Physique
Semestre de printemps 2025

Roger Sauser
Raphaël Butté
Guido Burmeister

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15842

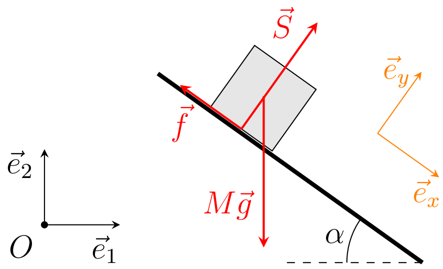
Corrigé 3

Exercice 1

On cherche une explication en faisant appel aux lois de la dynamique (lois de Newton) appliquées au train et à une personne à l'intérieur du train.
Le train fait un virage. En effet, les voies exercent une force sur le train lui imposant une courbure de trajectoire. Une personne qui est dans le train ne subit pas cette force et continue à se déplacer en ligne droite. Vous vous retrouvez ainsi projeté contre la paroi latérale (la paroi est projetée contre vous).

Exercice 2

Les forces extérieures exercées sur l'objet de masse M sont le poids $M\vec{g}$ et la force de contact avec le plan incliné. On peut décomposer cette dernière en une force de soutien $\vec{S}$ et une force de frottement $\vec{f}$.



La masse M étant immobile, son accélération est nulle. Ainsi, la deuxième loi de Newton s'écrit

$$M\vec{g} + \vec{S} + \vec{f} = \vec{0}\,.$$

Pour déterminer les forces, on peut les décomposer selon le repère $O\vec{e}_1\vec{e}_2$:

$$\begin{aligned} \text{selon } \vec{e}_1 : &\quad 0 + S\sin\alpha - f\cos\alpha = 0\,, \\ \text{selon } \vec{e}_2 : &\quad -Mg + S\cos\alpha + f\sin\alpha = 0\,. \end{aligned}$$

On obtient alors les expressions recherchées :

$$S = Mg\cos\alpha \quad \text{et} \quad f = Mg\sin\alpha\,.$$

Alternativement, on peut choisir un repère parallèle-perpendiculaire au plan incliné et on détermine les forces en les décomposant selon ce repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$:

$$\begin{aligned} \text{selon } \vec{e}_x : &\quad Mg\sin\alpha + 0 - f = 0\,, \\ \text{selon } \vec{e}_y : &\quad -Mg\cos\alpha + S + 0 = 0\,. \end{aligned}$$

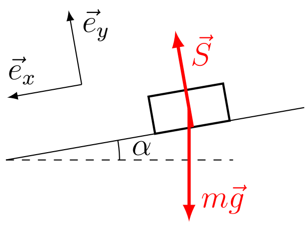
On obtient alors immédiatement les expressions recherchées :

$$S = Mg\cos\alpha \quad \text{et} \quad f = Mg\sin\alpha\,.$$

Le repère $O\vec{e}_x\vec{e}_y$ est manifestement ici plus approprié que le repère $O\vec{e}_1\vec{e}_2$.

Exercice 3

Notons α l'angle d'inclinaison de la pente, à déterminer et choisissons la masse comme objet à considérer.



Objet : masse m

Forces : poids, soutien

Newton :

$$m\vec{g} + \vec{S} = m\vec{a}\,.$$

Remarque : il n'y a pas de mouvement selon $\vec{e}_y$.

Selon $\vec{e}_x$:

$$mg\sin\alpha = ma_x \Longrightarrow a_x = g\sin\alpha\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$-mg\cos\alpha + S = ma_y = 0\,.$$

L'accélération étant constante, on écrit les équations horaire sans difficulté.
En choisissant l'origine à l'endroit du lâcher et $t = 0$ à l'instant du lâcher, les équations horaire s'écrivent

$$\begin{aligned} a_x(t) &= g\sin\alpha \\ v_x(t) &= g\sin\alpha\, t \\ x(t) &= \frac{1}{2}g\sin\alpha\, t^2\,. \end{aligned}$$

