Physique
Semestre de printemps 2025

Roger Sauser
Raphaël Butté
Guido Burmeister

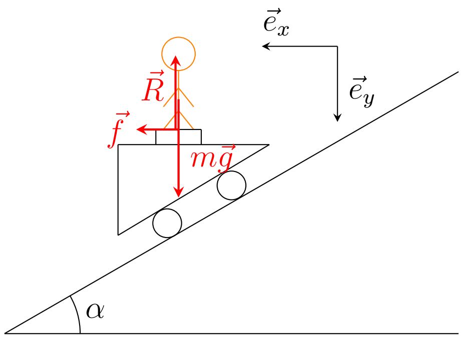
https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15842

Corrigé 4

Exercice 1

Il paraît judicieux de commencer par étudier un objet subissant la force liée à l'indication de la balance. Ainsi, nous allons tout d'abord nous intéresser à l'objet "passager" (nous aurions également pu nous pencher sur l'objet "chariot").

Remarquons que le chariot et le passager sont solidaires. Ils ont donc la même accélération.



- Objet : passager (masse m)
- Forces (externes) : poids $m\vec{g}$, soutien $\vec{R}$ et frottement $\vec{f}$ de la balance.
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$m\vec{g} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_m \,.$$

  L'accélération $\vec{a}_m$ (de norme $||\vec{a}_m|| = a_m$) du passager est dirigée vers le bas, parallèlement à la droite inclinée.
- Projections par rapport au repère choisi :

  selon $\vec{e}_x$:

$$f = ma_{m,x} = ma_m \cos\alpha \,.$$

  selon $\vec{e}_y$:

$$mg - R = ma_{m,y} = ma_m \sin\alpha$$
$$\Rightarrow \quad R = m(g - a_m \sin\alpha)\,.$$

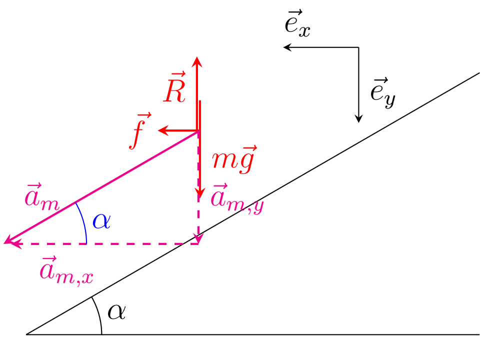
  Le soutien R n'est pas complètement caractérisé. Il convient encore de déterminer l'expression de l'accélération a_m.

Remarques

Le soutien $\vec{R}$ correspond à l'indication de la balance.

Le frottement $\vec{f}$ exercé par le chariot est dirigé vers l'avant.

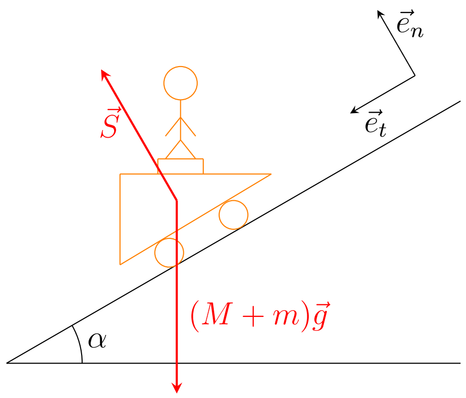
Pour déterminer les deux projections de l'accélération dans le repère choisi, il faut s'aider des triangles semblables :



On a ainsi

$$a_{m,x} = a_m \cos\alpha \quad \text{et} \quad a_{m,y} = a_m \sin\alpha\,.$$

Il est alors nécessaire de considérer un autre objet. Nous allons alors décrire l'objet "chariot+passager".



