Enseignants: Bréchet, Burmeister, Soutter
Physique (blanc) - MAN
avril 2022
Durée : 120 minutes

1

Dalton Joe

SCIPER : **999999**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 11 pages, les dernières pouvant être vides. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
  les points indiqués si la réponse est correcte,
  0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

Première partie, questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

Question 1 (1 point) On fait monter régulièrement un bloc de 1 kg d'une hauteur 1 m en 10 s. En prenant $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, que vaut la puissance utilisée?

- ☐ 10 J
- ☐ 10 W
- ■ 1 W
- ☐ 1 J

Question 2 (2 points) Un ressort de constante k est posé verticalement sur le sol. Alors qu'il n'est pas déformé, on place sur lui une masse m et la lâche.
Sous l'effet d'un amortissement (force de freinage), la masse s'arrête à sa position d'équilibre.
Quel a été le travail de l'amortissement?

- ☐ $+\dfrac{m^2g^2}{2k}$
- ☐ $+\dfrac{3m^2g^2}{2k}$
- ■ $-\dfrac{m^2g^2}{2k}$
- ☐ $-\dfrac{3m^2g^2}{2k}$

Question 3 (2 points) Un chariot sur un rail circulaire horizontal et de rayon R est à l'arrêt. A un moment donné, il démarre et accélère. Après avoir effectué n tours, il a une vitesse angulaire ω. Que vaut l'accélération angulaire, supposée constante?

- ☐ $\dfrac{\omega^2}{2\pi Rn}$
- ☐ $\dfrac{\omega^2}{4\pi Rn}$
- ☐ $\dfrac{\omega^2}{2\pi n}$
- ■ $\dfrac{\omega^2}{4\pi n}$

Question 4 (2 points) Au-dessus d'une planète de masse M et de rayon R, on lâche un objet de masse m depuis une hauteur R.
Quelle est la norme de la vitesse de l'objet juste avant l'impact sur la planète?
On admet qu'il n'y a pas de frottement, ni d'influence d'aucun autre astre.
Rappel: $g = \dfrac{GM}{R^2}$

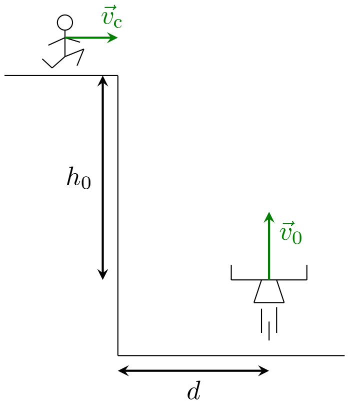
- ☐ $\sqrt{\frac{3}{2}gR}$
- ☐ $\sqrt{\frac{1}{2}gR}$
- ☐ $\sqrt{2gR}$
- ■ $\sqrt{gR}$

Deuxième partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 5: *Cette question est notée sur 6 points.*

Une nacelle de masse M propulsée verticalement par un petit moteur fusée remonte une falaise à une distance d de cette dernière. Grâce au moteur, la nacelle a une accélération constante. Pour tomber dans la nacelle, un cascadeur de masse m se jette dans le vide depuis le haut de la falaise avec une vitesse horizontale $\vec{v}_c$. Au moment du saut, la nacelle se trouve à une distance h_0 au-dessous du cascadeur et possède une vitesse verticale $\vec{v}_0$.



(a) Quelle doit être l'accélération de la nacelle pour que le cascadeur parvienne à tomber dans celle-ci ?

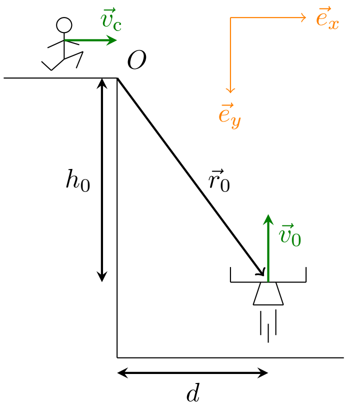
(b) Quelle est la vitesse horizontale de la nacelle après que le cascadeur y soit tombé ?

Tous les frottements sont négligeables.

Solution

(a)

On considère un repère horizontal-vertical $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$, avec $\vec{e}_x$ dirigé vers la droite et $\vec{e}_y$ vers le bas. On place l'origine au niveau du cascadeur à l'instant $t = 0$ du saut. $\frac{1}{2}$ pt



Pour la nacelle en MUA, on a $\frac{1}{2}$ pt

$$\vec{r}_n(t) = \frac{1}{2}\vec{a}_n t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0 \,.$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$x_n(t) = d \qquad (d > 0)\,. \qquad \tfrac{1}{2}\text{ pt}$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$y_n(t) = \frac{1}{2}a_n t^2 + v_0 t + h_0 \qquad (a_n < 0, v_0 < 0)\,. \qquad \tfrac{1}{2}\text{ pt}$$

