.



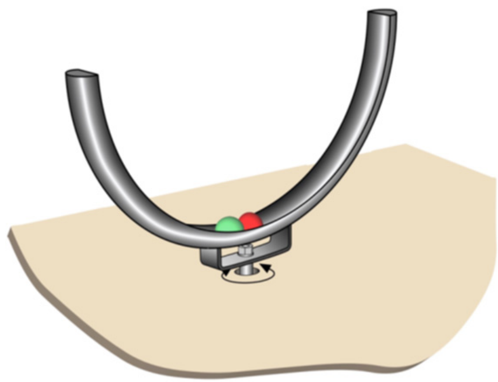
- Objet : bille de masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$ (plan vertical)
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} = m\mathbf{a}$

À l'équilibre, l'angle α = cste

Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg + S\cos\alpha = 0$

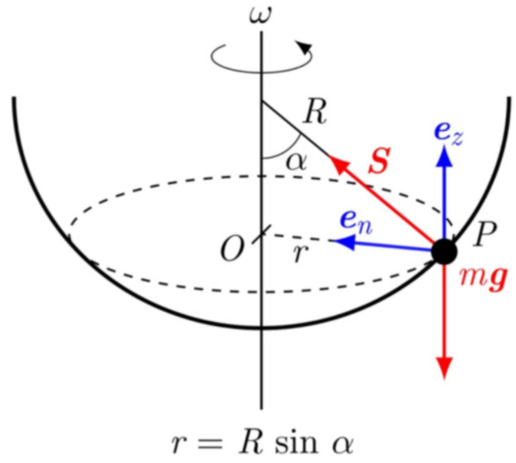
Selon $\mathbf{e}_n$: $S\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2 = mR\sin\alpha\,\omega^2$

$$\Rightarrow \frac{S\sin\alpha}{S\cos\alpha} = \frac{mR\sin\alpha\,\omega^2}{mg}$$

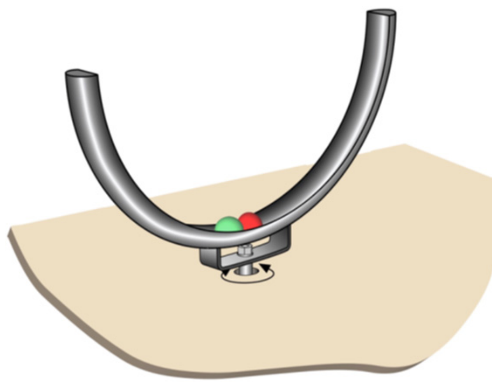


3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

- Une bille glisse dans un demi-anneau de rayon R en rotation autour de son axe vertical de symétrie à vitesse angulaire constante ω.



- Objet : bille de masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, soutien $\mathbf{S}$ (plan vertical)
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{S} = m\mathbf{a}$



À l'équilibre, l'angle α = cste

Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg + S\cos\alpha = 0$

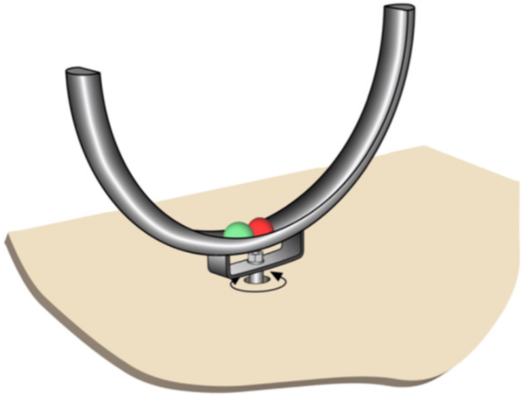
Selon $\mathbf{e}_n$: $S\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2 = mR\sin\alpha\omega^2$