- Objet : chariot + passager (masse $M+m$)
- Forces (externes) : poids $(M+m)\vec{g}$ et soutien $\vec{S}$ du sol
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$(M+m)\vec{g} + \vec{S} = (M+m)\vec{a}_{M+m}\,.$$

  L'accélération $\vec{a}_{M+m}$ (de norme $||\vec{a}_{M+m}|| = a_{M+m}$) de l'objet est dirigée vers le bas, parallèlement à la droite inclinée.
- Projections par rapport au repère choisi :

  selon $\vec{e}_t$:

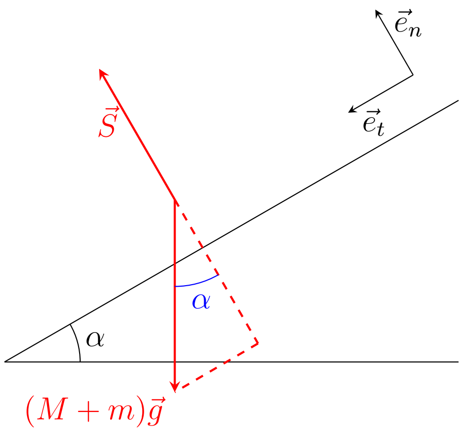
$$(M+m)g\sin\alpha = (M+m)a_{M+m}$$
$$\Rightarrow \quad a_{M+m} = g\sin\alpha\,.$$

  selon $\vec{e}_n$:

$$S - (M+m)g\cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad S = (M+m)g\cos\alpha\,.$$

Remarque

Pour déterminer les deux projections du poids, il faut s'aider des triangles semblables :



D'autre part, comme l'accélération est selon la droite inclinée, les composantes de cette dernière selon $\vec{e}_t$ et $\vec{e}_n$ s'écrivent :

$$a_{M+m,t} = ||\vec{a}_{M+m}|| = a_{M+m} \quad \text{et} \quad a_{M+m,n} = 0\,.$$

Le passager et le chariot étant solidaires, ils ont la même accélération :

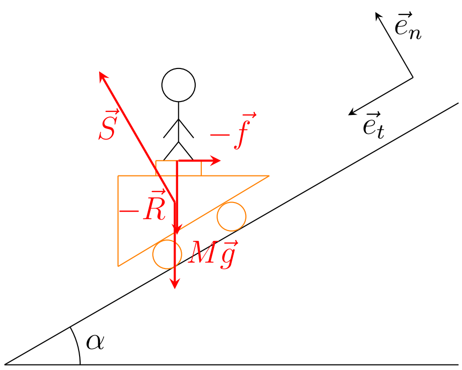
$$\vec{a}_m = \vec{a}_{M+m}\,.$$

Ainsi, $a_m = a_{M+m} = g\sin\alpha$ et le soutien R devient

$$R = m(g - a_m \sin\alpha) = mg(1 - \sin^2\alpha) = mg\cos^2\alpha = 588.6\,\mathrm{N}\,,$$

où l'on a pris $g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.
Avec $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$: $R = mg\cos^2\alpha = 80\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 600\,\mathrm{N}\,.$

Remarque
On peut aussi étudier l'objet "chariot" (en fait, "chariot + balance") :



- Objet : chariot (masse M)
- Forces (externes) : poids $M\vec{g}$, soutien $\vec{S}$, frottement $-\vec{f}$ et réaction $-\vec{R}$
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$M\vec{g} + \vec{S} - \vec{f} - \vec{R} = M\vec{a}_M\,.$$

L'accélération $\vec{a}_M$ (de norme $||\vec{a}_M|| = a_M$) du chariot est dirigée vers le bas, parallèlement à la droite inclinée.

- Projections par rapport au repère choisi :

  selon $\vec{e}_t$:
  $$(Mg+R)\sin\alpha - f\cos\alpha = Ma_M\,.$$
  selon $\vec{e}_n$:
  $$-(Mg+R)\cos\alpha + S - f\sin\alpha = 0$$
  $$\Rightarrow \quad S = (Mg+R)\cos\alpha + f\sin\alpha\,.$$

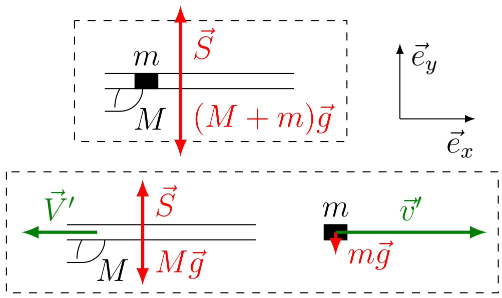
Pour répondre à la question posée, il suffit de considérer deux des trois systèmes (objets) décrits plus haut. On obtient alors

$$R = mg\cos^2\alpha\,, \quad S = (M+m)g\cos\alpha \quad \text{et} \quad f = mg\sin\alpha\cos\alpha\,.$$

Exercice 2

Le recul d'une arme est la vitesse qu'elle a acquise une fois que le projectile a été tiré.
Le recul a pour origine la force que le projectile exerce sur l'arme, égale et opposée à la force que l'arme exerce sur le projectile.
Il convient de choisir l'objet formé de l'arme et du projectile.

