Physique
Semestre de printemps 2025

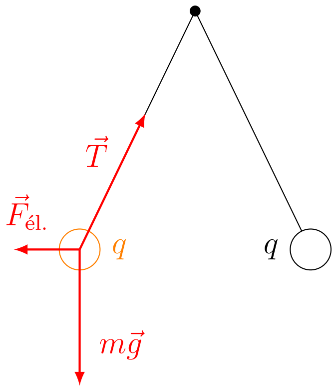
Roger Sauser
Raphaël Butté
Guido Burmeister
https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15842

Corrigé 12

Exercice 1

Nous allons étudier la situation où les deux masses sont à l'équilibre. Il convient donc de faire un dessin, choisir un objet, inventorier les forces extérieures s'exerçant sur cet objet, avant d'écrire la deuxième loi de Newton dans le cas d'une situation statique.

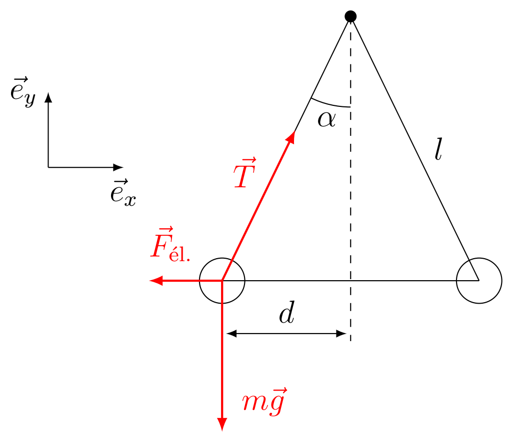
Nous allons nous intéresser à la masse de gauche (objet considéré).



En supposant que la force de gravitation due à la masse de droite est négligeable, les forces s'exerçant sur la masse de gauche sont le poids $m\vec{g}$, la force électrique répulsive $\vec{F}_{\text{él.}}$ due à la présence de l'autre masse et la traction $\vec{T}$ dans le fil.
La deuxième loi de Newton s'écrit

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{él.}} + \vec{T} = \vec{0}\,.$$

Nous allons choisir un repère et projeter cette relation vectorielle en supposant que le rayon des sphères est négligeable vis-à-vis de la longueur l des fils.



- selon $\vec{e}_x$:

$$T\sin\alpha - F_{\text{él.}} = T\sin\alpha - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0(2d)^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad T\sin\alpha = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 d^2}\,;$$

- selon $\vec{e}_y$:

$$T\cos\alpha - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad T\cos\alpha = mg\,.$$

Nous avons obtenu le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} T \sin \alpha & = & \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 d^2} \\ T \cos \alpha & = & mg\,. \end{array} \right.$$

En éliminant la tension T (en faisant par exemple le rapport de ces deux relations), il vient

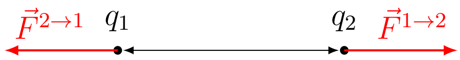
$$d^2 \tan \alpha = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 mg}\,,$$

Finalement, la relation géométrique $d = l \sin \alpha$ permet d'écrire

$$\sin^2\alpha \tan \alpha = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 mg}\,.$$

Exercice 2

Nous allons exploiter le lien entre la force exercée par une charge Q sur une autre charge q et le champ électrique produit par la charge Q à l'endroit où se trouve q.
La charge $q_1 = 4\,\mu$C est séparée de la charge $q_2 = 6\,\mu$C par une certaine distance. Comme les deux charges sont de même signe, elles se repoussent. Plus précisément, la charge q_2 exerce une force électrique répulsive $\vec{F}^{2\to 1}$ sur la charge q_1. Par la troisième loi de Newton ("action=réaction"), la charge q_1 exerce une force $\vec{F}^{1\to 2} = -\vec{F}^{2\to 1}$ sur la charge q_2 :



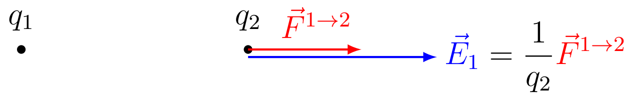
Selon l'énoncé, les forces $\vec{F}^{1\to 2}$ et $\vec{F}^{2\to 1}$ ont une intensité de 0.4 N :

$$||\vec{F}^{1\to 2}|| = ||\vec{F}^{2\to 1}|| = F = 0.4\,\mathrm{N}\,.$$

(a) L'intensité du champ électrique de la première charge q_1 à l'endroit où se trouve la seconde charge est donc

$$E_1 = ||\vec{E}_1|| = \frac{F}{q_2} = \frac{0.4}{6 \cdot 10^{-6}} \cong 6.67 \cdot 10^4\,\mathrm{V\,m^{-1}}.$$