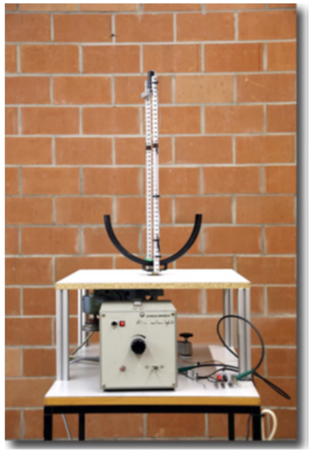
$$\Rightarrow \frac{S\sin\alpha}{S\cos\alpha} = \frac{mR\sin\alpha\omega^2}{mg}$$

$$\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{R\omega^2}{g}\right) = 0 \quad (3.67)}$$

3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

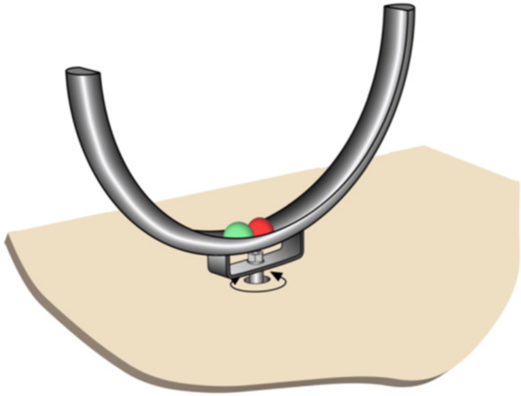
Expérience :

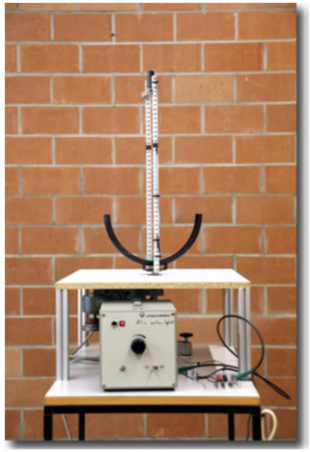




3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

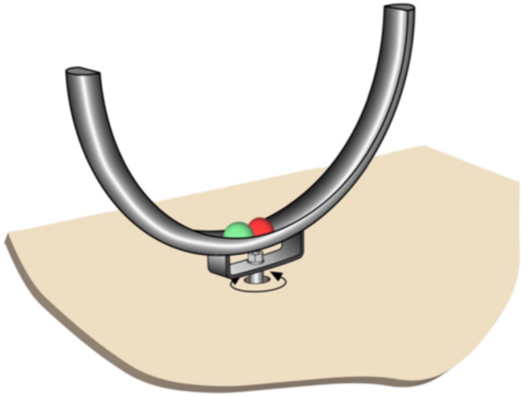
Expérience : Bille dans un demi-anneau en rotation

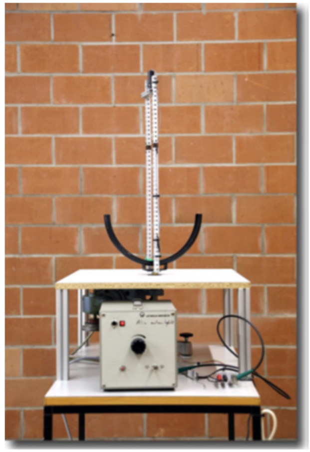




3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

Expérience : Bille dans un demi-anneau en rotation





- L’anneau tourne à vitesse angulaire constante autour de l’axe vertical. En dessous d’une valeur seuil, la bille reste en bas. Au-dessus de cette valeur, elle remonte le long de la glissière.

3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation :

$$\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{R\omega^2}{g}\right)=0 \quad (3.67)}$$

3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation :

$$\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{R\omega^2}{g}\right)=0 \quad (3.67)}$$

- Il existe deux solutions possibles :

1) $\sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ est toujours solution.

