

Série 02: Language logique

Ex-02-01: Ecrire, en français, la négation des propositions suivantes.

- a) T : « Darwin est mortel ».
- b) T : « tout humain est mortel ».
- c) T : « il existe un humain mortel ».

Ex-02-02: En notant E l'ensemble des humains, P la propriété définie sur E « d'être mortel », M l'ensemble associé à P et $d \in E$ l'individu nommé Darwin, écrire les propositions ci-dessous, ainsi que leur négation, en langage propositionnel et en langage ensembliste.

- a) T : « Darwin est mortel ».
- b) T : « tout humain est mortel ».
- c) T : « il existe un humain mortel ».

Ex-02-03: En notant I la propriété définie sur \mathbb{Z} « d'être impair », A l'ensemble associé à I , P la propriété définie sur \mathbb{Z} « d'être premier » et B l'ensemble associé à P , écrire les propositions ci-dessous, ainsi que leur négation, en langage propositionnel et en langage ensembliste. Donner également la valeur de vérité de toutes les propositions énoncées.

- a) T : 9 est impair et premier
- b) U : 9 est impair ou premier
- c) V : tout impair est premier
- d) W : il existe un non premier pair

Ex-02-04: Ecrire, en langage quantifié, la négation des propositions P suivantes et déterminer si l'on a P ou (non P) vrai.

- | | |
|--|---|
| a) $\exists x \in \mathbb{R}, x = 0.$ | g) $\forall x \in A = \{1, 2, 3\}, \exists y \in A, x^2 + 2y < 10.$ |
| b) $\forall x \in \mathbb{R}, x = \sqrt{3}.$ | h) $\forall (a; b) \in \mathbb{N}^2, a^2 + b^2 \leq (a + b)^2.$ |
| c) $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0.$ | i) $\forall x \in \mathbb{R}_+, (x \leq 1 \text{ et } x^2 \leq x).$ |
| d) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 2 = 0.$ | j) $\forall x \in \mathbb{R}_+, (x \leq 1 \text{ ou } x^2 \leq x).$ |
| e) $\forall x \in \{1, 2, 3, 4\}, x^2 - 10 \leq 0.$ | k) $\forall x \in [0, 1], x^2 \leq x.$ |
| f) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists k \in \mathbb{N}, x = 2k.$ | |

Ex-02-05: Soit E un sous-ensemble des quadrilatères du plan que l'on considère comme un référentiel. Déterminer E pour que les propositions suivantes soient vraies :

- a) Pour tout quadrilatère $ABCD \in E$, $ABCD$ est un losange si et seulement si ses diagonales se coupent à angle droit.
- b) Pour tout quadrilatère $ABCD \in E$, $ABCD$ est un carré si et seulement si les angles en A, B, C et D sont droits.

Indication : un losange est, par définition, un parallélogramme dont les 4 côtés sont de même longueur.