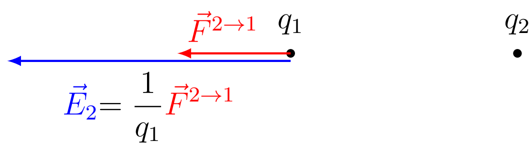
Le champ électrique $\vec{E}_1$ est parallèle à la force $\vec{F}^{1\to 2}$ (et de même sens) :



(b) De même, l'intensité du champ électrique de la seconde charge q_2 à l'endroit où se trouve la première charge q_1 est donnée par

$$E_2 = ||\vec{E}_2|| = \frac{F}{q_1} = \frac{0.4}{4 \cdot 10^{-6}} = 10^5\,\mathrm{V\,m^{-1}}.$$

Le champ électrique $\vec{E}_2$ est parallèle à la force $\vec{F}^{2\to 1}$ (et de même sens) :



Exercice 3

Il convient de se remémorer les notions de force conservative, d'énergie potentielle et de potentiel (par exemple en faisant l'analogie avec la force de gravitation).
Tout comme la force gravitationnelle, la force électrique est une force conservative en électrostatique. Ainsi, le travail de la force électrique sur une particule de charge q, entre deux points A et B, s'écrit

$$W_{A\to B}(\vec{F}_{\text{él.}}) = q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = E_{\text{pot}}(A) - E_{\text{pot}}(B) = qU_{AB}\,,$$

où la tension électrique U_{AB} ne dépend que des points A et B (et non pas du chemin suivi par la particule). On introduit alors la notion de potentiel électrique :

$$U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B\,,$$

telle que

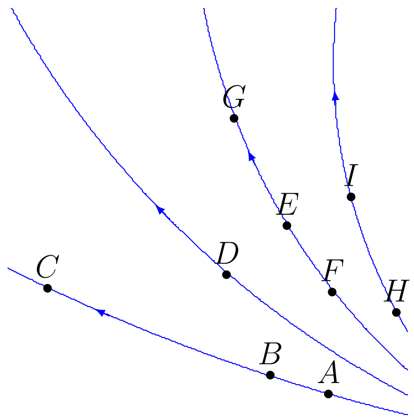
$$W_{A\to B}(\vec{F}_{\text{él.}}) = E_{\text{pot}}(A) - E_{\text{pot}}(B) = q\,\Phi_A - q\,\Phi_B\,.$$

Les potentiels aux points A et B, Φ_A et Φ_B, sont définis à une constante arbitraire près, mais la tension $U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B$ ne dépend pas du choix de cette constante.
La seule connaissance de la tension U_{AB} entre deux points A et B ne permet donc pas de connaître les potentiels Φ_A et Φ_B.

Exercice 4

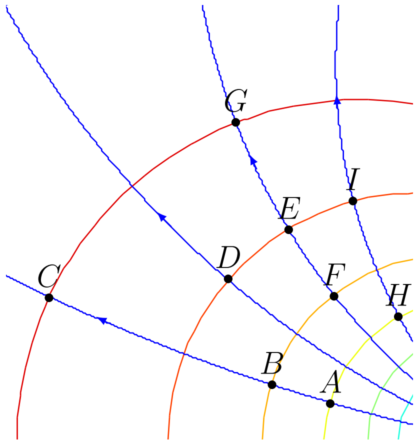
Nous allons exploiter la définition de la tension entre deux points, ainsi que celle du potentiel en un point.

Tout d'abord, il est possible d'indiquer **le sens** du champ électrique :



La tension entre A et B étant positive, en allant de A à B, on "descend" le champ électrique $\vec{E}$.

Esquissons maintenant **les équipotentielles** passant par les points donnés :



Les points A et H se trouvent sur une même équipotentielle (normale aux lignes de champ). De même pour

- B et F ,
- D , E et I ,
- C et G .

La différence de potentiel entre B et D est environ $U_{BD} = 2\,\mathrm{V}$. Donc par rapport à D ,

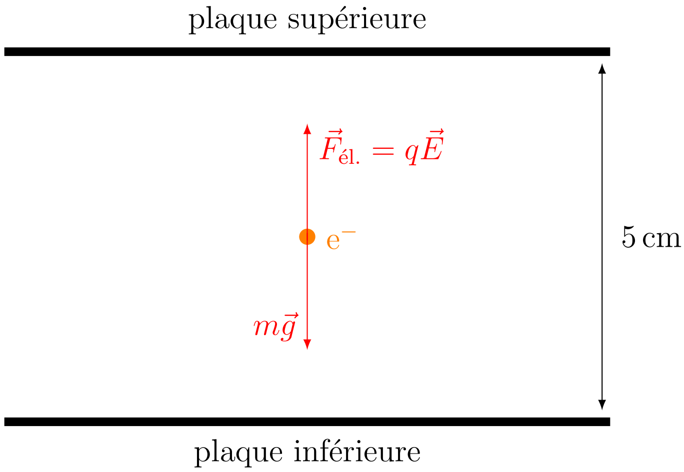
$$\Phi_A = 4\,\mathrm{V},\ \Phi_B = 2\,\mathrm{V},\ \Phi_D = 0\,\mathrm{V},\ \Phi_C = -2\,\mathrm{V}.$$

