Physique
Semestre de printemps 2025

Roger Sauser
Raphaël Butté
Guido Burmeister

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15842

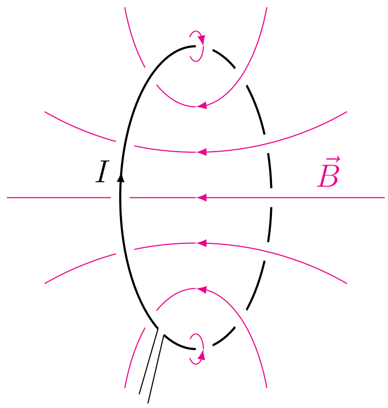
Corrigé 14

Exercice 1

Une spire étant formé d'un fil, on peut adapter la situation du fil rectiligne à celle d'un fil courbé.

Considérons la spire comme formée de petits bouts de fils traversés par le courant. Le champ magnétique est la superposition des champs dus à chacun de ces petits bouts. Son sens est déterminé en appliquant la règle du tire-bouchon.

Dans la spire, tous les champs individuels sont de même sens : selon la règle du tire-bouchon, pour le cas où la partie gauche de la spire est en avant, les lignes de champ traversent la spire de la droite vers la gauche (voir esquisse en page suivante).

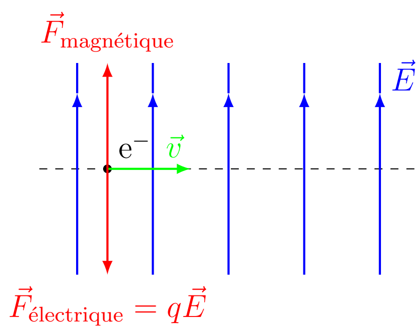


Hors de la spire, les champs individuels se compensent partiellement. Le champ dû aux bouts de fil les plus proches est dominant.
Selon la règle du tire-bouchon, pour le cas où la partie gauche de la spire est en avant, les lignes de champ se referment hors de la spire, de gauche à droite dans le plan de la spire.

Exercice 2

Comme d'habitude, il convient de faire un dessin et de répertorier les forces s'exerçant sur l'électron ainsi que les caractéristiques de ces dernières.
Nous allons négliger la force de la gravitation.

Supposons que le champ électrique est dirigé vers le haut. La force électrique que ressent l'électron pousse ce dernier vers le bas (un électron est chargé négativement : $q = -e$). La force magnétique doit donc être dirigée vers le haut :

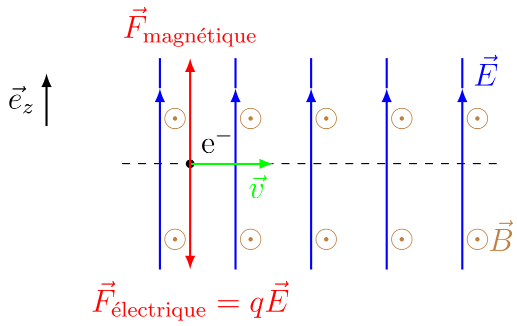


L'électron suit alors une trajectoire rectiligne (mouvement rectiligne uniforme à vitesse constante $\vec{v}$).

La force magnétique (force de Lorentz) que ressent l'électron a pour expression :

$$\vec{F}_{\text{magnétique}} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}\,.$$

Par conséquent, si la vitesse $\vec{v}$ de l'électron est dirigée vers la droite, le champ magnétique $\vec{B}$ doit être perpendiculaire au plan de la feuille et sortant : $\odot\vec{B}$



L'intensité $B = ||\vec{B}||$ du champ magnétique est donnée par la deuxième loi de Newton projetée selon la verticale $\vec{e}_z$:

$$q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{E}{v}\,.$$

Exercice 3

Nous allons considérer la particule et les forces qu'elle subit.

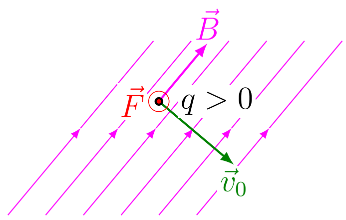
Il est important de choisir un point de vue adéquat pour faire le dessin.

