

Série 24: Volumes de solides

Ex-24-01: Soit T le triangle dont les sommets sont donnés par $A(1,0)$, $B(1,1)$, $C(2,0)$. Monter une intégrale donnant le volume du solide

- S_1 , obtenu en faisant tourner T autour de Ox .
- S_2 , obtenu en faisant tourner T autour de la droite $x = 3$.
- S_3 , obtenu en faisant tourner T autour de la droite $y = -2$.

Ensuite, calculer ces volumes.

Ex-24-02: On considère le domaine D du plan limité par la courbe d'équation $y = 4 - x^2$ et par les droites d'équation $y = 4$ et $x = 2$. Calculer le volume du corps engendré par la rotation du domaine D autour de l'axe d'équation $x = 2$.

Ex-24-03: Déterminer le volume engendré par la rotation autour de l'axe (Ox) du domaine fini limité par les courbes d'équation $y = x^3$ et $y = \sqrt[3]{x}$, ($x \geq 0$).

Ex-24-04: Dans le plan, on considère le domaine fini D limité par la courbe d'équation $y = 4 - x^2$, $x \geq 0$, l'axe Ox et l'axe (Oy).

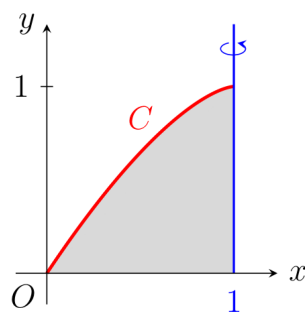
- Calculer le volume V_1 du corps obtenu par la rotation du domaine D autour de l'axe Oy .
- Calculer le volume V_2 du corps obtenu par la rotation du domaine D autour de la droite horizontale d'équation $y = 4$.

Ex-24-05: Vérifier que le volume d'une sphère de rayon r est égale à $\frac{4}{3}\pi r^3$.

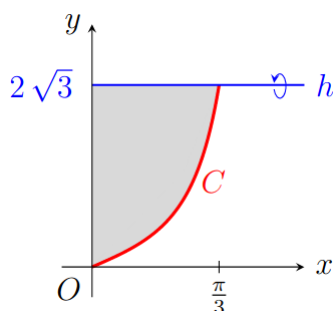
Ex-24-06: Soit D le domaine du plan limité par la courbe C , l'axe Ox et la droite verticale d'équation $x = 1$.

$$C : \begin{cases} x(t) = \sin^2(t) \\ y(t) = 1 - \cos^3(t) \end{cases} \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

Calculer le volume du corps de révolution engendré par la rotation du domaine D autour de l'axe d'équation $x = 1$.



Ex-24-07: Soit C la courbe définie par $y = \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)}$, $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$, et soit D le domaine du plan limité par C , l'axe Oy et la droite horizontale h d'équation $y = 2\sqrt{3}$:



Calculer le volume du corps de révolution engendré par la rotation du domaine D autour de l'axe h .

Ex-24-08: (Facultatif) Dans l'espace, muni d'un système d'axes cartésien $Oxyz$, on considère un corps dont les sections par des plans perpendiculaires à l'axe Oy sont des triangles ABC tels que A est sur l'axe Oy , B , dans le plan Oxy , appartient à la droite d et C , dans le plan Oyz , appartient au quart de cercle Γ :

$$d : \begin{cases} y = x \\ z = 0, \end{cases} \quad \Gamma : \begin{cases} (y-2)^2 + z^2 = 4 \\ x = 0, \end{cases} \quad y \in [0, 2], \quad z \geq 0.$$

Calculer le volume de ce corps.

Réponses:

Ex-24-01: $V_1 = \frac{\pi}{3}, V_2 = \frac{5\pi}{3}, V_3 = \frac{7\pi}{3}.$

Ex-24-02: $V = \frac{8\pi}{3}$

Ex-24-03: $V = \frac{16\pi}{35}$

Ex-24-04: $V_a = 8\pi, V_b = \frac{128\pi}{5}$

Ex-24-06: $V = \frac{3\pi}{7}$

Ex-24-07: $V = 4\pi^2 - 3\pi\sqrt{3}$

Ex-24-08: $V = \pi - \frac{4}{3}$