Exercice 5

Nous allons appliquer la deuxième loi de Newton à l'électron en tenant compte de l'expression de la force électrique.

(a) A l'intérieur d'un condensateur plan, le champ électrique peut être supposé uniforme ($\vec{E} = \overrightarrow{\text{constante}}$) et de direction perpendiculaire aux plaques. Ainsi, si les plaques sont horizontales, une particule de charge q va subir une force verticale constante $\vec{F}_{\text{él.}} = q\vec{E}$.

Un électron de masse m et de charge q (objet choisi) à l'équilibre entre les deux plaques va donc subir deux forces :



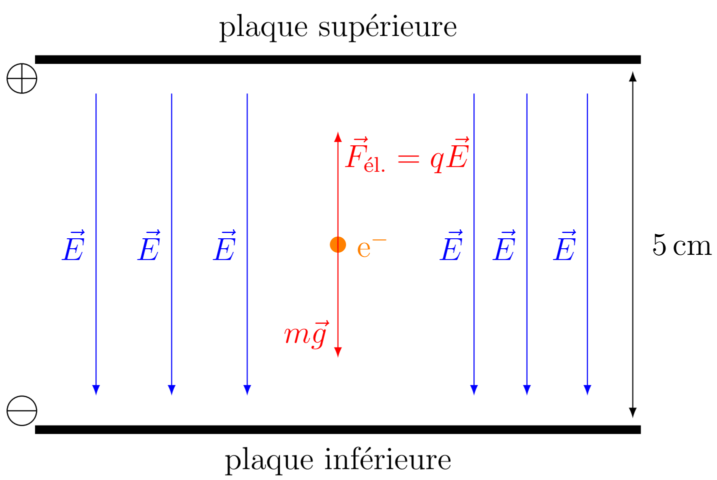
La deuxième équation de Newton s'écrit alors

$$m\vec{g} + q\vec{E} = \vec{0}\,,$$

avec $q = -e$. Par conséquent,

$$\vec{E} = \frac{m}{e}\vec{g}\,.$$

Le champ électrique $\vec{E}$ est donc de même sens que le champ de gravitation $\vec{g}$, et la plaque supérieure est chargée positivement, la plaque inférieure étant chargée négativement :



La tension entre les deux plaques est donnée par

$$U = ||\vec{E}||d\,,$$

où $d = 5\,\text{cm}$ est la distance entre les plaques. Ainsi, En utilisant l'expression du champ électrique obtenue à l'étape précédente, il vient

$$U = \frac{mgd}{e} \cong 2.79 \cdot 10^{-12}\,\text{V}.$$

où nous avons utilisé $g = 9.81\,\text{m/s}^2$, $m = 9.11 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$ et $q = 1.602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$.

Remarque

Il suffit donc d'une très faible tension pour compenser le poids d'un électron et nous pourrons négliger le poids des électrons dans la plupart des calculs.

(b) Une tension de 6 V est bien supérieure à la tension nécessaire pour compenser le poids de l'électron. Nous allons donc ne considérer que la force électrique. La deuxième équation de Newton s'écrit alors