On exploite ensuite la donnée sur la distance parcourue pendant la durée donnée pour déterminer l'angle α.
Après $t_1 = 5\,\mathrm{s}$, la distance parcourue est $d = 1.5\,\mathrm{m}$:

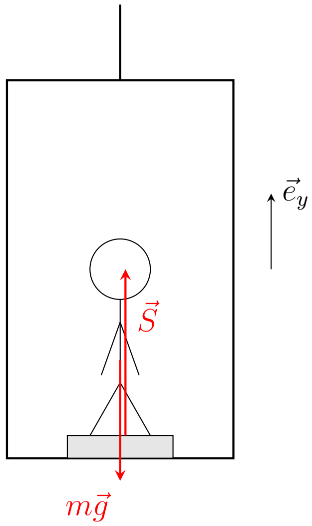
$$x(t_1) = d = \frac{1}{2}g\sin\alpha\, t_1^2 \Longrightarrow \sin\alpha = \frac{2d}{gt_1^2} = \frac{2\cdot 1.5\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot(5\,\mathrm{s})^2} = 0.0122 \Longrightarrow \alpha = 0.7°.$$

Approximativement,

$$\sin\alpha = \frac{2d}{gt_1^2} = \frac{2\cdot 1.5\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot(5\,\mathrm{s})^2} = \frac{3}{250} = 0.012 \Longrightarrow \alpha = 0.012\,\mathrm{rad}.$$

Exercice 4

Après avoir déterminé les forces extérieures qui s'exercent sur l'homme, on écrit la deuxième loi de Newton. On peut alors répondre à la question posée en projetant selon un repère choisi.
Les forces s'exerçant sur l'homme de masse $m = 60\,\mathrm{kg}$ sont le poids et la force de soutien (exercée par la balance sur l'homme) :



La deuxième loi de Newton appliquée à l'homme s'écrit donc

$$m\vec{g} + \vec{S} = m\vec{a}\,.$$

Comme l'homme et l'ascenseur bougent ensemble, ils ont la même accélération.
La balance indique la force qu'elle exerce sur l'homme, c'est-à-dire la norme de $\vec{S}$. Cette norme est donnée par la projection de la deuxième loi de Newton selon $\vec{e}_y$:

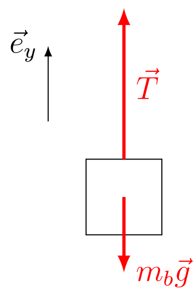
$$-mg + S = ma \quad \Rightarrow \quad S = m(a+g) = 60\,\mathrm{kg}\,(2\,\mathrm{m\,s^{-2}} + 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 708.6\,\mathrm{N}\,.$$

Approximativement,

$$S = m(a+g) = 60\,\mathrm{kg}\,(2\,\mathrm{m\,s^{-2}} + 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 720\,\mathrm{N}\,.$$

Exercice 5

On commence par visualiser et représenter la situation grâce à un dessin soigné. On choisit ensuite, judicieusement, un repère pour la description du mouvement du bloc.
Notons m_b la masse du bloc et $\vec{a}_b$ son accélération.



Objet : le bloc

Forces : poids, tension

Newton :

$$m_b\vec{g} + \vec{T} = m_b\vec{a}_b\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$-m_b g + T = m_b a_b\,.$$

Remarque : en absence d'ambiguïté, il n'est pas nécessaire de noter l'indice y dans la composante de l'accélération.
L'accélération étant connue, on détermine la force exercée par le câble. La deuxième loi de Newton pour le bloc fournit

$$T = m_b a_b + m_b g = m_b(g + a_b)\,.$$

L'accélération étant de même sens que $\vec{e}_y$, sa composante est positive :

$$a_b = +1\,\mathrm{m\,s^{-2}} > 0\,.$$

Ainsi,

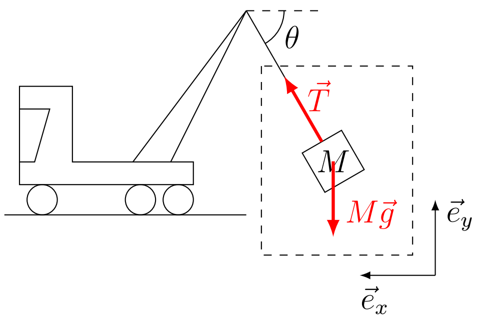
$$T = m_b(g + a_b) = 500\,\mathrm{kg} \cdot (9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}} + 1\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 5405\,\mathrm{N}\,.$$

