Physique
Semestre de printemps 2025

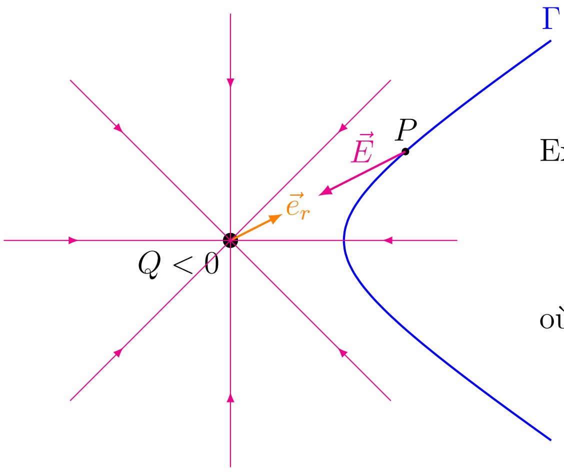
Roger Sauser
Raphaël Butté
Guido Burmeister

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15842

Corrigé 13

Exercice 1

(a) Nous savons que le champ électrique produit par la charge ponctuelle Q est radial et dirigé vers $Q < 0$:

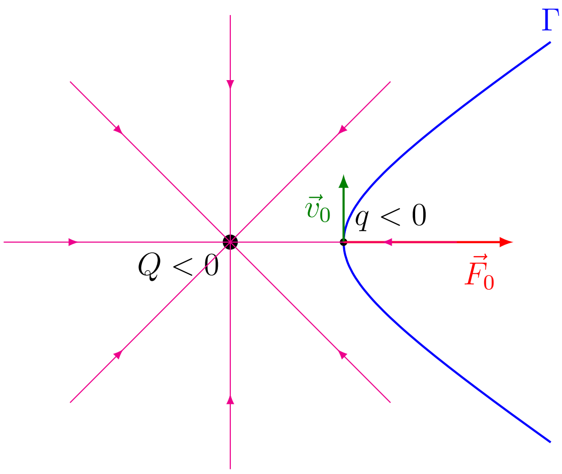


Expression de $\vec{E}$ au point P :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r \, ,$$

où r est la distance de la charge au point P.

(b) Intéressons-nous à la trajectoire de l'électron au voisinage de la charge :

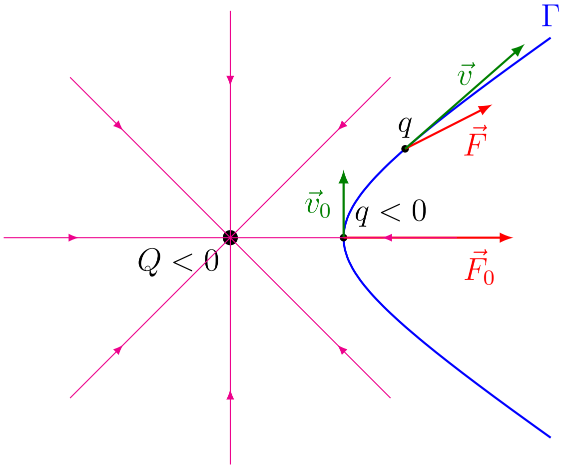


Au plus près de la charge, la vitesse de l'électron est normale au rayon vecteur :

$$\vec{v_0} \perp \vec{r_0} \, .$$

L'électron étant négatif, il est repoussé par la charge Q. Comme effet de la force de Coulomb, la vitesse tend à s'aligner sur le champ électrique (on peut montrer que la trajectoire est une hyperbole).

Il est possible d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre le point au plus près de Q et un point atteint ultérieurement :



Pour le point initial à la distance r_0 de Q et un autre point à la distance r , le théorème de l'énergie cinétique s'écrit

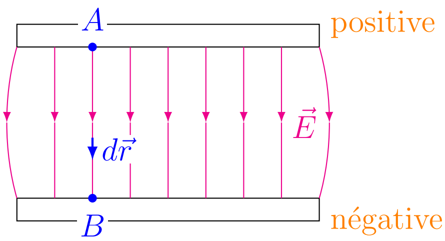
$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 &= qU_{r_0r} \\ &= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + \frac{qQ}{2m\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right) > v_0^2$$

La vitesse de l'électron augmente donc au fur et à mesure qu'il s'éloigne de Q.

Exercice 2

Pour rappel, le potentiel électrique est un champ scalaire : à tout point de l'espace est associé une valeur du potentiel électrique.
Nous allons considérer un condensateur plan. L'approche est identique pour toute autre géométrie.



Les lignes du champ électrique $\vec{E}$ vont de l'armature positive vers l'armature négative.

