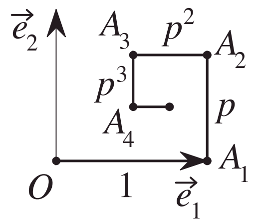
## **Série 26: Révision**

**Ex-26-01:** Calculer, si elle existe, la limite suivante :

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\left[\frac{1}{x-\frac{\pi}{2}}+\tan(x)\right].$$

**Ex-26-02:** Soit $p\in]0\,,1[$. Dans $\mathbb{R}^2$, on définit un chemin donné par la suite de points :

$$\overrightarrow{OA_1}=\vec{e}_1 \qquad \overrightarrow{OA_2}=\overrightarrow{OA_1}+p\,\vec{e}_2 \qquad \overrightarrow{OA_3}=\overrightarrow{OA_2}-p^2\vec{e}_1 \qquad \ldots$$




Le chemin est formé de tronçons rectilignes successifs de sorte qu'à chaque itération, la suite du chemin se fait à angle droit vers la gauche et sur une longueur de $p$ fois la longueur du tronçon précédent.

Donner les coordonnées du point limite de cette suite.

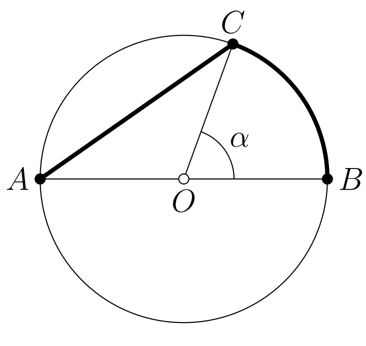
**Ex-26-03:** On considère la fonction $g$ définie par

$$g(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-2x-1}{x} \quad \text{si} \quad x\neq 0 \qquad \text{et} \qquad g(0)=-2\,.$$

a) Montrer que la fonction $g$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ (en particulier en $x_0=0$).

b) $g'$, la fonction dérivée de $g$, est-elle continue en $x_0$ ?

**Ex-26-04:** Une personne située en $A$, au bord d'un bassin circulaire de rayon $R$, veut rejoindre le point $B$ diamétralement opposé. Pour ce faire, elle nage en ligne droite jusqu'au point $C$, puis court le long du bassin jusqu'au point $B$. Sachant que la vitesse de cette personne dans l'eau est de $v_e=2$m/s et que sa vitesse sur le sol est de $v_s=4$m/s, déterminer la valeur de l'angle $\alpha$, $\alpha\in[0,\pi]$), qui minimise le temps de parcours.




**Ex-26-05:**

Dans le plan $Oxy$, on considère l'arc paramétré $\Gamma$ défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = a\,t + b\,\arctan(t) \\ y(t) = \dfrac{2t^2}{2t^2+2t+1} \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}\,,$$

où $a$ et $b$ sont des paramètres réels non nuls.

a) Déterminer les valeurs des paramètres $a$ et $b$ pour que l'arc $\Gamma$ possède un point stationnaire et qu'en ce point la pente de la tangente à $\Gamma$ soit égale à 1.

b) On fixe $a = 2$ et $b = -4$. Faire l'étude de l'arc paramétré $\Gamma$.

Le représenter dans un système d'axes cartésien d'unité 2,5 cm (5 carrés).

**Ex-26-06:**
Soit $D$ le domaine fini du plan limité par les deux courbes $\Gamma_1$ et $\Gamma_2$ :

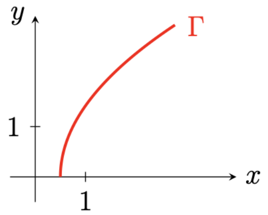
$$\Gamma_1 : \quad y^2 = x + 1 \qquad \text{et} \qquad \Gamma_2 : \quad 5\,(y+2) = (x-3)^2\,, \quad x \geq 3\,.$$

La parabole $\Gamma_1$ et l'arc de parabole $\Gamma_2$ se coupent en $(3, -2)$ et $(8, 3)$.
Calculer l'aire $A$ du domaine $D$.

**Ex-26-07:**
Soit $D$ le domaine fini du plan limité par la courbe d'équation $y = \dfrac{1}{x^3}$ et les droites d'équations $x = 1$ et $y = 8$.
Calculer le volume du corps de révolution engendré par la rotation du domaine $D$ autour de l'axe d'équation $x = 1$.

**Ex-26-08:** Dans le plan $(Oxy)$, on considère l'arc $\Gamma$ défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\,\cosh(2t) \\ y(t) = 2\,\sinh(t) \end{cases} \,, \qquad 0 \leq t \leq a\,.$$




Calculer l'aire de la surface engendrée par la rotation de l'arc $\Gamma$ autour de l'axe $Ox$.

**Ex-26-09:** Faire une étude de la fonction ci-dessous (branches infinies, signe, variation, extrema) :

$$f(x) = \frac{1}{x^{\frac{5}{8}}} - \frac{2}{x^{\frac{7}{8}}}\,, \qquad x > 0\,.$$

---

**Réponses:**

**Ex-26-01:** $\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \left[ \frac{1}{x - \frac{\pi}{2}} + \tan(x) \right] = 0\,.$

**Ex-26-02:** $A_\infty\left( \frac{1}{1+p^2}\,,\, \frac{p}{1+p^2} \right)$.

**Ex-26-03:**
(a) $g'(0) = \dfrac{1}{2}$, (b) oui : $\displaystyle\lim_{x \to 0} g'(x) = g'(0)\,.$

**Ex-26-04:** $\alpha = \pi$

**Ex-26-05:** (a) $a = 4\,,\ b = -8\,.$

(b) asymptote horizontale $y = 1$ ;

$(\pi - 2\,,\,2)$ : point stationnaire, point de rebroussement, tangente de pente $m = 2$ ;

$(0\,,\,0)$ : point à tangente horizontale ;

$(2 - \pi\,,\,\frac{2}{5})$ : point à tangente verticale.

**Ex-**26-06: $A = 25$ .

**Ex-**26-07: $V = \pi$ .

**Ex-**26-08: $A = \dfrac{8\pi}{3}\left[\cosh^3(a) - 1\right]$ .