Considérons la particule chargée dans le champ magnétique : la seule force qu'elle subit est la force de Lorentz

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}\,.$$

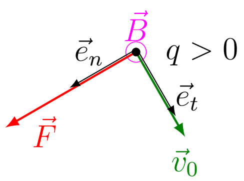
Cette force est toujours normale et à la vitesse et au champ magnétique.

Vue normale au champ $\vec{B}$:



Lorsque la vitesse de la particule est dans ce plan, la force de Lorentz est normale au plan et la particule sort du plan. Ce point de vue n'est donc pas très pratique…

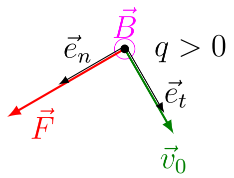
Vue parallèle au champ $\vec{B}$:



La vitesse de la particule, tout comme la force de Lorentz, reste dans ce plan. Le mouvement de la particule a lieu dans ce plan.

Appliquons la deuxième loi de Newton à la particule chargée :

Vue parallèle au champ $\vec{B}$:



Objet : particule

Force : Lorentz

$$q\,\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}\,.$$

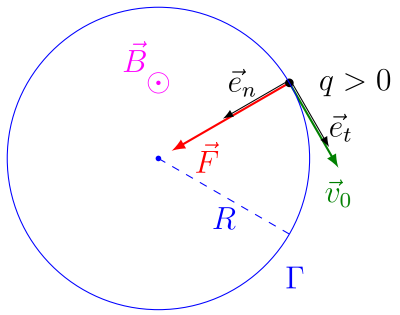
Selon $\vec{e}_t$: $0 = ma_t \quad \Rightarrow \quad v = \text{cte} = v_0$.
La norme de la vitesse de la particule est conservée (mouvement uniforme).

Selon $\vec{e}_n$: $|q|vB = ma_n = m\dfrac{v^2}{R}$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{mv_0}{|q|B} = \text{cte}\,.$$

Le rayon de courbure est donc également constant.

Vue parallèle au champ $\vec{B}$:



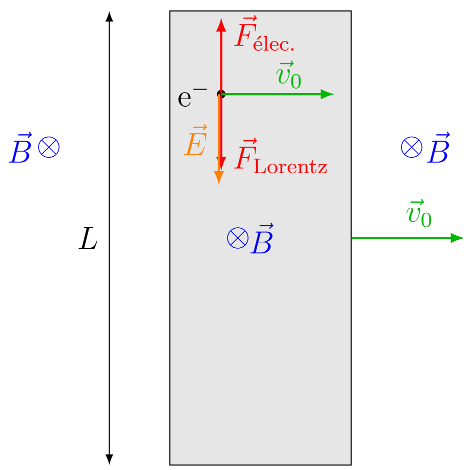
Le mouvement est circulaire et uniforme !

Exercice 4

Nous allons étudier le mouvement d'un électron de conduction du barreau métallique.

Les électrons de conduction du barreau métallique se déplacent avec ce dernier à la vitesse $\vec{v}_0$, subissent la force de Lorentz et migrent vers une extrémité du barreau, créant un champ électrique. Ils ressentent dès lors également une force électrique. La migration prend fin lorsque les forces électrique et de Lorentz se compensent :

Vue de dessus

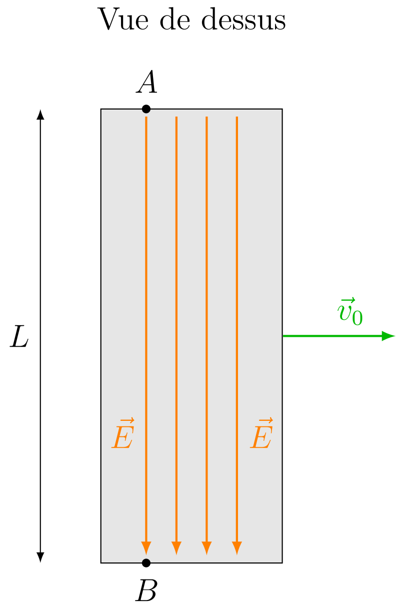


$$\vec{F}_{\text{élec.}} + \vec{F}_{\text{Lorentz}} = q\vec{E} + q\,\vec{v}_0 \wedge \vec{B} = q(\vec{E} + \vec{v}_0 \wedge \vec{B}) = \vec{0}\,.$$