2) $\cos\alpha = \dfrac{g}{R\omega^2}$ est solution si $\dfrac{g}{R\omega^2} \leq 1 \Rightarrow \omega^2 \geq \dfrac{g}{R}$

3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation :

$$\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{R\omega^2}{g}\right)=0 \quad (3.67)}$$

- Il existe deux solutions possibles :

1) $\sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ est toujours solution.
2) $\cos\alpha = \dfrac{g}{R\omega^2}$ est solution si $\dfrac{g}{R\omega^2} \leq 1 \Rightarrow \omega^2 \geq \dfrac{g}{R}$

Ainsi,

3.10.7 Bille dans un demi-anneau en rotation

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation :

$$\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{R\omega^2}{g}\right)=0 \quad (3.67)}$$

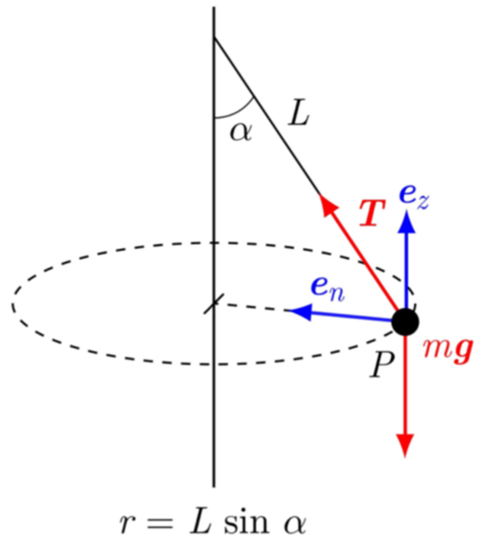
- Il existe deux solutions possibles :

1) $\sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ est toujours solution.
2) $\cos\alpha = \dfrac{g}{R\omega^2}$ est solution si $\dfrac{g}{R\omega^2} \leq 1 \Rightarrow \omega^2 \geq \dfrac{g}{R}$

Ainsi,

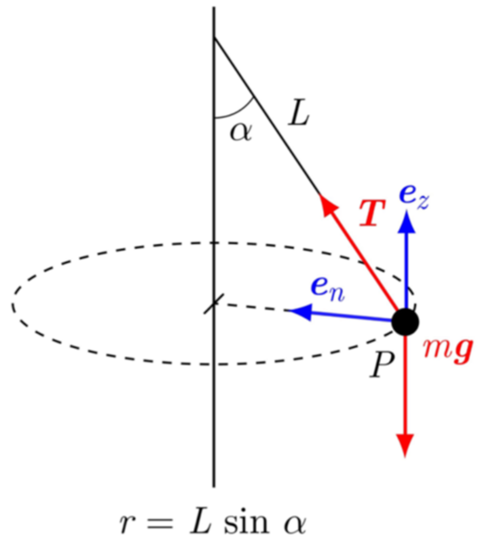
- Si $\omega^2 < \dfrac{g}{R}$, $\alpha = 0$ est la seule solution : à faible vitesse angulaire ω, la bille reste au bas de l'anneau.
- Si $\omega^2 \geq \dfrac{g}{R}$, $\alpha = \arccos\left(\dfrac{g}{R\omega^2}\right)$ est la solution stable : à partir d'une vitesse angulaire seuil $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$, la bille remonte le long du demi-anneau.

3.10.8 Pendule conique



3.10.8 Pendule conique

- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal avec une vitesse angulaire ω constante et un angle d'inclinaison α constant.