Tous les points sur une même armature sont au même potentiel (une armature représente un seul et même conducteur). Prenons A sur l'armature positive et B sur l'armature négative, sur la même ligne de champ que A.

La tension entre A et B , donc également la différence de potentiel entre A et B , s'écrit

$$U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} > 0\,.$$

Comme le champ $\vec{E}$ et le déplacement $d\vec{r}$ sont de même sens, l'intégrale prend une valeur positive. Autrement dit, en “descendant” le champ, le potentiel diminue. Ainsi, $\Phi_A > \Phi_B$ et c'est l'armature positive qui se trouve au potentiel le plus élevé.

Exercice 3

Il convient de considérer les propriétés du champ électrique dans et au voisinage d'un conducteur en électrostatique.

(a) Faux.
La surface d'un conducteur est une équipotentielle et plus la courbure est forte, plus le champ électrique est intense et la densité superficielle de charge importante.

(b) Vrai.
Sinon les charges libres (électrons de conduction) subiraient une force et seraient accélérées.

(c) Faux.
La surface d'un conducteur est une équipotentielle et plus la courbure est forte, plus le champ électrique est intense (effet de pointe).

(d) Vrai.
La surface d'un conducteur est une équipotentielle : les lignes de champ (à l'extérieur) lui sont perpendiculaires.

(e) Faux.
Sinon le champ aurait plus d'une direction à l'endroit du croisement.

(f) Vrai.
La surface d'un conducteur est une équipotentielle.

(g) Vrai.
La surface d'un conducteur est une équipotentielle : la tension entre deux de ses points est nulle.

Exercice 4

On procède en deux étapes : on détermine tout d'abord la vitesse à l'entrée du condensateur avant de s'intéresser à l'angle de déflexion. Il est clair que plus la norme de la vitesse $\vec{v}_0$ des électrons à l'entrée du condensateur est grande, plus l'angle de déflexion φ sera faible.
Comme la force de gravitation agissant sur un électron est très petite en regard de la force électrique, nous allons la négliger.

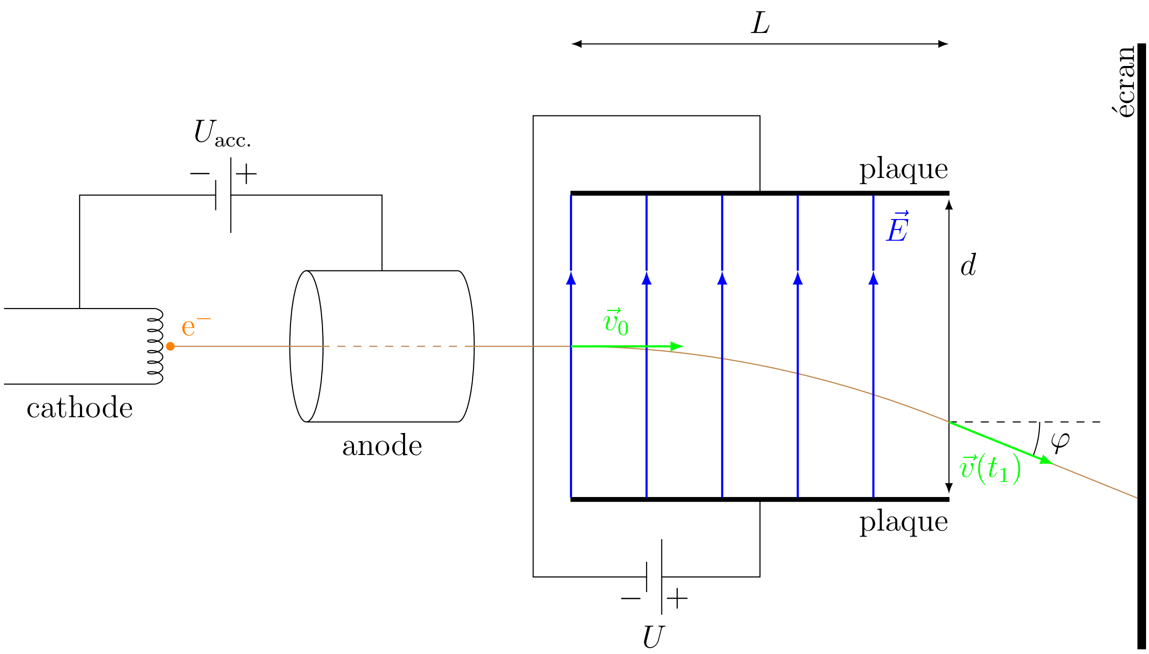
Phase d'accélération entre la cathode et l'anode