Ainsi, le champ électrique créé est lié au champ magnétique et à la vitesse du barreau par l'expression

$$\vec{E} = -\vec{v}_0 \wedge \vec{B}\,.$$

Selon l'énoncé, la vitesse du barreau et le champ magnétique sont supposés constants. Par conséquent, le champ électrique est uniforme.



La tension U_{AB} entre les extrémités du barreau a donc pour expression :

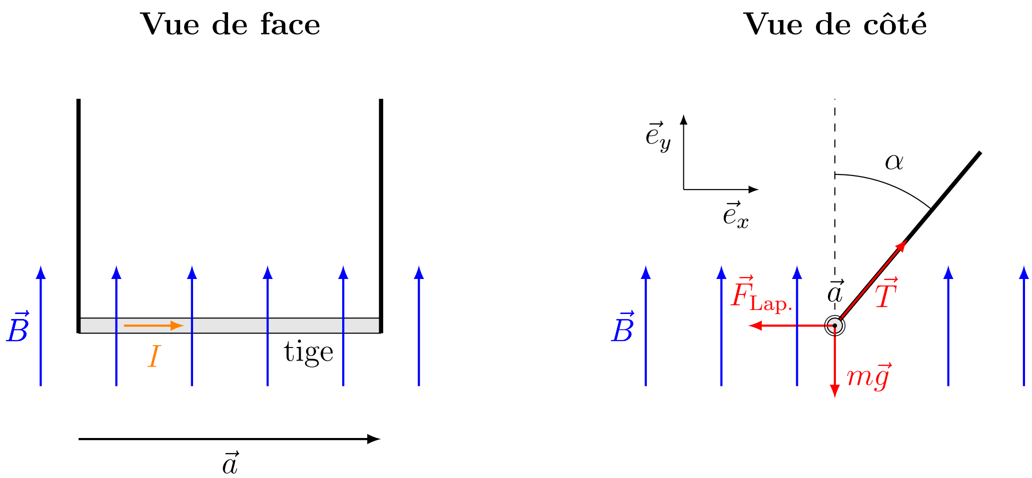
$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = EL = v_0 BL\,,$$

où $v_0 = ||\vec{v}_0||$ et $B = ||\vec{B}||\,.$

Exercice 5

Nous allons commencer par faire un dessin avant de considérer l'équilibre du fil.

A l'équilibre, la situation peut être représentée de la manière suivante :



La tige est soumise à trois forces :

- son poids $m\vec{g}$,
- la tension $\vec{T}$ dans les fils souples,

- la force de Laplace $\vec{F}_{\mathrm{Lap.}}$.

La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$m\vec{g} + \vec{T} + I\vec{a} \wedge \vec{B} = \vec{0}\,.$$

On projette alors cette équation selon $\vec{e}_x$

$$-IaB + T\sin\alpha = 0\,,$$

et selon $\vec{e}_y$

$$T\cos\alpha - mg = 0\,.$$

En faisant le rapport de ces deux dernières relations, il vient

$$\tan\alpha = \frac{IaB}{mg}\,.$$

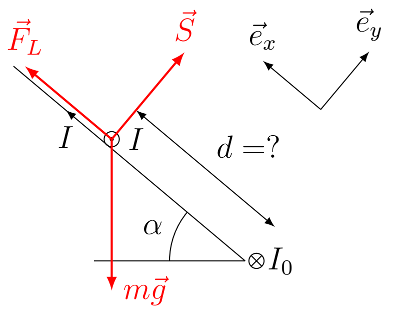
L'angle cherché a donc pour expression

$$\alpha = \arctan\frac{IaB}{mg} \cong \arctan\frac{2\cdot 0.09\cdot 0.01}{0.03\cdot 9.81} = \arctan\left(6.12\cdot 10^{-3}\right) \cong 0.35^\circ\,.$$

Exercice 6

Nous allons considérer la situation d'équilibre de la tige.