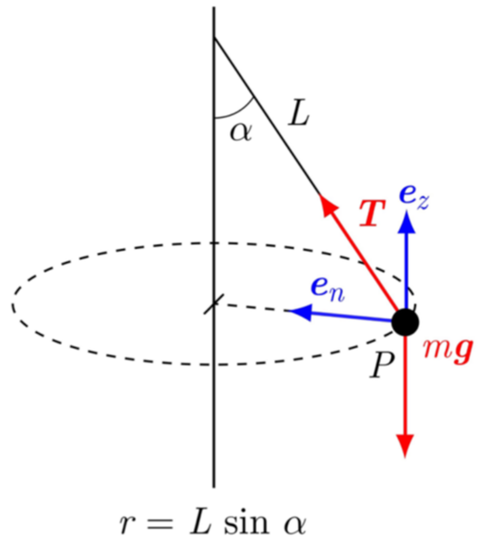


3.10.8 Pendule conique

- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal

  avec une vitesse angulaire ω constante et un angle

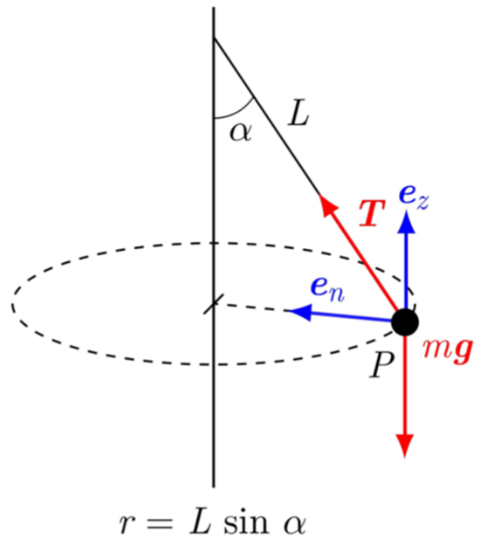
  d'inclinaison α constant.



- <u>Objet</u> : boule de masse *m*
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$, tension $\mathbf{T}$
- <u>Newton</u> : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

3.10.8 Pendule conique

- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal avec une vitesse angulaire ω constante et un angle d'inclinaison α constant.



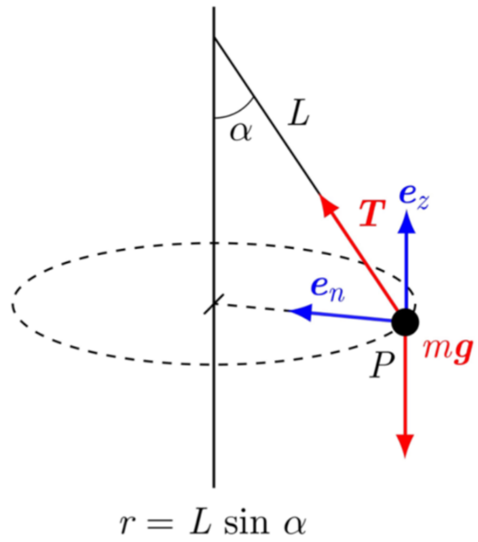
- Objet : boule de masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, tension $\mathbf{T}$
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

À l'équilibre, l'angle α est constant.

Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg + T\cos\alpha = 0$

Selon $\mathbf{e}_n$: $T\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2 = mL\sin\alpha\omega^2$

3.10.8 Pendule conique



- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal avec une vitesse angulaire ω constante et un angle d'inclinaison α constant.

- <u>Objet</u> : boule de masse m
- <u>Forces</u> : poids $m\mathbf{g}$, tension $\mathbf{T}$
- <u>Newton</u> : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

À l'équilibre, l'angle α est constant.

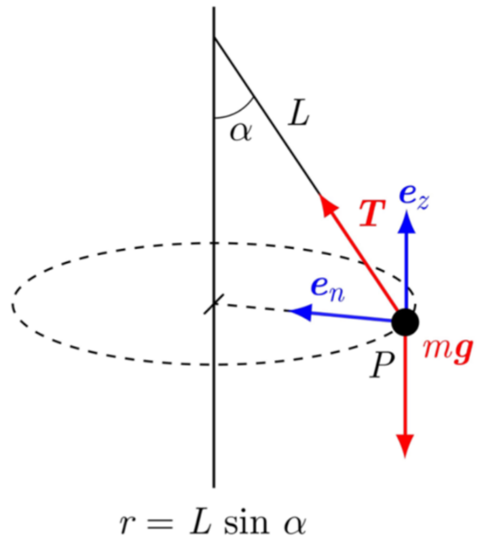
Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg + T\cos\alpha = 0$

Selon $\mathbf{e}_n$: $T\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2 = mL\sin\alpha\omega^2$

$$\Rightarrow \frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{mL\sin\alpha\omega^2}{mg}$$

3.10.8 Pendule conique

- Une masse m suspendue à un fil décrit un cercle horizontal avec une vitesse angulaire ω constante et un angle d'inclinaison α constant.