Pour le cascadeur en chute libre, $\frac{1}{2}$ pt

$$\vec{r}_c(t) = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_c t\,.$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$x_{\mathrm{c}}(t) = v_{\mathrm{c}}\, t \qquad (v_{\mathrm{c}} > 0)\,. \qquad \tfrac{1}{2}\ \text{pt}$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$y_{\mathrm{c}}(t) = \frac{1}{2} g t^2\,. \qquad \tfrac{1}{2}\ \text{pt}$$

Soit t_{r} le temps de rencontre tel que $\vec{r}_{\mathrm{c}}(t_{\mathrm{r}}) = \vec{r}_{\mathrm{n}}(t_{\mathrm{r}})\,.$ $\tfrac{1}{2}$ pt

Selon $\vec{e}_x$

$$v_{\mathrm{c}} t_{\mathrm{r}} = d \quad \Rightarrow \quad t_{\mathrm{r}} = \frac{d}{v_{\mathrm{c}}}$$

et selon $\vec{e}_y$

$$\frac{1}{2} g t_{\mathrm{r}}^2 = \frac{1}{2} a_{\mathrm{n}} t_{\mathrm{r}}^2 + v_0 t_{\mathrm{r}} + h_0\,. \qquad \tfrac{1}{2}\ \text{pt}$$

Ainsi,

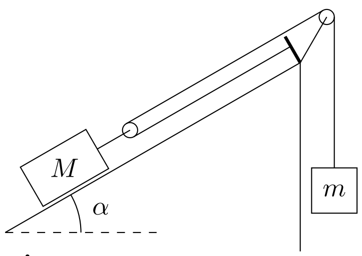
$$a_{\mathrm{n}} = g - \frac{2v_0}{t_{\mathrm{r}}} - \frac{2h_0}{t_{\mathrm{r}}^2} = g - \frac{2v_0 v_c}{d} - \frac{2h_0 v_c^2}{d^2}\,. \qquad \tfrac{1}{2}\ \text{pt}$$

(b) Comme les forces extérieures s'exerçant sur le système “nacelle+cascadeur” sont verticales (poids et force de propulsion), la quantité de mouvement est conservée selon $\vec{e}_x$: $\tfrac{1}{2}$ pt

$$m\, v_{\mathrm{c}} = (m + M)\, v_{\text{finale}} \quad \Longrightarrow \quad v_{\text{finale}} = \frac{m}{m+M}\, v_{\mathrm{c}}\,. \qquad \tfrac{1}{2}\ \text{pt}$$

Question 6: *Cette question est notée sur 5 points.*

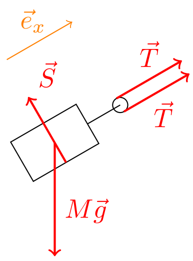
.5 .5 .5 .5 .5
0 1 2 3 4 5



Une masse M sur laquelle est fixée une poulie peut glisser sur un plan incliné d'un angle α. Un fil attaché au sommet de la pente fait le tour de cette poulie, passe sur une seconde poulie fixe située au sommet et retient un contrepoids de masse m. Tous les frottements sont négligeables. Que valent les accélérations de M et de m ?

Solution

- Objet M



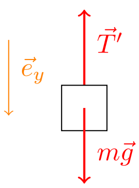
Forces : poids, tensions, soutien

$$M\vec{g} + 2\vec{T} + \vec{S} = M\vec{a}_M\,.$$

Remarque : $\vec{a}_M$ est parallèle à $\vec{e}_x$. 1 pt (avec dessin)
Selon $\vec{e}_x$:

$$-Mg\sin\alpha + 2T = Ma_M\,. \qquad \tfrac{1}{2}\text{ pt}$$

- Objet m



Forces : poids, tension

$$m\vec{g} + \vec{T}' = m\vec{a}_m\,.$$

Remarque : $\vec{a}_m$ est parallèle à $\vec{e}_y$ et la norme de la tension dans le fil est partout la même. 1 pt (avec dessin)
Selon $\vec{e}_y$:

$$mg - T = ma_m\,. \qquad \tfrac{1}{2}\text{ pt}$$

- Liaisons

  Si M avance de Δx selon $\vec{e}_x$, le fil se déroule par-dessus la poulie fixe et m avance selon $\vec{e}_y$ de $\Delta y = 2\Delta x$. Il s'ensuit que $v_m = 2v_M$ et

$$a_m = 2a_M\,. \qquad 1\text{ pt}$$

- Résolution du système d'équations : posons $a_M = a$.

$$\left\{\begin{array}{rcl} -Mg\sin\alpha + 2T &=& Ma \\ mg - T &=& 2ma \end{array}\right. \iff a = \frac{2m - M\sin\alpha}{4m + M}\,g$$