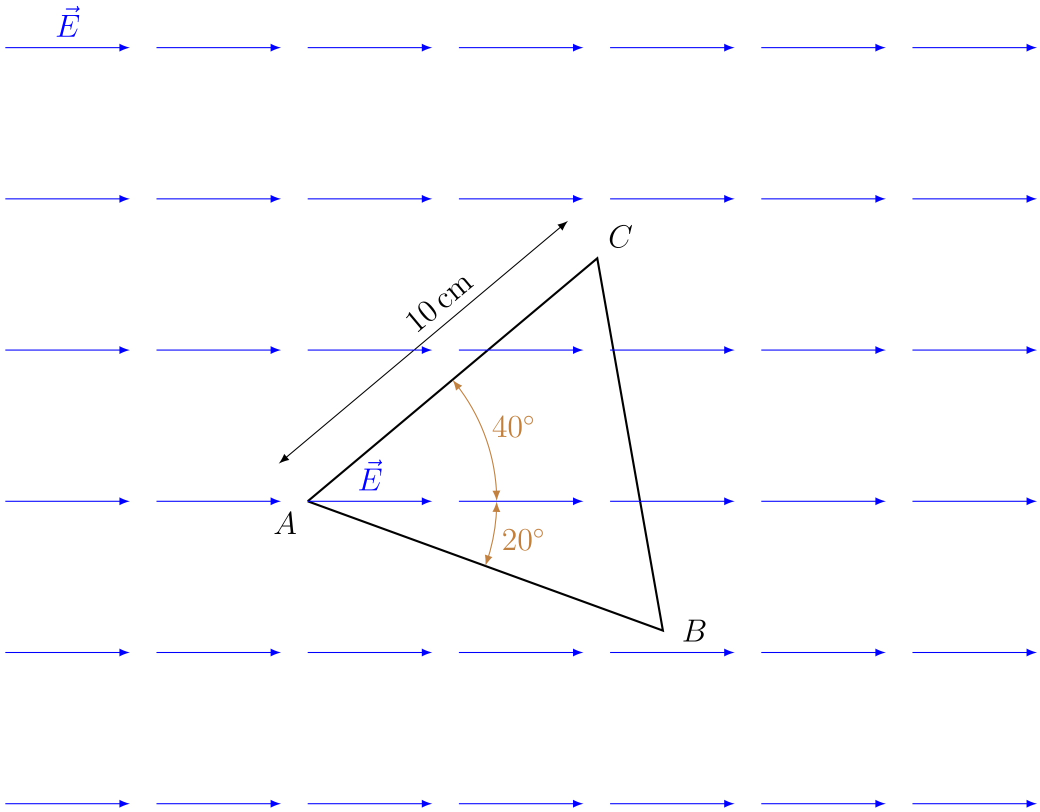
$$-e\vec{E} = m\vec{a}\,.$$

En projetant selon un repère vertical dirigé dans le sens opposé au champ électrique $\vec{E}$ et en utilisant la relation $U = ||\vec{E}||\,d$ entre la tension et le champ électrique, il vient

$$a = \frac{e||\vec{E}||}{m} = \frac{eU}{md} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 6}{9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 0.05} \cong 2.11 \cdot 10^{13}\,\text{m}\,\text{s}^{-2}.$$

Exercice 6

Il convient, comme d'habitude, de commencer par faire un dessin. Ensuite, nous allons exploiter la définition de la tension.



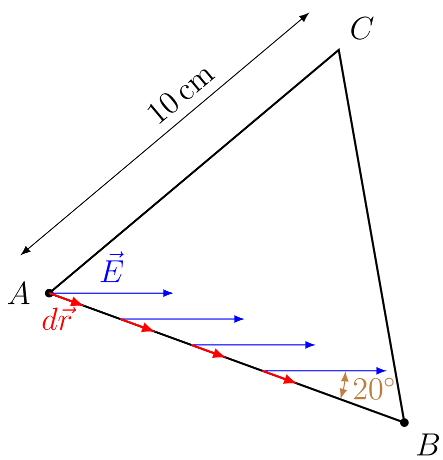
Par définition, la tension U_{AB} entre un point A et un point B est donnée par

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}.$$

On cherche à déterminer la tension entre le point A et le point B :

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}.$$

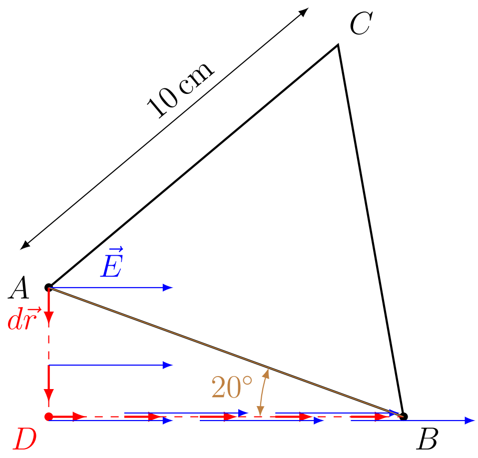
Lorsque l'on se déplace de A à B en suivant le côté AB du triangle, le vecteur $\vec{E}$ est constant, de même que le vecteur $d\vec{r}$:



Ainsi, la tension s'écrit

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^B ||\vec{E}|| \cos(20°)\, dr = ||\vec{E}|| \cos(20°) \int_A^B dr \\ &= ||\vec{E}|| \cos(20°)\, ||\overrightarrow{AB}|| = 15 \cdot \cos(20°) \cdot 0.1 \cong 1.41\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