- Objet : boule de masse m
- Forces : poids $m\mathbf{g}$, tension $\mathbf{T}$
- Newton : $m\mathbf{g} + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$

À l'équilibre, l'angle α est constant.

Selon $\mathbf{e}_z$: $-mg + T\cos\alpha = 0$

Selon $\mathbf{e}_n$: $T\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2 = mL\sin\alpha\omega^2$

$$\Rightarrow \frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{mL\sin\alpha\omega^2}{mg} \qquad \boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{L\omega^2}{g}\right) = 0 \quad (3.68)}$$

3.10.8 Pendule conique

3.10.8 Pendule conique

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation : $\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{L\omega^2}{g}\right)=0 \quad (3.68)}$

3.10.8 Pendule conique

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation : $\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{L\omega^2}{g}\right)=0 \quad (3.68)}$

- Il existe deux solutions possibles :

1) $\sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ est toujours solution.

2) $\cos\alpha = \frac{g}{L\omega^2}$ est solution si $\frac{g}{L\omega^2} \leq 1 \Rightarrow \omega^2 \geq \frac{g}{L}$

3.10.8 Pendule conique

- À l'équilibre, l'angle α doit satisfaire la relation : $\boxed{\Rightarrow \sin\alpha\left(\dfrac{1}{\cos\alpha}-\dfrac{L\omega^2}{g}\right)=0 \quad (3.68)}$

- Il existe deux solutions possibles :

1) $\sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ est toujours solution.

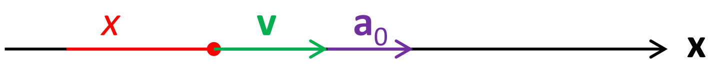
2) $\cos\alpha = \dfrac{g}{L\omega^2}$ est solution si $\dfrac{g}{L\omega^2} \leq 1 \Rightarrow \omega^2 \geq \dfrac{g}{L}$

Ainsi,

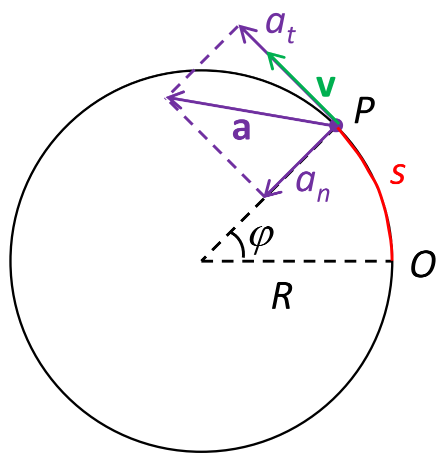
- Si $\omega^2 < \dfrac{g}{L}$, $\alpha = 0$ est la seule solution : à faible vitesse angulaire ω, le pendule est vertical.
- Si $\omega^2 \geq \dfrac{g}{L}$, $\alpha = \arccos\left(\dfrac{g}{L\omega^2}\right)$ est la solution stable : à partir d'une vitesse angulaire seuil, $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$, le pendule commence à s'incliner et la masse m remonte. Si $\omega \to \infty$, alors $\alpha \to \pi/2$.

