

**Série 08: Formules trigonométriques**

**Ex-08-01:** En utilisant les formules trigonométriques, calculer sans machine les valeurs suivantes :

a)  $\cos(\frac{7\pi}{12})$

c)  $\tan(\frac{5\pi}{12})$

b)  $\sin(\frac{\pi}{12})$

d)  $\tan(\frac{\pi}{8})$

**Ex-08-02:** En utilisant les formules de transformation somme-produit, factoriser puis résoudre les équations suivantes :

a)  $\sin(3x) + \sin x = \sin(2x)$

c)  $\sin^2(5x) = \sin^2 x$

b)  $\cos(3x) + \cos(5x) = \cos x$

d)  $(1 + \tan x) [\cos(7x) + \cos x] = 0$

**Ex-08-03:** Résoudre les équations suivantes :

a)  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$

b)  $\sin x + 2 \cos x = 9$

c)  $\frac{\sqrt{2}}{2} [\sin(3x) + \cos(3x)] = 1$

d)  $\sin(2x) - \cos(2x) + 1 = 0$  ,  $-5\pi \leq x \leq -3\pi$

e)  $\sin(\frac{x}{2}) + \cos(\frac{x}{2}) = 0$  ,  $-\pi \leq x \leq 0$

**Ex-08-04:** Résoudre les inéquations suivantes :

a)  $\cos x + \sqrt{3} \sin x > 1$

b)  $-\sqrt{3} \sin(2x) + \cos(2x) \leq -\sqrt{2}$  ,  $5\pi \leq x \leq 6\pi$

c)  $\sin x \geq \cos x$  ,  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2}$

**Ex-08-05:**

Factoriser avant de résoudre l'équation et l'inéquation suivantes :

a)  $\sin(2x) - 2 \cos^2 x + 2 \cos x = 0$

b)  $\cos(2x) + \sin x + \cos x > 0$  ,  $0 \leq x \leq 2\pi$

**Ex-08-06: Exercice facultatif**

Calculer la valeur exacte de  $\cos(\frac{2\pi}{5})$ . En déduire la construction à la règle et au compas d'un pentagone régulier inscrit dans un cercle trigonométrique.

Indication : poser  $x = \cos(\frac{2\pi}{5})$  et chercher une équation polynomiale satisfaite par  $x$  en utilisant les formules trigonométriques pour exprimer tout d'abord  $\cos(\frac{4\pi}{5})$ , puis  $\cos(\frac{8\pi}{5})$  de deux manières différentes.

**Réponses:****Ex-08-01:**

a)  $\cos(\frac{7\pi}{12}) = -\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$

b)  $\sin(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$

c)  $\tan(\frac{5\pi}{12}) = 2 + \sqrt{3}$

d)  $\tan(\frac{\pi}{8}) = \sqrt{2} - 1$

**Ex-08-02:**

a)  $S = \left\{ \frac{k\pi}{2}, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

b)  $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

c)  $S = \left\{ \frac{k\pi}{6}, \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\} = \left\{ \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

d)  $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, \frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Ex-08-03:**

a)  $S = \left\{ \frac{7\pi}{12} + 2k\pi, \frac{13\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

b)  $S = \emptyset$

c)  $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

d)  $S = \left\{ -5\pi, -\frac{17\pi}{4}, -4\pi, -\frac{13\pi}{4}, -3\pi \right\}$

e)  $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} \right\}$

**Ex-08-04:**

a)  $S = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} ]2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi[$

b)  $S = \left[ \frac{125\pi}{24}, \frac{131\pi}{24} \right]$

c)  $S = \left[ \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4} \right] \cup \left[ \frac{9\pi}{4}, \frac{5\pi}{2} \right]$

**Ex-08-05:**

a)  $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

b)  $S = \left[ 0, \frac{\pi}{2}[ \cup ]\frac{3\pi}{4}, \pi[ \cup ]\frac{7\pi}{4}, 2\pi \right]$

**Ex-08-06:**  $\cos(\frac{2\pi}{5}) = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$