Après la phase d'accélération, la vitesse est constante et l'accélération est donc nulle. La deuxième loi de Newton pour le bloc donne alors

$$T = m_b g = 500\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}} = 4905\,\mathrm{N}\,.$$

Exercice 6

Il convient de choisir un objet dans l'étude duquel intervient l'angle θ : la charge M.
Remarque : la charge M a le même mouvement que le camion.
On admet que la charge M n'est pas en train d'osciller et que l'angle θ est bien défini (et constant).



Objet : M

Forces : poids et tension

Newton :

$$M\vec{g} + \vec{T} = M\vec{a}_M\,.$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$T\cos\theta = Ma_M\,.$$

Selon $\vec{e}_y$ (pas de mouvement) :

$$-Mg + T\sin\theta = 0\,.$$

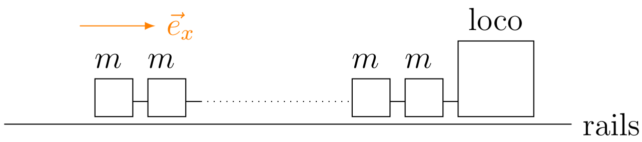
On élimine T par le quotient pris membre à membre :

$$\frac{T\cos\theta}{T\sin\theta} = \cot\theta = \frac{a_M}{g} \implies a_M = g\cot\theta = \frac{g}{\sqrt{3}} = \frac{9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}}{\sqrt{3}} = 5.66\,\mathrm{m\,s^{-2}} \approx \frac{10}{\sqrt{3}}\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

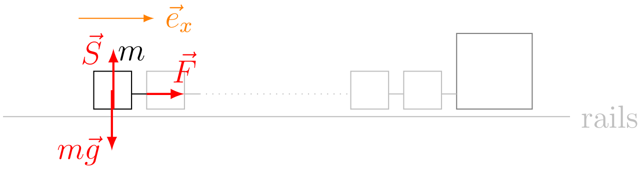
L'accélération du camion, égale à celle de M vaut donc $a_c = 5.66\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ et est dirigée vers la gauche.

Exercice 7

Tout d'abord, on note que l'accélération est la même pour tous les wagons (tous les wagons du train et la locomotive se déplacent de manière solidaire).



En l'absence de frottement, le dernier wagon (objet considéré) subit son poids, la force de réaction des rails (soutien) et la force de norme F exercée par l'avant-dernier wagon. Les deux premières forces sont verticales et se compensent. La troisième force est horizontale, et la deuxième loi de Newton, appliquée au dernier wagon et projetée selon $\vec{e}_x$ vers l'avant, s'écrit



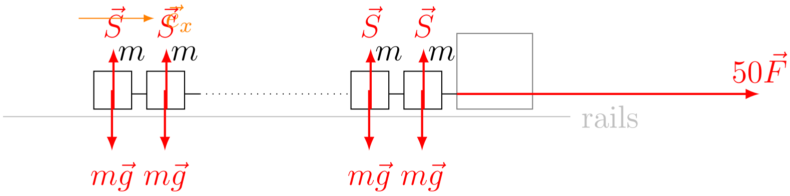
$$m\vec{g} + \vec{S} + \vec{F} = m\vec{a}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$: $F = ma$.

où m est la masse d'un wagon (les wagons sont supposés identiques).

Supposons que le train est constitué d'un nombre N de wagons. L'ensemble de ces wagons (objet considéré) subit une seule force horizontale : la force de traction de la locomotive qui, en norme, vaut $50F$.

La deuxième loi de Newton, appliquée à l'ensemble des N wagons et projetée selon $\vec{e}_x$ vers l'avant, permet donc de déterminer le nombre de wagons formant le train :



$$Nm\vec{g} + N\vec{S} + 50\vec{F} = Nm\vec{a}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$: $50F = Nma$.

