Analyse B (Basterrechea S., Khukhro A., Maatouk G.) Mise à Niveau, EPFL

Série 18: Courbes paramétrées

Ex-18-01: Étudier les branches infinies de l'arc paramétré

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = t + \ln(t) \\ y(t) = \ln\left[\sqrt{t^2+1} - 1\right] \end{cases}$$

Ex-18-02: Déterminer les paramètres réels a et b pour que la droite $d : 9x + 3y + 4 = 0$ soit une asymptote oblique de la courbe :

$$\Gamma : \quad \begin{cases} x(t) &= \frac{t^2}{(t-a)\,(t-b)} \\ y(t) &= \frac{t^2}{t-b} \end{cases}$$

Ex-18-03: Étudier la courbe Γ définie ci-dessous, déterminer les points remarquables et donner le tableau de variation, puis représenter graphiquement la courbe Γ (échelle : 4 carrés / unité).

$$\begin{cases} x(t) &= -2t^3 + 3t^2 + 2 \\ y(t) &= -2t^3 + 9t^2 - 12t + 3 \end{cases} \qquad 0 \leq t \leq 2\,.$$

Ex-18-04: Faire l'étude complète de la courbe paramétrée suivante :

$$\begin{cases} x(t) &= t^2 - 2t \\ y(t) &= \dfrac{1+t^4}{t^2}\,. \end{cases}$$

Réponses:

Ex-18-01: Une asymptote oblique : $y = 2x - \ln(2)$ et une branche parabolique horizontale.
Ex-18-02: $a = 5$ et $b = 2$, ou $a = 1$ et $b = -2$.
Ex-18-03: $M_0 = (2,3)$ est un point à tangente verticale, $M_1 = (3,-2)$ est un point stationnaire où la tangente est de pente $m = -1$, $M_2 = (-2,-1)$ est un point à tangente horizontale.
Ex-18-04: Branches paraboliques de direction $y = x$, asymptote verticale $x = 0$, point stationnaire en $R = (-1;2)$ à tangente oblique (point de rebroussement), tangente horizontale en $A = (3;2)$.