

Algèbre Linéaire & Géométrie - MAN

Semestre de Printemps

But : dans ce cours nous présenterons les notions fondamentales de l'algèbre linéaire dans le contexte géométrique qui les a vues émerger. L'accent sera donc mis principalement sur les dimensions 2 et 3, et en particulier sur la visualisation des objets et des opérations classiques de l'algèbre linéaire dans le plan et l'espace. Nous souhaitons de cette façon renforcer l'intuition géométrique nécessaire à l'étude de cette discipline, préparant notamment le terrain pour une compréhension plus profonde de ses aspects algorithmiques en dimensions supérieures.

Voici la liste des thèmes abordés dans le cours :

► Calcul matriciel (*Semaines 1, 2, 3*)

- Opérations matricielles
- Opérations et matrices élémentaires
- Rang, échelonnement et décomposition colonne-ligne
- Déterminant et inversion

► Les espaces vectoriels \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 (*Semaines 4, 5, 6*)

- Structure vectorielle
- Sous-espaces vectoriels, bases et coordonnées
- Matrice de changement de base et matrice de changement de coordonnées
- Interprétation géométrique du déterminant
- Sous-espaces affines

► Applications linéaires (*Semaines 7, 8*)

- Caractérisation
- Image, noyau, antécédents
- Addition, multiplication scalaire, composition, inversion
- Comportement du rang et du déterminant

► **Transformations géométriques de \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3** (*Semaines 9, 10*)

- Projections et symétries
- Rotations et réflexions
- Problème d'application : le billard

► **Matrices représentatives** (*Semaines 11, 14*)

- Définition et calcul
- Interprétation des lignes et des colonnes
- Recherche d'un représentant "simple"
- Ensemble des représentants

► **Réduction des matrices 2×2** (*Semaines 12, 13*)

- Polynôme caractéristique, valeur propre et vecteur propre
- Bases propres et diagonalisation
- Forme réduite (cas non diagonalisable)
- Application aux systèmes de suites récurrentes