3.10.9 Cinématique angulaire

Mouvement rectiligne :

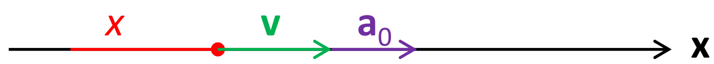


Mouvement circulaire :

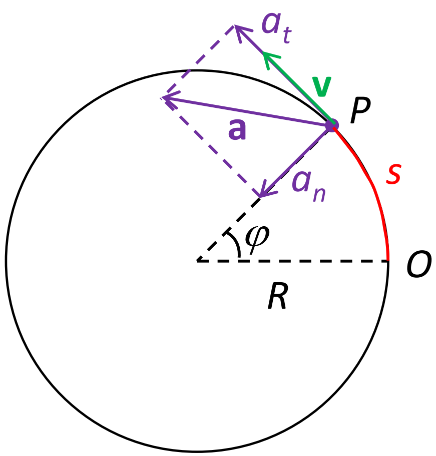


3.10.9 Cinématique angulaire

Mouvement rectiligne : Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)



Mouvement circulaire :

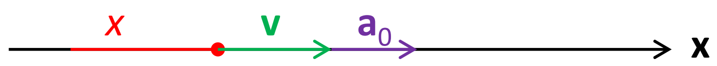


3.10.9 Cinématique angulaire

Mouvement rectiligne : Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

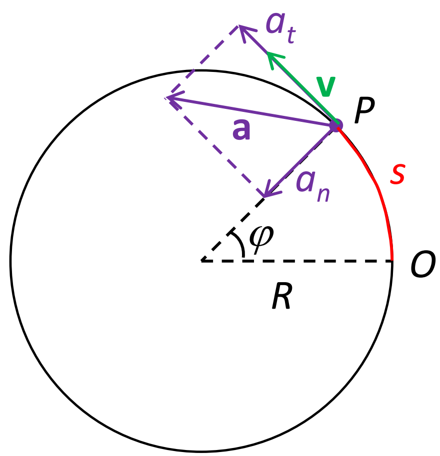
- $a = a_0 = \text{cste}$

$$\boxed{v(t) = \dot{x}(t) = a_0 t + v_0 \quad (3.69)}$$



$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \quad (3.70)}$$

Mouvement circulaire :

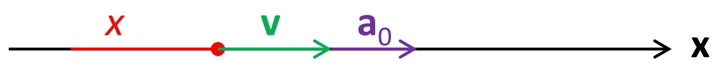


3.10.9 Cinématique angulaire

Mouvement rectiligne : Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

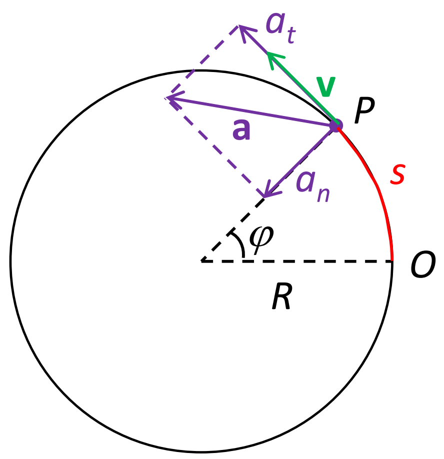
- $a = a_0 = \text{cste}$

$$\boxed{v(t) = \dot{x}(t) = a_0 t + v_0 \quad (3.69)}$$



$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \quad (3.70)}$$

Mouvement circulaire : Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA)

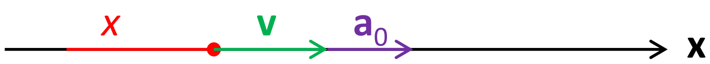


3.10.9 Cinématique angulaire

Mouvement rectiligne : Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

- $a = a_0 =$ cste

$$\boxed{v(t) = \dot{x}(t) = a_0 t + v_0 \quad (3.69)}$$

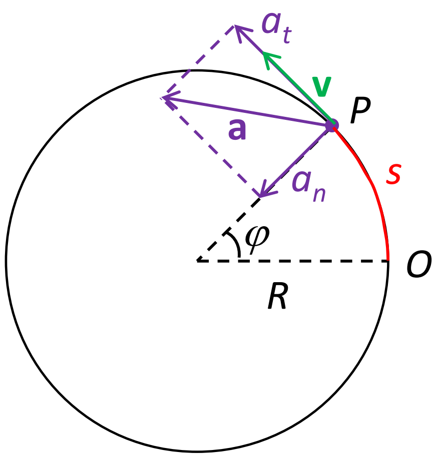


$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \quad (3.70)}$$

Mouvement circulaire : Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA)