Remarque : on négligera les frottements dus à l'air et le mouvement des particules de poudre...



Objet : M et m

Forces : poids, soutien

Newton :

$$(M+m)\vec{g} + \vec{S} = \dot{\vec{P}} = (M+m)\vec{a}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$, avant, pendant et après le tir la somme des forces (extérieures) est nulle. La quantité de mouvement horizontale est donc conservée :

$$P_x = \text{cte}\,.$$

Selon $\vec{e}_y$, avant et pendant le tir, les forces s'annulent. Après le tir, le projectile est en chute libre... sans influence sur le recul.
Exploiter la projection selon $\vec{e}_x$.
Selon $\vec{e}_x$,

- Avant le tir,
  $$P_x = MV_x + mv_x = 0 + 0 = 0\,.$$
- après le tir,
  $$P'_x = MV'_x + mv'_x\,.$$

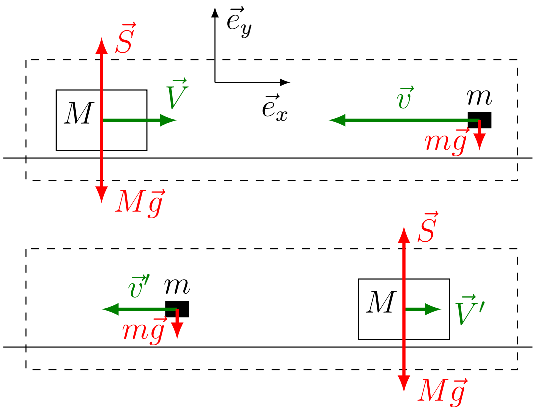
Ainsi, la conservation de la quantité de mouvement horizontale donne

$$MV'_x + mv'_x = 0 \Longrightarrow V'_x = -\frac{mv'_x}{M} = -\frac{4\,\mathrm{g}\cdot 300\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{600\,\mathrm{g}} = -2\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

Remarque : comme $V'_x < 0$, la vitesse de recul est opposée à $\vec{e}_x$ (choisi de même sens que la vitesse de sortie $\vec{v}'$ du projectile).

Exercice 3

Les forces existant entre la balle et le wagonnet sont difficiles à décrire. En considérant comme objet la balle et le wagonnet, ce sont des forces internes.



Objet : M et m

Forces : poids, soutien

Newton :

$$(M+m)\vec{g}+\vec{S}=\dot{\vec{P}}=(M+m)\vec{a}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$, avant, pendant et après le choc la somme des forces (extérieures) est nulle. La quantité de mouvement horizontale est donc conservée :

$$P_x = \text{cte}\,.$$

Selon $\vec{e}_y$, pendant le choc, les forces s'annulent. Avant et après le choc, la balle est en chute libre... sans influence sur le mouvement horizontal.
Selon $\vec{e}_x$,

- Avant le choc,
$$P_x = MV_x + mv_x$$
avec $V_x > 0$ et $v_x < 0\,.$
- après le tir,
$$P'_x = MV'_x + mv'_x$$
avec $v'_x < 0\,.$

Ainsi, la conservation de la quantité de mouvement horizontale donne

$$MV'_x + mv'_x = MV_x + mv_x$$

$$\begin{aligned}\Longrightarrow V'_x &= \frac{MV_x + mv_x - mv'_x}{M}\\ &= \frac{1\,\mathrm{kg}\cdot 1.2\,\mathrm{m\,s^{-1}} - 5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 800\,\mathrm{m\,s^{-1}} + 5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 200\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{1\,\mathrm{kg}}\\ &= -1.8\,\mathrm{m\,s^{-1}}.\end{aligned}$$

Remarque : comme $V'_x < 0$, la vitesse du wagonnet a changé de sens !