Avec la relation $F = ma$ pour le dernier wagon, il suit $N = 50$.

Enfin, le premier wagon (l'objet considéré) subit deux forces horizontales : une force de norme $50F$ vers l'avant et une force de norme F_2 vers l'arrière.

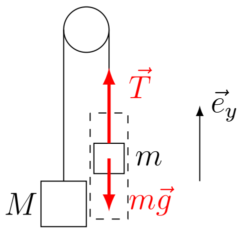
La deuxième loi de Newton, appliquée au premier wagon et projetée selon $\vec{e}_x$ vers l'avant, fournit l'expression de F_2 :

$$50F - F_2 = ma \quad \Rightarrow \quad F_2 = 50F - ma = 50F - F = 49F\,.$$

Remarque : le premier wagon subit également deux forces verticales qui se compensent (son poids et la force de soutien des rails).

Exercice 8

(a) On cherche l'accélération de m. Il faut donc considérer l'objet m !



Objet : m

Forces : poids, tension

Newton :

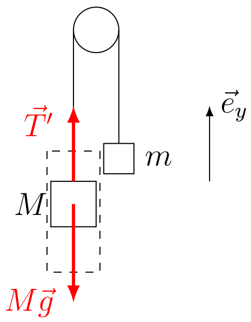
$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_m\,.$$

Remarque : il n'y a pas de mouvement horizontal.

Selon $\vec{e}_y$:

$$-mg + T = ma_m\,.$$

Remarque : il n'y a qu'une équation pour deux inconnues.
Le mouvement de m est lié à celui de M. Il convient alors de considérer l'objet M.



Objet : M

Forces : poids, tension

Newton :

$$M\vec{g} + \vec{T}' = M\vec{a}_M\,.$$

Remarque : il n'y a pas de mouvement horizontal.

Selon $\vec{e}_y$:

$$-Mg + T' = Ma_M\,.$$

Remarque : il n'y a qu'une équation pour deux inconnues.
La liaison entre m et M s'exprime à deux niveaux :

- dans la norme de la tension (le fil transmet la tension en conservant la norme et en changeant la direction)
- dans la relation géométrique entre les mouvements de m et M (vitesse et donc accélération).

La tension est de même norme dans tout le fil :

$$||\vec{T}|| = ||\vec{T}'||\,.$$

Si M avance avec une vitesse $\vec{v}_M$, m avance avec une vitesse $\vec{v}_m$ égale et opposée :

$$\vec{v}_m = -\vec{v}_M \quad \forall\, t\,.$$

Il en est donc de même pour les accélérations :

$$\vec{a}_m = -\vec{a}_M \quad \forall\, t\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$a_m = -a_M\,.$$

Ecrire et résoudre le système d'équations.
Notons T la norme de la tension dans le fil,

$$T = ||\vec{T}|| = ||\vec{T}'||$$

et a l'accélération de m selon $\vec{e}_y$,

$$a = a_m = -a_M \,.$$

Ainsi

$$\begin{cases} -mg + T &= ma \\ -Mg + T &= -Ma \,. \end{cases}$$

Par soustraction membre à membre, nous éliminons T :

$$-mg + Mg = ma + Ma \Longrightarrow a = \frac{M - m}{M + m}\, g \,.$$

Nous trouvons T soit en remplaçant a dans l'une des équations, soit en amplifiant et additionnant les deux équation comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{rcl|l} -mg + T &=& ma & \cdot M \\ -Mg + T &=& -Ma & \cdot m \end{array} \right.$$

d'où

$$-2mMg + (M + m)T = 0 \Longrightarrow T = \frac{2mMg}{M + m} \,.$$

Remarque :

- si $M > m$, $a = a_m > 0$ et l'accélération de m est de même sens que $\vec{e}_y$, i.e. vers le haut.
- si $M = m$, $a = a_m = 0$ et l'accélération de m est nulle. Soit m est au repos, soit en mouvement uniforme.
- si $M < m$, $a = a_m < 0$ et l'accélération de m est opposée à $\vec{e}_y$, i.e. vers le bas.