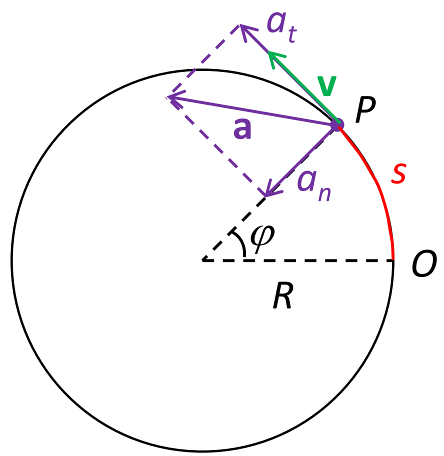
- $a_t =$ cste

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = a_t t + v_0 \quad (3.71)}$$



$$\boxed{s(t) = \frac{1}{2} a_t t^2 + v_0 t + s_0 \quad (3.72)}$$

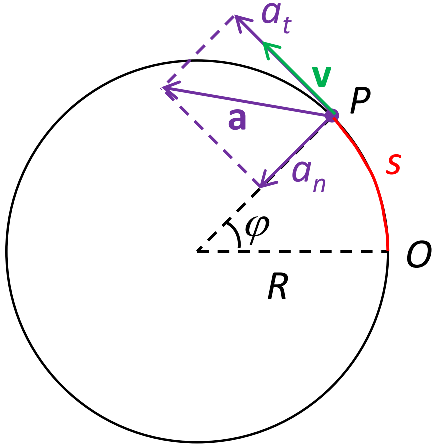
3.10.9 Cinématique angulaire



3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$



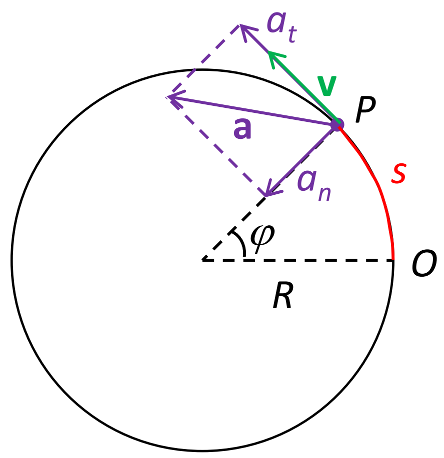
3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$



3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

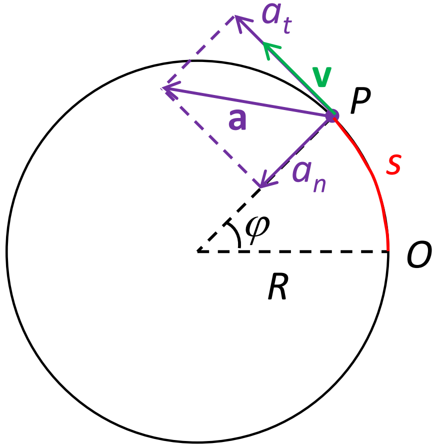
$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$

- Accélération tangentielle :

$$\boxed{a_t = \dot{v}(t) = R\ddot{\varphi}(t) = R\dot{\omega}(t) = R\alpha \quad (3.75)}$$