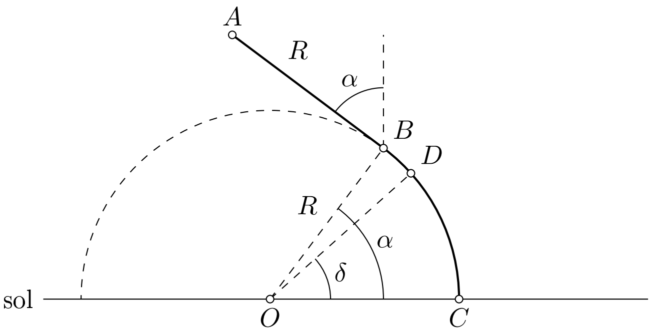
  Ainsi

$$a_M = a = \frac{2m - M\sin\alpha}{4m+M}\,g \qquad a_m = 2a = \frac{2(2m - M\sin\alpha)}{4m+M}\,g\,. \qquad 1\text{ pt}$$

Question 7: *Cette question est notée sur 6 points.*

.5 .5 .5 .5 .5 .5
0 1 2 3 4 5 6

Dans un plan vertical, un rail AC est formé d'un arc de cercle BC, de rayon R, surmonté d'un segment rectiligne AB de longueur R et faisant un angle α avec la verticale, avec $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. Le sol se trouve au niveau du centre du cercle et la hauteur du point A au-dessus du sol est donc $h_A = R\cos\alpha + R\sin\alpha$.



Une masse m part du point A avec une vitesse nulle. Sur le trajet rectiligne de A à B, elle subit un freinage de norme constante. Le freinage est nul au-delà de B. La masse quitte le rail au point D repéré par l'angle δ, avec $\sin\delta = \frac{2}{3}$, et rebondit sur le sol.

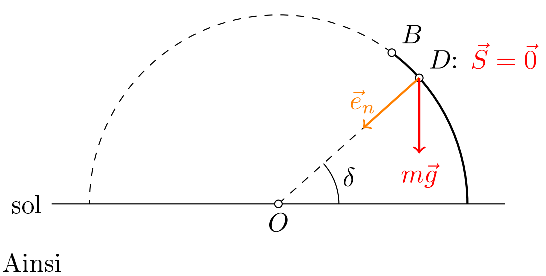
(a) Montrer que la norme de la vitesse de la masse en D est $v_D = \sqrt{\frac{2}{3}Rg}$.

(b) Déterminer la norme de la force de freinage f sur le trajet AB.

(c) Déterminer la hauteur maximale h atteinte par la masse après le rebond sur le sol (le choc est admis élastique: l'énergie cinétique est entièrement restituée).

Solution

(a)



En D, le soutien du rail sur m devient nul. Selon $\vec{e}_n$ dirigé vers l'intérieur du virage, on a pour m:

$$mg\sin\delta = ma_n = m\frac{v_D^2}{R}. \qquad 1 \text{ pt}$$

Ainsi

$$\frac{2}{3}mgR = mv_D^2 \Leftrightarrow v_D = \sqrt{\frac{2}{3}Rg}. \qquad \tfrac{1}{2} \text{ pt}$$

(b) Le théorème de l'énergie cinétique pour m entre A et D s'écrit, le freinage étant constant sur AB et opposé au déplacement,

$$\frac{1}{2}mv_D^2 - 0 = mg(h_A - h_D) - fR. \qquad 1\tfrac{1}{2} \text{ pt}$$

Avec $v_D^2 = \frac{2}{3}Rg$, $h_A = \frac{3+4}{5}R = \frac{7}{5}R$ et $h_D = R\sin\delta = \frac{2}{3}R$,

$$fR = mgR\left(\frac{7}{5} - \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{2}mgR\frac{2}{3} = mgR\frac{2}{5} \Rightarrow f = \frac{2}{5}mg. \qquad 1 \text{ pt}$$

(c) Après le passage au point D, m est en chute libre jusqu'au sol, fait le rebond et remonte en chute libre pour atteindre sa hauteur maximale au point E où la vitesse est horizontale. La gravitation étant conservative et le rebond élastique, l'énergie mécanique est conservée: $\frac{1}{2}$ pt

$$\frac{1}{2}mv_D^2 + mgR\sin\delta = \frac{1}{2}mv_E^2 + mgh_E\,. \qquad \tfrac{1}{2}\text{ pt}$$

Les forces en jeu étant verticales, la vitesse horizontale est constante:

$$v_E = v_D\sin\delta\,. \qquad \tfrac{1}{2}\text{ pt}$$

Ainsi

$$mgh_E = \frac{1}{2}m\frac{2}{3}Rg\frac{9-4}{9} + mgR\frac{2}{3} = mgR\frac{1}{3}\left(\frac{5}{9}+2\right) \Rightarrow h_E = \frac{23}{27}R\,. \qquad \tfrac{1}{2}\text{ pt}$$