Dans tous les cas, la norme de la tension est bien positive !

(b) Que donnent les relations trouvées pour $M \to \infty$?
Dans cette limite, intuitivement, m devient négligeable devant M : $M \pm m \approx M$. Alors

$$\lim_{M\to\infty} a = \lim_{M\to\infty} \frac{M - m}{M + m}\, g = \lim_{M\to\infty} \frac{M}{M}\, g = g \,.$$

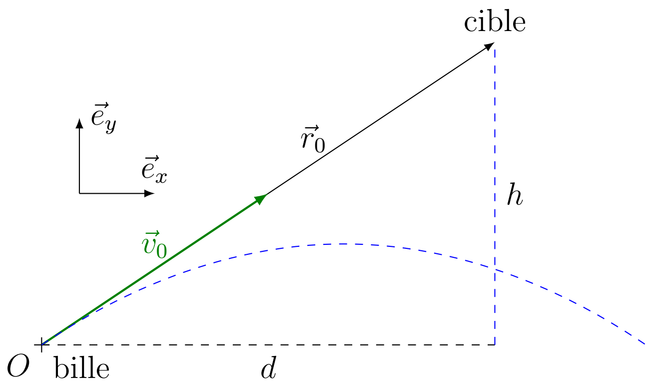
et

$$\lim_{M\to\infty} T = \lim_{M\to\infty} \frac{2mMg}{M + m} = \lim_{M\to\infty} \frac{2mMg}{M} = 2mg \,.$$

En effet, la présence de m ne vas pas affecter la chute libre de M qui tombe donc avec une accélération égale à $\vec{g}$, soit vers le bas. Comme M entraîne m , celle-ci a la même accélération, de norme g , mais vers le haut ! Pour avoir une telle "chute libre vers le haut", la tension doit faire le double du poids, en norme.

Exercice 9

On commence par visualiser et représenter la situation grâce à un dessin soigné. On choisit ensuite, judicieusement, un repère pour la description des mouvements. Pour appliquer le critère de rencontre, il convient de déterminer la position des deux objets à chaque instant.
Plaçons l'origine O à l'extrémité du tube de la sarbacane. Notons d et h les distances horizontale et verticale entre O et la cible. Appelons encore $\vec{v}_0$ la vitesse initiale de la bille lorsqu'elle quitte la sarbacane :



Avec le repère choisi, la position initiale de la cible est donnée par

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} d \\ h \end{pmatrix} .$$

Choisissons enfin l'origine des temps $t = 0$ à l'instant où la bille quitte la sarbacane.

La seule force exercée sur la bille est son poids. Pour la bille de masse m_b,

$$m_b \vec{a}_b = m_b \vec{g} \;\Rightarrow\; \vec{a}_b(t) = \vec{g} \quad \forall\, t\,.$$

Le mouvement de la bille est un MUA (chute libre) et nous en déduisons les équations pour la vitesse et la position de la bille :

$$\begin{aligned} \vec{v}_b(t) &= \vec{g}\,t + \vec{v}_0 \\ \vec{r}_b(t) &= \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2 + \vec{v}_0\,t\,. \end{aligned}$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$\begin{aligned} a_{bx}(t) &= 0 \\ v_{bx}(t) &= v_{0x} \\ x_b(t) &= v_{0x}t\,. \end{aligned}$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$\begin{aligned} a_{by}(t) &= -g \\ v_{by}(t) &= -gt + v_{0y} \\ y_b(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t\,. \end{aligned}$$

La seule force exercée sur la cible est son poids. Pour la cible de masse m_c,

$$m_c \vec{a}_c = m_c \vec{g} \;\Rightarrow\; \vec{a}_c(t) = \vec{g} \quad \forall\, t\,.$$