La tige, traversée par un courant électrique, se trouve à proximité d'un autre courant et subit donc une force due à ce courant :



Objet : tige

Forces : poids, force de Laplace, soutien

$$m\vec{g} + \vec{F}_L + \vec{S} = \vec{0}\,.$$

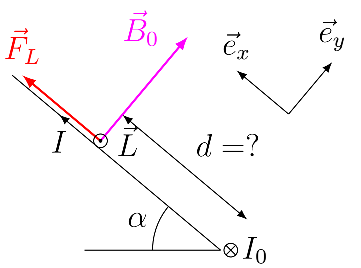
Selon $\vec{e}_x$:

$$-mg\sin\alpha + F_L = 0\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$-mg\cos\alpha + S = 0\,.$$

Déterminons la norme de la force de Laplace :



La tige se trouve dans le champ magnétique $\vec{B}_0$ du courant I_0 :

$$\vec{F}_L = I\,\vec{L}\times\vec{B}_0\,,$$

où $\vec{L}$ donne la longueur et le sens du courant dans la tige.

Selon la règle du tire-bouchon, le champ $\vec{B}_0$ à l'endroit où se trouve la tige est normal aux rails. Sa norme vaut

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi d}\,.$$

Les vecteurs $\vec{L}$ et $\vec{B}_0$ étant orthogonaux,

$$F_L = ||\vec{F}_L|| = ILB_0\,.$$

Ainsi,

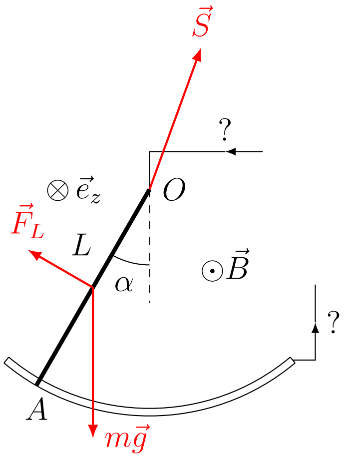
$$-mg\sin\alpha + F_L = -mg\sin\alpha + IL\frac{\mu_0 I_0}{2\pi d} = 0\,,$$

de sorte que la distance d a finalement pour expression

$$d = \frac{\mu_0 I_0 I L}{2\pi mg \sin\alpha}\,.$$

Exercice 7

La tige, traversée par un courant électrique, se trouve dans un champ magnétique : elle subit donc une force magnétique. Nous allons considérer la situation d'équilibre de cette tige :



Objet : tige

Forces : poids, force de Laplace, soutien

$$m\vec{g} + \vec{F}_L + \vec{S} = \vec{0}\,.$$

Remarque : on ne connaît ni le courant I, ni le soutien (direction et norme). Cette équation est insuffisante.

L'équilibre pour la rotation autour de O fournit par ailleurs :

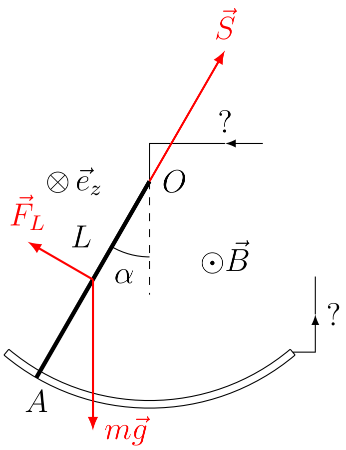
$$\vec{M}_O = \underbrace{\vec{M}_O(m\vec{g})}_{\odot} + \underbrace{\vec{M}_O(\vec{F}_L)}_{\otimes} + \underbrace{\vec{M}_O(\vec{S})}_{=\vec{0}} = \vec{0}\,.$$