L'anode est une électrode positive attirant les anions (particules négatives). De la cathode à l'anode, les électrons suivent un chemin entre les extrémités duquel la tension est négative et vaut $-U_{\text{acc.}}$. Le théorème de l'énergie cinétique permet ainsi d'écrire :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - 0 = (-e)(-U_{\text{acc.}}) = e\,U_{\text{acc.}}$$

$$\Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{2\,e\,U_{\text{acc.}}}{m}}\,.$$

Les électrons arrivent donc avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$ à l'entrée du condensateur.
Phase de déflexion entre les deux plaques du condensateur



Le champ électrique régnant entre les plaques est uniforme. Il est vertical, dirigé vers le haut (de la plaque positive à la plaque négative) et son intensité vaut

$$E = \frac{U}{d} = \mathrm{C^{ste}}\,.$$

La force que subit un électron est $\vec{F} = (-e)\vec{E}$. Cette force est donc verticale et dirigée vers le bas et ne va pas modifier la vitesse horizontale. La deuxième loi de Newton permet alors d'écrire

$$\vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}\,.$$

L'accélération d'un électron est constante et sa vitesse a donc pour expression

$$\vec{v}(t) = \vec{a}\,t + \vec{v}_0\,.$$

L'origine du temps a été placée à l'instant où l'électron entre dans le condensateur. La composante v_x de la vitesse de ce dernier ne varie pas et est égale à v_0. Pour connaître la vitesse selon $\vec{e}_y$, il est nécessaire de déterminer le temps mis par la particule pour traverser le condensateur de longueur L, c'est-à-dire le temps durant lequel la force électrique due à la présence des plaques va défléchir la trajectoire du faisceau électronique en modifiant la composante v_y. Ce temps est donné par

$$t_1 = \frac{L}{v_0}\,,$$

de sorte que la vitesse de l'électron à la sortie du condensateur vaut

$$\vec{v}(t_1) \equiv \begin{pmatrix} v_x(t_1) \\ v_y(t_1) \end{pmatrix} = \vec{a}\,t_1 + \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ a\,t_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

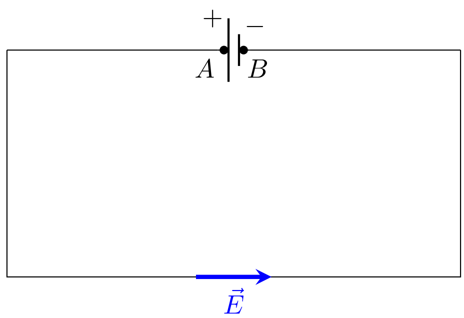
L'angle de déflexion est finalement donné par sa tangente :

$$\tan\varphi = \frac{v_y(t_1)}{v_x(t_1)} = \frac{a\,t_1}{v_0} = \frac{L}{2\,U_{\mathrm{acc.}}\,d}\,U\,.$$

Exercice 5

Nous allons exploiter ce que nous savons de la force électrique, de la tension entre deux points et du courant circulant dans un conducteur.

(a)



$$U_{AB} + U_{BA} = 0\,\mathrm{V}.$$

La tension aux bornes de la pile est donnée par

$$U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B = 20 - (-7) = 27\,\mathrm{V}.$$

Cette tension peut également s'écrire

$$U_{AB} = \int_{\text{fil}} \vec{E} \cdot \vec{dr} = EL\,,$$

où $E = ||\vec{E}||$ est l'intensité du champ électrique produit par la pile dans le fil et L est la longueur du fil.

La force électrique que subit un électron mobile du fil est

$$\vec{F} = -e\vec{E}\,,$$

et son intensité a ainsi pour expression

$$F = ||\vec{F}|| = e\frac{U_{AB}}{L} = 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{27}{500} \cong 8.65 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{N}\,.$$

(b) Par définition, le courant électrique I est la quantité de charges traversant la surface

d'un conducteur par unité de temps :

$$I = \frac{dq}{dt}\,.$$

Dans cet exercice, nous supposons que 10^{16} électrons passent à travers une section du fil chaque heure. Ceci correspond donc à un courant

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{10^{16}e}{1\,\mathrm{h}} \cong 4.45 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{A}\,.$$

(c) Le travail que la force électrique effectue sur un électron de B à A vaut

$$W_1 = -eU_{BA} \cong 4.33 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}\,.$$

Pendant un intervalle de temps d'une journée $N = 24 \cdot 10^{16}$ électrons vont passer. Le travail total effectué par la pile est donc

$$W_N = NW_1 \cong 1.04\,\mathrm{J}\,.$$

Remarque

Comme la puissance électrique est $P = UI$, l'énergie électrique fournie pendant 24 heures s'écrit

$$W = UI\,24\,\mathrm{h} \cong 1.04\,\mathrm{J}\,.$$