Le mouvement de la cible est un MUA (chute libre) et nous en déduisons les équations pour la vitesse et la position de la cible :

$$\begin{aligned} \vec{v}_c(t) &= \vec{g}\,t \\ \vec{r}_c(t) &= \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2 + \vec{r}_0\,. \end{aligned}$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$\begin{aligned} a_{cx}(t) &= 0 \\ v_{cx}(t) &= 0 \\ x_c(t) &= d\,. \end{aligned}$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$\begin{aligned} a_{cy}(t) &= -g \\ v_{cy}(t) &= -gt \\ y_c(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + h\,. \end{aligned}$$

On applique alors le critère (vectoriel) pour la rencontre des deux objets :

$$\exists\, t_r,\ \vec{r}_b(t_r) = \vec{r}_c(t_r)\,.$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$\begin{aligned} x_b(t_r) &= x_c(t_r) \\ v_{0x}t_r &= d\,. \end{aligned}$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$\begin{aligned} y_b(t_r) &= y_c(t_r) \\ -\frac{1}{2}gt_r^2 + v_{0y}t_r &= -\frac{1}{2}gt_r^2 + h\,. \end{aligned}$$

Ainsi, l'instant t_r existe ssi

$$v_{0x}t_r = d \quad \text{et} \quad v_{0y}t_r = h$$

c'est-à-dire ssi

$$\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{h}{d}\,,$$

ce qui est le cas, étant donné que la sarbacane est alignée sur la cible. La rencontre a donc lieu, indépendamment de la norme de la vitesse initiale $\vec{v}_0$!

Remarque : vectoriellement, le critère de rencontre donne directement

$$\vec{r}_b(t_r) = \vec{r}_c(t_r) \ \Leftrightarrow\ \vec{v}_0 t_r = \vec{r}_0\,.$$

Comme la sarbacane vise initialement la cible, $\vec{v}_0$ et $\vec{r}_0$ sont parallèles et un tel t_r existe (sauf si $\vec{v}_0$ est nulle). La bille tirée en visant la cible touche toujours la cible !

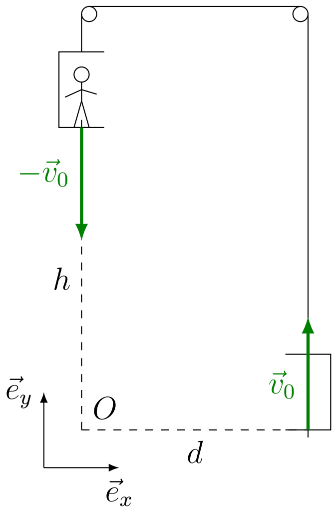
Exercice 10

On commence par visualiser et représenter la situation grâce à un dessin soigné. On choisit ensuite, judicieusement, un repère pour la description des mouvements. Pour appliquer le critère de rencontre, il convient de déterminer la position des objets à chaque instant.
Plaçons l'origine O au sol, sous la première cage d'ascenseur et notons $\vec{r}_1$ la position de la cage d'ascenseur de gauche, $\vec{r}_2$ celle de la cage d'ascenseur de droite et $\vec{r}_c$ celle du cascadeur.
Le critère de rencontre entre le cascadeur et la cage 2 s'écrit :

$$\exists\, t_r \text{ t.q. } \vec{r}_c(t_r) = \vec{r}_2(t_r)\,.$$

Il convient donc de décrire la position des cages 1 et 2 et celle du cascadeur à chaque instant.

Appelons $\vec{v}_0$ la vitesse, ascendante, de la seconde cage d'ascenseur.



Avec le repère choisi, la position initiale de la première cage est donnée par

$$\vec{r}_{01} = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}$$

et celle de la seconde par

$$\vec{r}_{02} = \begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix} .$$

Les mouvements du cascadeur avant et après le saut sont différents. En appelant t_s l'instant du saut, on peut distinguer la situation...

