

Série 04: Rappels d'algèbre élémentaire

Ex-04-01: Simplifier les expressions suivantes en les mettant sous forme de fraction irréductible :

a) $a = 2 + 7^2 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 8$

b) $b = (2 + 7)^2 \cdot 3 + \frac{1}{3 \cdot 8}$

c) $c = 2 + 7^2 \cdot \frac{3+1}{3} \cdot 8$

d) $d = (2 + 7^2) \cdot (3 + \frac{1}{3}) \cdot 8$

e) $e = 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}$

Ex-04-02: Transformer les expressions suivantes afin de rendre rationnel (i.e. sans racine) le dénominateur.

a) $a = \frac{1}{\sqrt{7}}$

b) $b = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$

c) $c = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - 2\sqrt{3}}$

d) $d = \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}$

e) $e = \frac{1}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{2}}$

f) $f = \frac{x^2}{2 + x + \sqrt[3]{x^2 - 12x - 8}}$

Ex-04-03: Résoudre en $x \in \mathbb{R}$: $\frac{1}{3}x + 7 = 2x - 3$.

Ex-04-04: Résoudre en $x \in \mathbb{R}$: $4x - 7 \leq 5x - 8$.

Ex-04-05: Résoudre en $x \in \mathbb{R}$:

a) $(x + 2)^2 > 4$

b) $(x + 3)^3 < 8$

c) $(3x + 1)^6 \geq 64$.

Ex-04-06: Etudier le signe de l'expression

$$f(x) = -\frac{4(x-1)(2x-3)}{(4+x)(3-4x)}.$$

Ex-04-07: Résoudre en $x \in \mathbb{R}$:

a) $\frac{x^3 - x^2}{x - 1} < \frac{x^2 - 7x}{x + 1}$

b) $\frac{x + 2}{2x - 4} \leq \frac{5 - 2x}{x - 2} + 3$

c) $\frac{1 - x}{2 + x} \leq \frac{-2}{3x - 4}$.

Réponses:

Ex-04-01:

- a) $\frac{455}{3}$
- b) $\frac{5833}{24}$
- c) $\frac{1574}{3}$
- d) 1360
- e) $\frac{33}{10}$

Ex-04-02:

- a) $\frac{\sqrt{7}}{7}$
- b) $3 - 2\sqrt{2}$
- c) $-\frac{7+2\sqrt{21}}{5}$
- d) $\frac{\sqrt{x^2+x+1}+1}{x+1}$
- e) $\frac{\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{14}+\sqrt[3]{4}}{5}$
- f) $\frac{(2+x)^2-(2+x)\sqrt[3]{x^2-12x-8}+(\sqrt[3]{x^2-12x-8})^2}{x+7}$

Ex-04-03: $S = \{6\}$

Ex-04-04: $S = [1, +\infty[$

Ex-04-05:

- a) $S =]-\infty, -4[\cup]0, +\infty[$
- b) $S =]-\infty, -1[$
- c) $S =]-\infty, -1] \cup [\frac{1}{3}, +\infty[$

Ex-04-07:

- a) $S =]-1, 0[$
- b) $S =]-\infty, 2[\cup [4, +\infty[$
- c) $S =]-\infty, -2[\cup [0, \frac{4}{3}[\cup [3, +\infty[$