Remarque :
On aboutit à la même conclusion en considérant n'importe quel chemin entre les points A et B. On peut par exemple choisir le chemin ADB suivant :



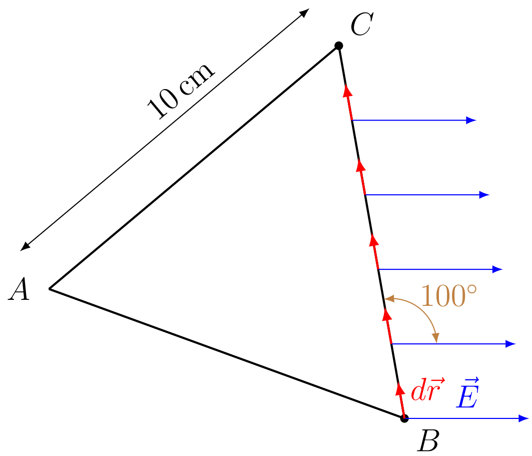
La tension est alors donnée par

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_A^D \vec{E}\cdot d\vec{r} + \int_D^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0 + \int_D^B ||\vec{E}||\, dr = ||\vec{E}|| \int_D^B dr \\ &= ||\vec{E}||\, ||\overrightarrow{AB}|| \cos(20°) = 15\cdot 0.1 \cdot \cos(20°) \cong 1.41\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

Sur le chemin AD, la tension est nulle car le vecteur $\vec{E}$ est perpendiculaire au vecteur $d\vec{r}$. On cherche maintenant à déterminer la tension entre le point B et le point C :

$$U_{BC} = \int_B^C \vec{E}\cdot d\vec{r}.$$

Lorsque l'on se déplace de B à C en suivant le côté BC du triangle, le vecteur $\vec{E}$ est constant, de même que le vecteur $d\vec{r}$:



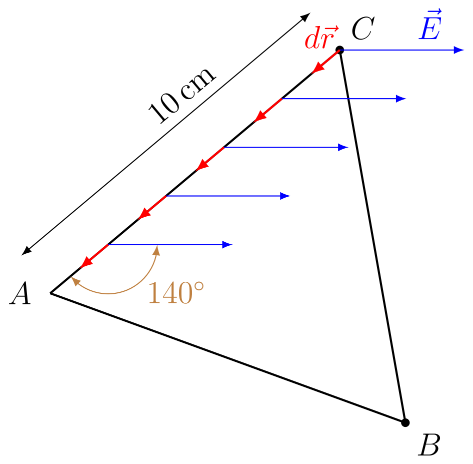
Ainsi, la tension s'écrit

$$\begin{aligned} U_{BC} &= \int_B^C \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_B^C ||\vec{E}|| \cos(100°)\, dr = ||\vec{E}|| \cos(100°) \int_B^C dr \\ &= ||\vec{E}|| \cos(100°)\, ||\overrightarrow{BC}|| = 15\cdot\cos(100°)\cdot 0.1 \cong -0.26\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

Finalement, nous allons déterminer la tension entre le point C et le point A :

$$U_{CA} = \int_C^A \vec{E}\cdot d\vec{r}.$$

Lorsque l'on se déplace de C à A en suivant le côté CA du triangle, le vecteur $\vec{E}$ est constant, de même que le vecteur $d\vec{r}$:



Ainsi, la tension s'écrit

$$\begin{aligned} U_{CA} &= \int_C^A \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_C^A ||\vec{E}|| \cos(140°)\, dr = ||\vec{E}|| \cos(140°) \int_C^A dr \\ &= ||\vec{E}|| \cos(140°)\, ||\overrightarrow{CA}|| = 15 \cdot \cos(140°) \cdot 0.1 \cong -1.15\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

Remarque :
Les valeurs que nous avons obtenues vérifient bien l'annulation de la tension le long d'un chemin fermé :

$$U_{AA} = \int_A^A \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0\,\mathrm{V}.$$

En effet,

$$\begin{aligned} U_{AA} &= U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} \\ &= ||\vec{E}|| \cos(20°)\, ||\overrightarrow{AB}|| + ||\vec{E}|| \cos(100°)\, ||\overrightarrow{BC}|| + ||\vec{E}|| \cos(140°)\, ||\overrightarrow{CA}|| \\ &= ||\vec{E}||\, ||\overrightarrow{AB}|| \left(\cos(20°) + \cos(100°) + \cos(140°)\right) \\ &= ||\vec{E}||\, ||\overrightarrow{AB}|| \left(2\cos(60°)\cos(40°) + \cos(140°)\right) \\ &= ||\vec{E}||\, ||\overrightarrow{AB}|| \left(2\cos(60°)\cos(40°) - \cos(40°)\right) \\ &= ||\vec{E}||\, ||\overrightarrow{AB}||\, \cos(40°) \left(2\cos(60°) - 1\right) \\ &= ||\vec{E}||\, ||\overrightarrow{AB}||\, \cos(40°) \left(2\,\frac{1}{2} - 1\right) \\ &= 0\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

Exercice 7

(a) En un point P quelconque de l'espace (mis à part C_1 et C_2), le champ électrique dû aux charges q_1 et q_2 aux points C_1 et C_2 est la somme des champs électriques dus aux charges individuelles (principe de superposition).