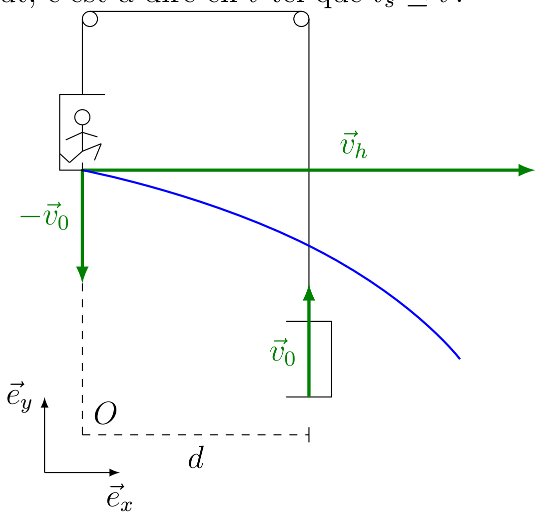
- ...avant le saut, c'est-à-dire en t tel que $0 < t \leq t_s$.
  Le cascadeur se trouve dans la cage 1,

  $$\vec{r}_c(t) = \vec{r}_1(t) = -\vec{v}_0\, t + \vec{r}_{01} .$$

  Selon $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$,

  $$x_c(t) = 0 \quad \text{et} \quad y_c(t) = -v_0 t + h .$$

- ...de celle après le saut, c'est-à-dire en t tel que $t_s \leq t$.



  Le cascadeur est en MUA, sa chute libre commençant à l'instant t_s telle que

$$\begin{aligned} \vec{a}_c(t) &= \vec{g} \\ \vec{v}_c(t) &= \vec{g} \cdot (t - t_s) + \vec{v}_c(t_s) \\ \vec{r}_c(t) &= \frac{1}{2}\vec{g} \cdot (t - t_s)^2 + \vec{v}_c(t_s) \cdot (t - t_s) + \vec{r}_c(t_s) . \end{aligned}$$

avec les conditions initiales (fin du MRU avec la cage 1)

$$\vec{r}_c(t_s) = -\vec{v}_0\, t_s + \vec{r}_{01} \quad \text{et} \quad \vec{v}_c(t_s) = -\vec{v}_0 + \vec{v}_h\,.$$

Selon $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$,

$$x_c(t) = v_h(t-t_s) \;\text{ et }\; y_c(t) = -\frac{1}{2}g(t-t_s)^2 - v_0(t-t_s) - v_0 t_s + h = -\frac{1}{2}g(t-t_s)^2 - v_0 t + h\,.$$

La cage de droite est en MRU et son mouvement est donné par

$$\vec{r}_2(t) = \vec{v}_0\, t + \vec{r}_{02}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$,

$$x_2(t) = d \quad \text{et} \quad y_2(t) = v_0 t\,.$$

On applique alors le critère (vectoriel) pour la rencontre des deux objets :

$$\exists\, t_r,\; \vec{r}_c(t_r) = \vec{r}_2(t_r)\,.$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$\begin{aligned} x_c(t_r) &= x_2(t_r) \\ v_h(t_r - t_s) &= d\,. \end{aligned}$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$\begin{aligned} y_c(t_r) &= y_2(t_r) \\ -\frac{1}{2}g(t_r - t_s)^2 - v_0 t_r + h &= v_0 t_r\,. \end{aligned}$$

Il faut déterminer t_s pour que la rencontre ait lieu (c'est-à-dire pour que l'instant t_r existe). On cherche donc à résoudre le système

$$\begin{cases} v_h(t_r - t_s) = d \\ -\frac{1}{2}g(t_r - t_s)^2 - v_0 t_r + h = v_0 t_r \end{cases}$$

en t_s et t_r .
En utilisant la première équation sous la forme

$$t_r - t_s = \frac{d}{v_h}$$

dans la seconde, il vient

$$-\frac{1}{2}g\frac{d^2}{v_h^2} + h = 2v_0 t_r \quad \Rightarrow \quad t_r = \frac{1}{2v_0}\left(h - \frac{gd^2}{2v_h^2}\right)\,.$$

On en déduit l'instant du saut :

$$t_s = t_r - \frac{d}{v_h} = \frac{1}{2v_0}\left(h - \frac{gd^2}{2v_h^2}\right) - \frac{d}{v_h}\,.$$