**Analyse B** (Basterrechea S., Khukhro A., Maatouk G.) Mise à Niveau, EPFL

# Série 25: Longueur d'arc et surface de révolution

**Ex-25-01**: Calculer l'aire d'une sphère de rayon $r$.

**Ex-25-02**: On considère l'arc de courbe $\Gamma$ défini par

$$y = \sinh^2(x)\,, \qquad x \geq 0\,, \qquad 0 \leq y \leq 1\,.$$

a) Calculer la longueur de $\Gamma$.

b) Calculer l'aire de la surface engendrée par la rotation de $\Gamma$ autour de l'axe vertical d'équation $x = \arg\sinh(1)$.

Donner les résultats sous leur forme la plus simple.

**Ex-25-03**: Calculer la longueur des arcs définis ci-dessous :

a) $y = a\cosh(\frac{x}{a})$, $\alpha \leq x \leq \beta$,

b) $y = \ln(1-x^2)$, $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$,

c) $y = \ln(\cos(x))$, $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$,

d) $y = \arcsin(e^{-x})$, $0 \leq x \leq a$.

**Ex-25-04**: Déterminer l'aire de la surface de révolution obtenue par la rotation de la courbe d'équation $y = f(x)$ autour de l'axe $d$ dans les deux cas suivants :

a) $f(x) = \frac{1}{3}x^3$, $0 \leq x \leq 1$, et $d = Ox$,

b) $f(x) = \cosh(x)$, $0 \leq x \leq 1$, et $d = Oy$.

**Ex-25-05**: Calculer la longueur de l'arc défini paramétriquement par

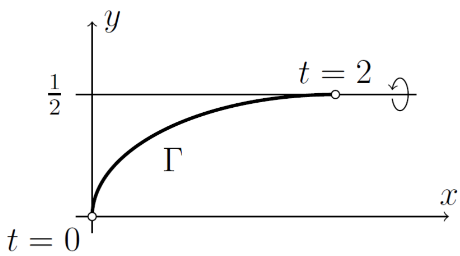
$$\begin{cases} x(t) = 2t + t^2 \\ y(t) = 2t - t^2 \end{cases} \qquad 0 \leq t \leq 1\,.$$

**Ex-25-06**: On considère l'arc paramétré $\Gamma$ défini par

$$\Gamma : \quad \begin{cases} x(t) = \dfrac{t^2}{4+t^2} \\ y(t) = \dfrac{2t}{4+t^2} \end{cases} \qquad t \in [\,0, 2\,]\,.$$

a) Calculer la longueur de l'arc $\Gamma$.

b) Calculer l'aire de la surface de révolution obtenue par rotation de l'arc $\Gamma$ autour de l'axe horizontal $y = \frac{1}{2}$.



**Réponses:**

**Ex-**25-**01**: $A = 4\pi r^2$

**Ex-**25-**02**: $s = \sqrt{2}$, $A = \pi$

**Ex-**25-**03**: a) $L = a(\sinh(\frac{\beta}{a}) - \sinh(\frac{\alpha}{a})$ b) $L = -1 + 2\ln(3)$ c) $L = \ln(3)$ d) $L = \arg\cosh(e^a)$

**Ex-**25-**04**: a) $A = \frac{\pi}{9}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$, b) $A = 2\pi\left[\sinh(1) - \cosh(1) + 1\right]$

**Ex-**25-**05**: $L = 2 + \sqrt{2}\arg\sinh(1)$

**Ex-**25-**06**: a) $L = \frac{\pi}{4}$ b) $A = \frac{\pi}{4}(\pi - 2)$