Nous allons calculer les champs électriques $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ en quelques points et effectuer leur somme graphiquement.

En un point P choisi par exemple à $r_1 = 2.5\,\mathrm{cm}$ de C_1 et à $r_2 = 4.3\,\mathrm{cm}$ de C_2 , nous déterminons le champ dû à q_1 :

- la direction est définie par P et C_1 ,
- le sens est “à l’opposé” de q_1 (car $q_1 > 0$) ,
- la norme vaut

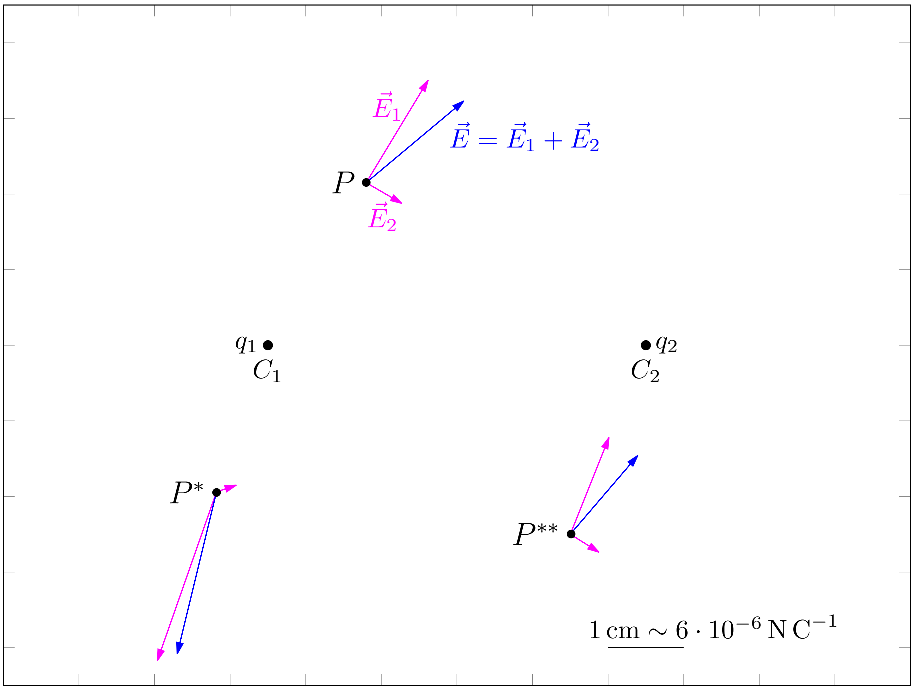
$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2} \cong 9.21 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N\,C^{-1}}$$

et le champ dû à q_2 :

- la direction est définie par P et C_2 ,
- le sens est “vers” q_2 (car $q_2 < 0$) ,
- la norme vaut

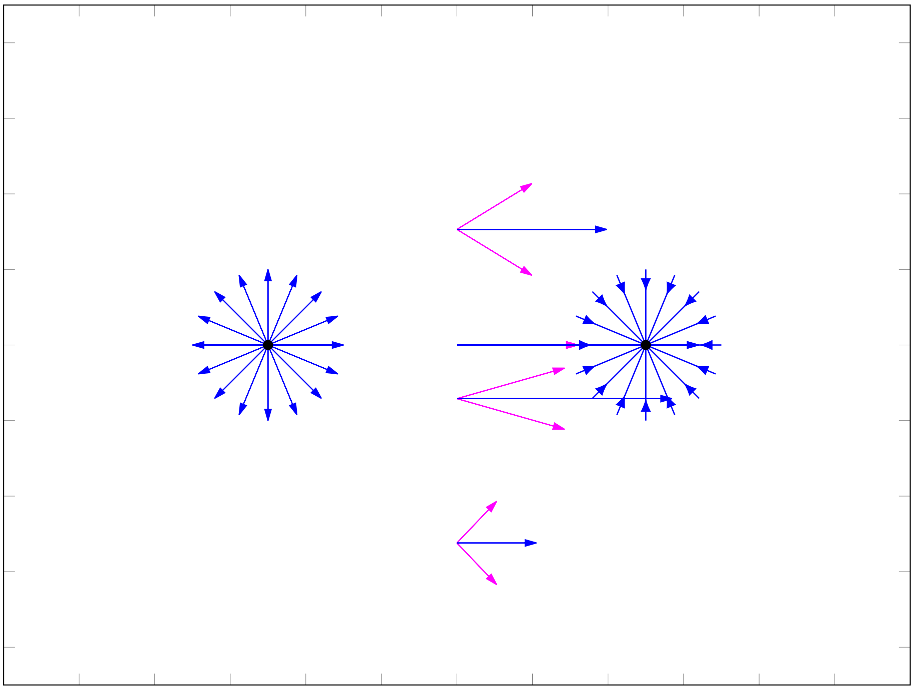
$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2|}{r_2^2} \cong 3.12 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N\,C^{-1}}.$$

