

Série 21: Méthodes d'intégration**Ex-21-01:** Calculer les primitives des fonctions suivantes :

a) $a(x) = xe^{2x}$

c) $c(x) = \arctan(x)$

b) $b(x) = \ln(x)$

d) $d(x) = e^{ax} \cos(bx)$

Ex-21-02: Sans utiliser de fonctions hyperboliques, calculer les primitives des fonctions suivantes :

a) $a(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

b) $b(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Ex-21-03: Calculer les primitives des fonctions suivantes :

a) $a(x) = \frac{2^{u(x)}}{u(x)}$, où $u(x) = \sqrt{x}$

c) $c(x) = x^3 \sin(x^2)$

b) $b(x) = \sin(\sqrt{x})$

Ex-21-04: Calculer les primitives des fonctions suivantes :

a) $a(x) = \frac{1}{x^2 \sqrt{1 + x^2}}$

d) $d(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x + 5}}$

b) $b(x) = x^2(1 - x^2)^{-3/2}$

c) $c(x) = \sqrt{4x - x^2}$

e) $e(x) = \frac{x \cdot \arccos^2(x)}{\sqrt{1 - x^2}}$

Ex-21-05: Calculer les primitives de $f(x) = \frac{x \cdot \ln x}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}$.**Ex-21-06:** Déterminer l'ensemble des primitives de la fonction

$$f(x) = \frac{x \cdot \cos x}{2\sqrt{1 + \sin x}}, \quad x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] .$$

Réponses:**Ex-21-01:**

a) $\int a(x) dx = \frac{1}{4}(2x - 1)e^{2x} + C$

b) $\int b(x) dx = x(\ln(x) - 1) + C$

c) $\int c(x) dx = x \arctan(x) - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$

d) $\int d(x) dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \cos(bx) + b \sin(bx)) + C$

Ex-21-02:

a) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \sqrt{x^2 + 1} + C$

b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3} \cdot (x^2 - 2) + C$

Ex-21-03:

a) $\int \frac{2^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \frac{2^{(1+\sqrt{x})}}{\ln 2} + C$

$$\text{b) } \int \sin(\sqrt{x}) dx = 2(\sin(\sqrt{x}) - \sqrt{x} \cdot \cos(\sqrt{x})) + C$$

$$\text{c) } \int x^3 \cdot \sin(x^2) dx = \frac{1}{2}(-x^2 \cos(x^2) + \sin(x^2)) + C$$

Ex-21-04:

$$\text{a) } \int \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx = -\frac{1}{x} \sqrt{1+x^2} + C$$

$$\text{b) } \int x^2 \cdot (1-x^2)^{-3/2} dx = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \arcsin(x) + C$$

$$\text{c) } \int \sqrt{4x-x^2} dx = \frac{x-2}{2} \cdot \sqrt{4x-x^2} + 2 \arcsin\left(\frac{x-2}{2}\right) + C$$

$$\text{d) } \int \frac{1}{\sqrt{x^2+6x+5}} dx = \begin{cases} -\arg \cosh\left(-\frac{x+3}{2}\right) + C & \text{si } x < -5 \\ \arg \cosh\left(\frac{x+3}{2}\right) + C & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

$$\text{e) } \int \frac{x \cdot \arccos^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 2\sqrt{1-x^2} - 2x \cdot \arccos(x) - \sqrt{1-x^2} \cdot \arccos^2(x) + C$$

$$\text{Ex-21-05: } \int \frac{x \ln(x)}{\sqrt{(x^2-1)^3}} dx = -\frac{\ln(x)}{\sqrt{x^2-1}} + \arctan \sqrt{x^2-1} + C.$$

$$\text{Ex-21-06: } \int \frac{x \cdot \cos x}{2\sqrt{1+\sin x}} dx = x\sqrt{1+\sin x} + 2\sqrt{1-\sin x} + C.$$