3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

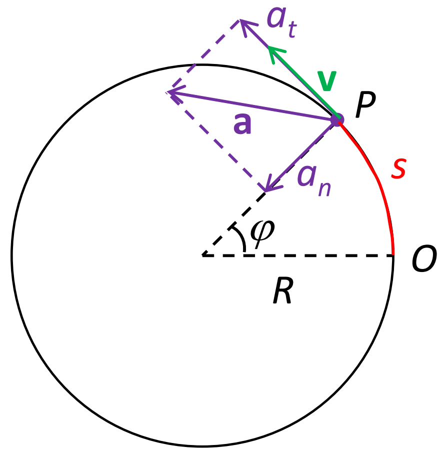
$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$

- Accélération tangentielle :

$$\boxed{a_t = \dot{v}(t) = R\ddot{\varphi}(t) = R\dot{\omega}(t) = R\alpha \quad (3.75)}$$



$$\left.\begin{aligned} R\omega(t) &= R\dot{\varphi}(t) = R\alpha t + R\omega_0 \\ R\varphi(t) &= \frac{1}{2}R\alpha t^2 + R\omega_0 t + R\varphi_0 \end{aligned}\right\}$$ On divise par le rayon *R*.

3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

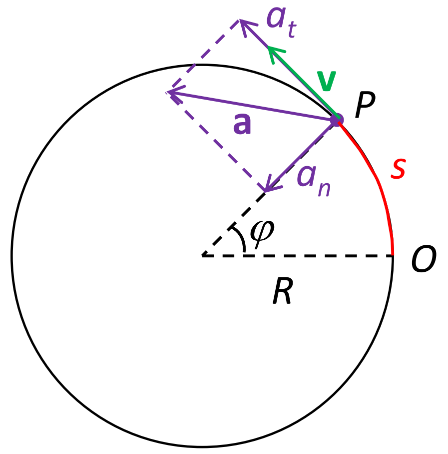
$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$

- Accélération tangentielle :

$$\boxed{a_t = \dot{v}(t) = R\ddot{\varphi}(t) = R\dot{\omega}(t) = R\alpha \quad (3.75)}$$



- Vitesse angulaire :

$$\boxed{\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \alpha t + \omega_0 \quad (3.76)}$$

$$\left.\begin{aligned} R\omega(t) &= R\dot{\varphi}(t) = R\alpha t + R\omega_0 \\ R\varphi(t) &= \frac{1}{2}R\alpha t^2 + R\omega_0 t + R\varphi_0 \end{aligned}\right\} \text{ On divise par le rayon } R.$$

3.10.9 Cinématique angulaire

- Abscisse curviligne :

$$\boxed{s(t) = R\varphi(t) \quad (3.73)}$$

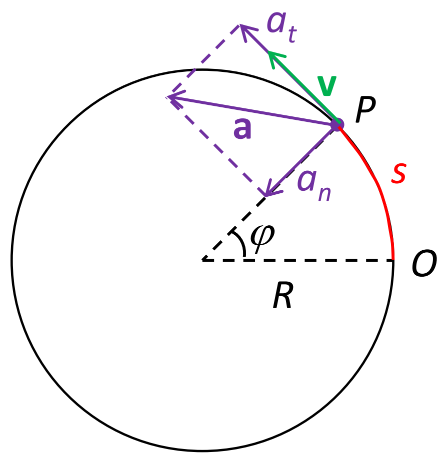
- Vitesse scalaire :

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t) = R\dot{\varphi}(t) = R\omega(t) \quad (3.74)}$$

- Accélération tangentielle :

$$\boxed{a_t = \dot{v}(t) = R\ddot{\varphi}(t) = R\dot{\omega}(t) = R\alpha \quad (3.75)}$$

$$\left.\begin{aligned} R\omega(t) &= R\dot{\varphi}(t) = R\alpha t + R\omega_0 \\ R\varphi(t) &= \frac{1}{2}R\alpha t^2 + R\omega_0 t + R\varphi_0 \end{aligned}\right\}$$ On divise par le rayon *R*.



- Vitesse angulaire :

$$\boxed{\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \alpha t + \omega_0 \quad (3.76)}$$

- Position angulaire :

$$\boxed{\varphi(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \varphi_0 \quad (3.77)}$$