Nous reportons ces vecteurs à une certaine échelle sur le dessin et effectuons l’addition graphiquement :

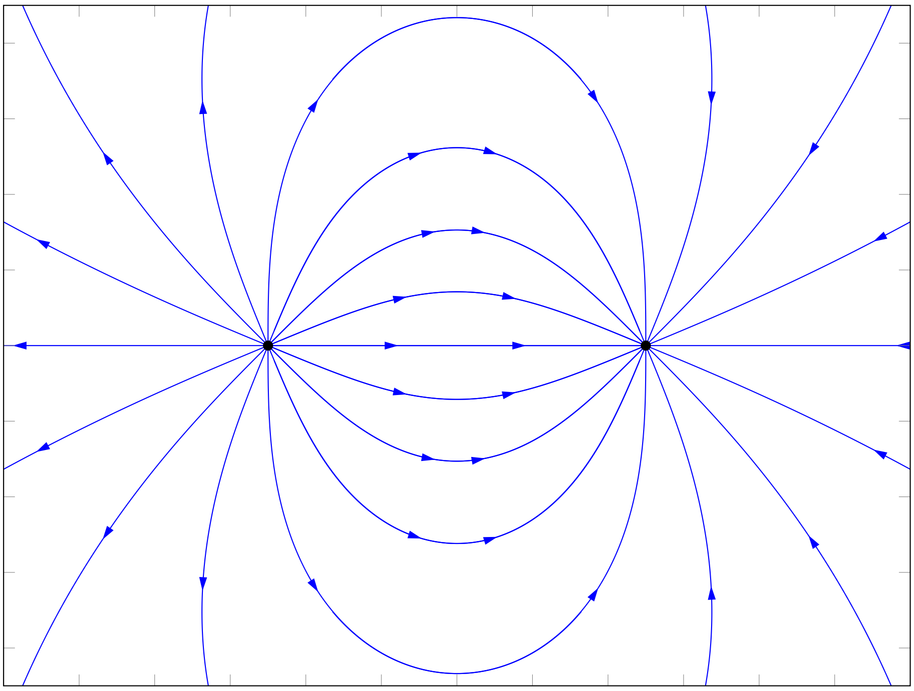


Sur le dessin, nous avons également appliqué le principe de superposition à deux autres points P^* et P^{**}.

(b) Remarquons tout d’abord que la situation est invariante par rotation d’axe C_1C_2 . Ensuite, en échangeant les charges, nous avons la même situation qu’initialement, à la différence près que les champs sont inversés. Il existe donc une symétrie plane, de plan médiateur du segment C_1C_2 . Nous déterminons les champs dus à q_1 et à q_2 sur le plan médiateur : ils sont symétriques par rapport à la direction C_1C_2 . Le champ résultant est donc parallèle à C_1C_2 . De plus, à proximité d’une charge, le champ dû à cette charge est très important (la distance à la charge étant petite) et le champ dû à l’autre charge est négligeable. Le champ résultant possède donc à proximité des charges une symétrie centrale.