Exercice 4

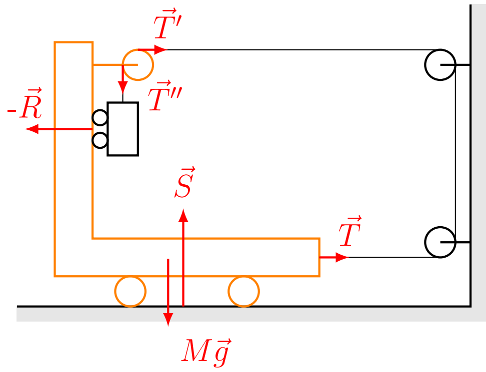
L'athlète peut être considéré comme un système formé de plusieurs parties (épaules, bassin, jambes). On étudie donc le mouvement de ces différentes parties, ainsi que celui du centre de masse.
L'athlète doit faire en sorte que l'ensemble de son corps passe au-dessus de la barre.

Nous allons admettre que le centre de masse du sauteur debout se trouve à 100 cm du sol. Grâce à sa détente, l'athlète parvient donc à faire atteindre à ce dernier une hauteur maximale de 100 cm + 80 cm = 180 cm.

Cette hauteur maximale de 180 cm n'est pas incompatible avec un saut réussi à 210 cm. En effet, l'athlète utilise la souplesse de son corps pour passer d'abord les épaules par-dessus la barre, le bassin et les jambes étant encore sous la barre. C'est ensuite au tour du bassin, les épaules et les jambes étant sous la barre, et enfin des jambes, les épaules et le bassin étant sous la barre. De cette manière, le sauteur franchit la barre à 210 cm bien que son centre de masse reste en permanence en dessous de cette hauteur !

Exercice 5

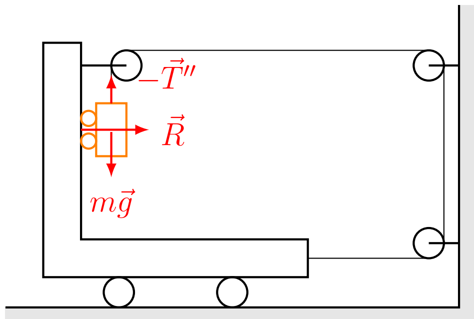
Les deux chariots sont liés. Commençons les considérer séparément.
On commence par s'intéresser aux forces s'exerçant sur le grand chariot de masse M :



La deuxième loi de Newton appliquée au grand chariot s'écrit ainsi, sous forme vectorielle,

$$\vec{T} + \vec{T}' + \vec{T}'' - \vec{R} + \vec{S} + M\vec{g} = M\vec{a}_M \, .$$

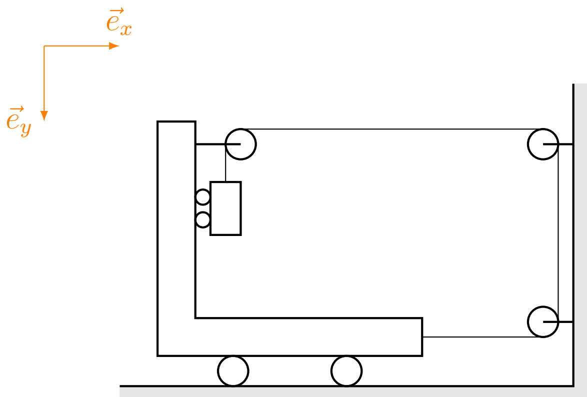
Le petit chariot de masse m subit quant à lui trois forces :



La deuxième loi de Newton appliquée au petit chariot s'écrit donc, sous forme vectorielle,

$$\vec{R} - \vec{T}'' + m\vec{g} = m\vec{a}_m \, .$$

Nous allons choisir un repère et projeter les forces selon $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$:



En supposant le fil inextensible et en négligeant les frottements, nous avons :

$$T'' = T' = T\,.$$

Ainsi, selon $\vec{e}_x$:

$$\begin{aligned} 2T - R &= M a_M\,, \\ R &= m a_{m,x}\,, \end{aligned}$$

et selon $\vec{e}_y$:

$$\begin{aligned} Mg + T - S &= 0\,, \\ mg - T &= m a_{m,y}\,. \end{aligned}$$

De plus, si M avance de x vers la droite (donc selon $\vec{e}_x$), m avance également de x vers la droite et descend de $y = 2x$ (donc selon $\vec{e}_y$). Il en découle que, $\forall\, t$,

$$v_M = v_{m,x} = v\,, \quad v_{m,y} = 2v\,,$$

et, par variation p.r. au temps,

$$a_M = a_{m,x} = a\,, \quad a_{m,y} = 2a\,.$$

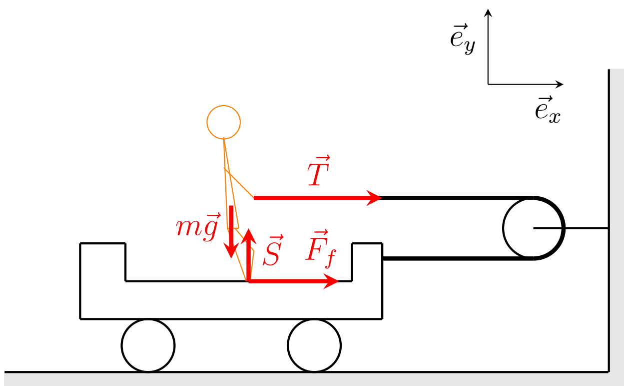
On obtient

$$a = \frac{2m}{M + 5m}\, g\,.$$

Exercice 6

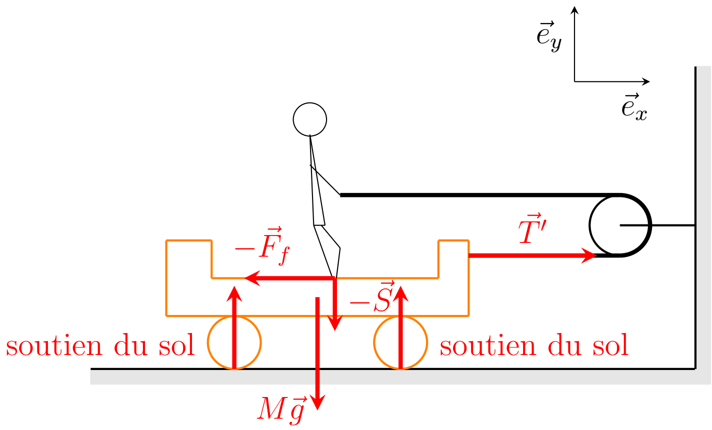
Comme le passager et le chariot sont solidaires, ils ont la même accélération $\vec{a}$. Celle-ci est dirigée vers la droite.

Nous allons décrire successivement le passager et le chariot.



- Objet : passager de masse m ;
- Forces (extérieures) : poids $m\vec{g}$, soutien du chariot $\vec{S}$, traction du fil $\vec{T}$, et frottement sur le chariot $\vec{F}_f$;
  Remarque : on ne connaît à priori pas le sens du frottement. On écrit alors $\vec{F}_f = F_f\,\vec{e}_x\,,\ F_f \in \mathbb{R}\,.$
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$m\vec{g} + \vec{S} + \vec{T} + \vec{F}_f = m\vec{a}\,.$$



- Objet : chariot de masse M ;
- Forces (extérieures) : poids $M\vec{g}$, poussée du passager $-\vec{S}$, soutien du sol $\vec{S}'$, traction du fil $\vec{T}'$, frottement sur le passager $-\vec{F}_f$;
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$M\vec{g} - \vec{S} + \vec{S}' + \vec{T}' - \vec{F}_f = M\vec{a}\,,$$

où $\vec{T}' = \vec{T}$ (les masses du fil et de la poulie sont négligeables).

L'accélération étant parallèle à $\vec{e}_x$, les poids sont compensés par les forces de soutien. En projetant selon $\vec{e}_x$, on obtient donc

$$\begin{aligned} T + F_f &= ma\,, \\ T - F_f &= Ma\,, \end{aligned}$$

d'où

$$a = -\frac{2F_f}{M - m}$$

Comme $a > 0$, F_f doit être négative : $F_f = -60\,\mathrm{N}$:

$$a = \frac{120\,\mathrm{N}}{120\,\mathrm{Kg}} = 1\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

Remarques

- Le chariot et son passager se déplacent vers la poulie $(a > 0)$.