Selon $\vec{e}_z$, cette équation devient

$$-\frac{L}{2}\sin\alpha\, mg + \frac{L}{2}F_L = 0 \quad\Leftrightarrow\quad -\sin\alpha\, mg + ILB = 0$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{\sin\alpha\, mg}{LB} = \frac{\sin 2^\circ \cdot 10^{-2}\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{ms}^{-2}}{10^{-1}\,\mathrm{m}\cdot 0.4\,\mathrm{T}} = 0.0856\,\mathrm{A}\,.$$

Remarque : la tige étant en équilibre par rapport à tout point, le moment du soutien par rapport au centre de masse est nul, les moments de $m\vec{g}$ et de $\vec{F}_L$ étant nuls tous les deux. Par conséquent, $\vec{S}$ est parallèle à la tige :



La deuxième loi de Newton donne alors

- selon $\vec{e}_\perp$ normal à la tige, $S_\perp = 0$ et

$$F_L = mg\sin\alpha \quad\Rightarrow\quad I = \frac{\sin\alpha\, mg}{LB}\,,$$

- selon $\vec{e}_\parallel$ parallèle à la tige,

$$S_\parallel = S = mg\cos\alpha\,.$$

Exercice 8

Nous allons considérer l'objet "électron" et étudier séparément les différents étapes du parcours de cet objet.

(a) Nous commençons par appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre la cathode (où l'électron a une vitesse quasiment nulle) et la sortie de l'anode (l'électron a alors une vitesse de norme $v_0 = ||\vec{v}_0||$). Si l'on néglige la force de gravitation, seule la force électrique intervient et le travail des forces extérieures entre la cathode et la sortie de l'anode s'écrit

$$W_{\mathrm{c}\to\mathrm{a}}(\vec{F}^{\mathrm{ext}}) = W_{\mathrm{c}\to\mathrm{a}}(\vec{F}_{\mathrm{élec.}}) = (-e)(-U_{\mathrm{acc.}}) = e\,U_{\mathrm{acc.}}\,,$$

où $U_{\mathrm{acc.}} > 0$ est la tension d'accélération cherchée.

Ainsi, nous obtenons

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = e\,U_{\mathrm{acc}}\,,$$

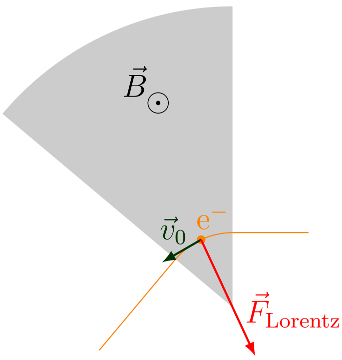
et

$$U_{\mathrm{acc.}} = \frac{mv_0^2}{2e}\,.$$

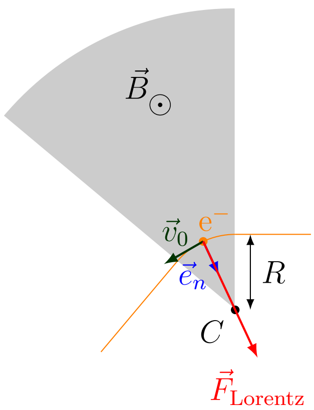
(b) Si l'on néglige la gravitation, les électrons ne sont déviés que par la force de Lorentz

$$\vec{F} = -e\,\vec{v}\wedge\vec{B}\,.$$

Pour obtenir la trajectoire représentée sur la figure, le champ magnétique $\vec{B}$ doit pointer hors du plan ($\odot\vec{B}$), de manière à ce que la force de Lorentz soit dirigée vers l'intérieur du virage :



(c) Dans la région où règne un champ magnétique $\vec{B}$, la trajectoire de l'électron est un cercle de rayon R centré au point C :



Selon la deuxième loi de Newton,

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = -e\,\vec{v} \wedge \vec{B} = m\,\vec{a}\,.$$