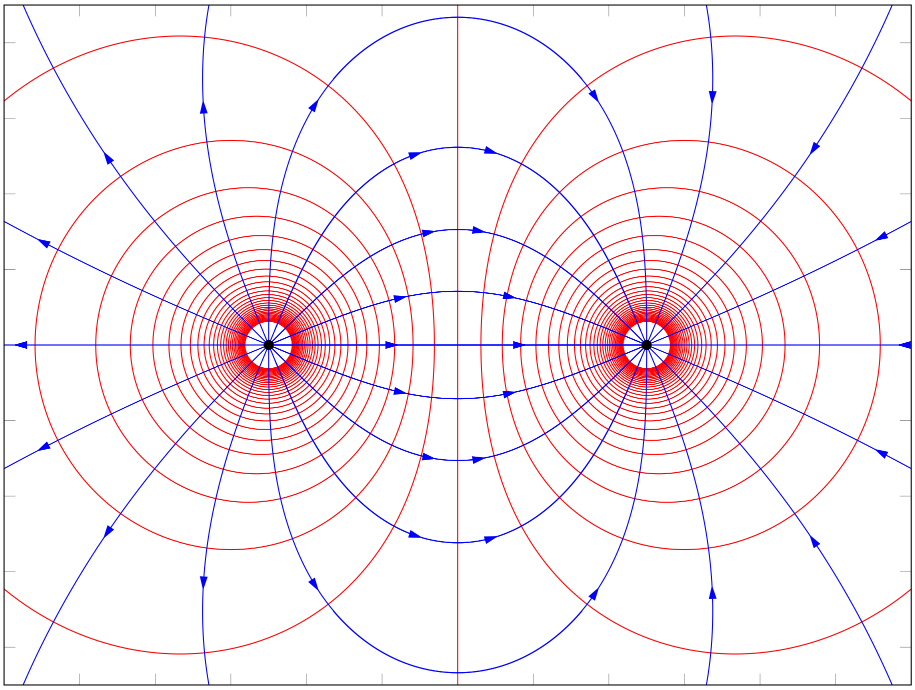


En reliant les deux comportements établis ci-dessus, nous pouvons tracer approximativement les lignes du champ (résultant) dû aux deux charges :



Plus les lignes de champ s'écartent, plus l'intensité du champ électrique diminue.

(c) En électrostatique, les surfaces équipotentielles sont normales aux lignes de champ :

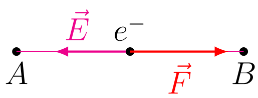


Il est judicieux de représenter des équipotentielles par incrémentation régulière du potentiel. En effet, on a alors que plus ces équipotentielles sont rapprochées, plus le champ électrique est intense.

Exercice 8

Pour les deux cas, nous allons visualiser la situation sur un dessin et utiliser le théorème de l'énergie cinétique.

Pour le cas de l'électron, comment est la force entre les points de départ et d'arrivée ? Comment est le champ électrique ? Quel est le signe de la tension entre ces points ? Notons A le point de départ et B le point d'arrivée :



La force accélérant l'électron est dirigée vers B.

Le champ électrique est opposé à $\vec{F} = q_e\vec{E}$, car $q_e = -e < 0$. Il est dirigé vers A.

La tension entre A et B est négative : de A vers B on "remonte" le champ $\vec{E}$ et

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -U_0\,, \quad \text{avec } U_0 = 1\,\mathrm{V}\,.$$

Le théorème de l'énergie cinétique entre A et B permet alors de connaître la vitesse de l'électron en B par rapport à celle en A. En négligeant le poids de l'électron devant la force électrique,

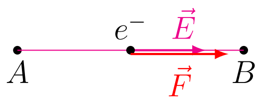
$$\begin{aligned} E_{\text{cin}}(B) - E_{\text{cin}}(A) &= W^{\text{ext}}_{A\to B} \\ \frac{1}{2}m_e v_e^2 - 0 &= q_e U_{AB}\,. \end{aligned}$$

La charge de l'électron étant négative,

$$\frac{1}{2}m_e v_e^2 - 0 = q_e U_{AB} = (-e)(-U_0) = eU_0 > 0$$

$$\Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1\,\mathrm{V}}{9.11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 5.93 \cdot 10^5\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

Pour le cas du proton, comment est la force entre les points de départ et d'arrivée ? Comment est le champ électrique ? Quel est le signe de la tension entre ces points ? Notons à nouveau A le point de départ et B le point d'arrivée :



La force accélérant le proton est dirigée vers B.

Le champ électrique est de même sens que $\vec{F} = q_p\vec{E}$, car $q_p = +e > 0$.

La tension entre A et B est positive : de A vers B on “descend” le champ $\vec{E}$ et

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = +U_0\,, \quad \text{avec } U_0 = 1\,\mathrm{V}\,.$$

Le théorème de l'énergie cinétique entre A et B permet alors de connaître la vitesse du proton en B par rapport à celle en A. En négligeant le poids du proton devant la force électrique,

$$\begin{aligned} E_{\text{cin}}(B) - E_{\text{cin}}(A) &= W^{\text{ext}}_{A\to B} \\ \frac{1}{2}m_p v_p^2 - 0 &= q_p U_{AB}\,. \end{aligned}$$

La charge du proton étant positive,

$$\frac{1}{2}m_p v_p^2 - 0 = q_p U_{AB} = eU_0 > 0$$

$$\Rightarrow \quad v_p = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1\,\mathrm{V}}{1.67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 1.38 \cdot 10^4\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$