  Si $M > m$, la force de frottement retenant le passager l'empêche de glisser vers l'avant du chariot ($F_f < 0$).

  Si $M < m$, la force de frottement empêche le passager de glisser vers l'arrière du chariot ($F_f > 0$).
- Notons également qu'en considérant l'objet “chariot + passager”, les forces extérieures seraient le poids total $(m + M)\vec{g}$, le soutien du sol $\vec{S}'$, et la traction totale du fil $2\vec{T}$. La deuxième loi de Newton s'écrirait alors

$$(m + M)\vec{g} + \vec{S}' + 2\vec{T} = (m + M)\vec{a}\,.$$

  Comme la force de traction vers la droite est la seule force agissant horizontalement sur l'objet, l'accélération de ce dernier est bien vers la droite ($a > 0$ dans le repère choisi).

Exercice 7

Avec ou sans raquettes, le poids de la personne est le même. La grandeur physique qui intervient ici est la pression car celle-ci fait également intervenir la surface de contact entre la personne et la neige.
Imaginons une personne de masse m se tenant debout sur un sol horizontal recouvert de neige. La personne exerce sur la neige une pression moyenne donnée par

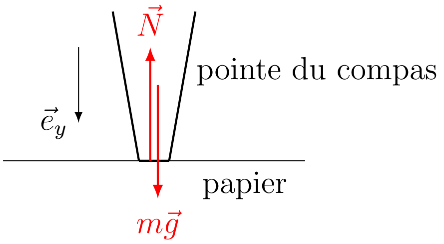
$$p = \frac{mg}{S}\,,$$

où mg est le poids de la personne et S représente la surface de contact entre la personne et la neige.

Une personne se déplaçant dans la neige avec des raquettes répartit son poids sur une surface plus importante que celle de ses pieds ($S_{\text{raquettes}} > S_{\text{pieds}}$). La pression exercée sur la neige est donc plus faible et la personne s'enfonce moins facilement.

Exercice 8

Il convient de choisir un objet subissant cette pression : la feuille de papier, ou alors, par le principe action=réaction, le compas.



Objet : compas de masse m

Forces : poids, soutien

Newton :

$$m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}\,.$$

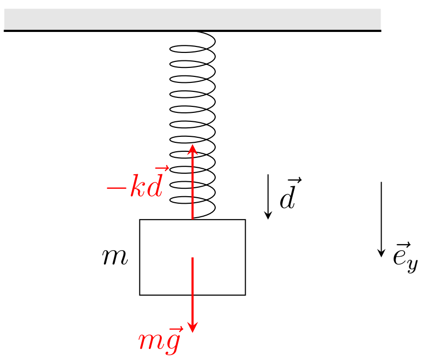
Selon $\vec{e}_y$: $mg - N = 0 \Longrightarrow N = mg\,.$

La pression moyenne exercée par le papier (donc la pression sous la pointe du compas) est la norme du soutien $\vec{N}$ par unité de surface,

$$p = \frac{N}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{0.1\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{ms}^{-2}}{0.1\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2} = 9.81\cdot 10^6\,\mathrm{Pa} \approx \frac{0.1\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{ms}^{-2}}{0.1\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2} = 10^7\,\mathrm{Pa}\,.$$

Exercice 9

Les forces s'exerçant sur la masse m sont le poids $m\vec{g}$ de cette dernière et la force de rappel $-k\vec{d}$ du ressort.



La masse ne bouge pas. Son accélération est donc nulle (la masse est statique) et la deuxième loi de Newton s'écrit

$$\vec{F} = m\vec{g} - k\vec{d} = m\,\vec{0} = \vec{0}\,.$$

On en déduit l'allongement du ressort en projetant la deuxième loi de Newton selon le repère choisi (ici, $\vec{e}_y$ est choisi vers le bas) :

$$\vec{d} = \frac{m\vec{g}}{k} \quad \longrightarrow \quad d = \|\vec{d}\| = \frac{mg}{k}\,.$$

Remarque : si l'on perturbe la masse alors qu'elle est en équilibre, elle va osciller autour de la position de repos (d'équilibre).