La force de Lorentz étant normale à la trajectoire, l'accélération tangentielle est nulle et la projection de l'équation vectorielle ci-dessus selon un repère $\vec{e}_n$ dirigé vers le centre C de la trajectoire fournit

$$e\,vB = ma_n = m\frac{v_0^2}{R}\,.$$

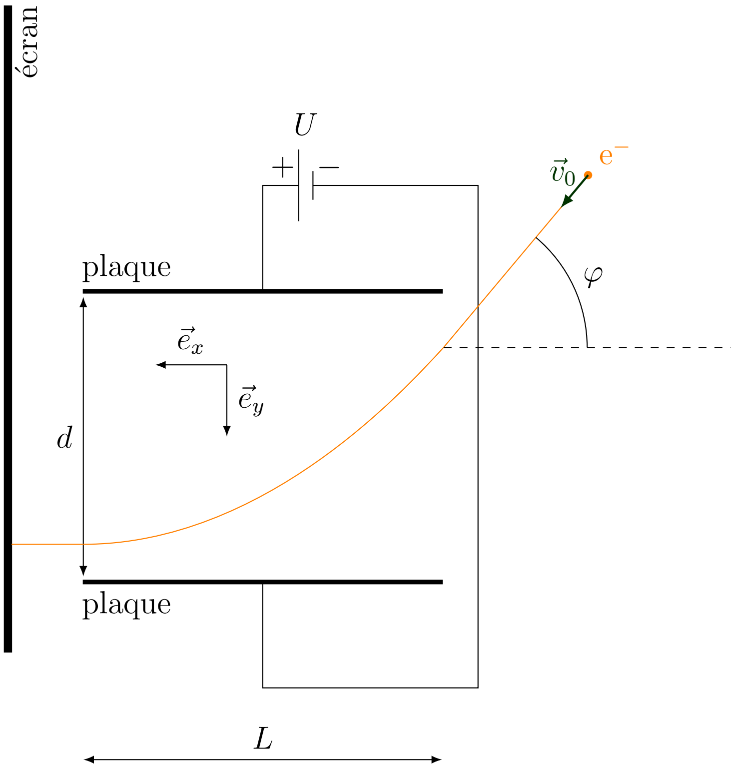
Le rayon de courbure a donc pour expression

$$R = \frac{mv_0}{eB}\,.$$

(d) Entre les plaques de déflexion, le champ est uniforme et la tension est donnée par

$$U = Ed\,.$$

L'électron entre dans le champ électrique avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle φ avec l'horizontale :



En négligeant la gravitation, la seule force s'exerçant sur l'électron est la force électrique. Selon la deuxième loi de Newton,

$$\vec{F}_{\text{élec.}} = -e\vec{E} = m\vec{a}\,.$$

En projetant cette relation vectorielle sur le vecteur horizontal $\vec{e}_x$, il vient

$$0 = ma_x \quad \Rightarrow \quad v_x(t) = \text{constante} = v_0 \cos\varphi \quad \Rightarrow \quad x(t) = v_0 \cos\varphi\, t\,.$$

En particulier, le temps de séjour t_s de l'électron entre les plaques est donné par

$$L = v_0 \cos\varphi\, t_s \quad \Rightarrow \quad t_s = \frac{L}{v_0 \cos\varphi}\,.$$

En projetant la deuxième loi de Newton sur le vecteur vertical $\vec{e}_y$, on obtient

$$-eE = ma_y \quad \Rightarrow \quad v_y(t) = v_0 \sin\varphi - \frac{eE}{m} t\,.$$

A la sortie des plaques, la vitesse verticale de l'électron doit être nulle. Autrement dit,

$$v_y(t_s) = 0 = v_0 \sin\varphi - \frac{eE}{m} t_s\,.$$

Le champ électrique a donc pour expression

$$E = \frac{mv_0 \sin\varphi}{e\, t_s} = \frac{mv_0^2 \cos\varphi \sin\varphi}{e\, L}\,.$$

Finalement, la tension entre les plaques est donnée par

$$U = Ed = \frac{mv_0^2 d \cos\varphi \sin\varphi}{e\, L}\,.$$