

## Série 02: Language logique

**Ex-02-01:** Ecrire, en français, la négation des propositions suivantes.

- a)  $T$  : « Darwin est mortel ».
- b)  $T$  : « tout humain est mortel ».
- c)  $T$  : « il existe un humain mortel ».

**Ex-02-02:** En notant  $E$  l'ensemble des humains,  $P$  la propriété définie sur  $E$  « d'être mortel »,  $M$  l'ensemble associé à  $P$  et  $d \in E$  l'individu nommé Darwin, écrire les propositions ci-dessous, ainsi que leur négation, en langage propositionnel et en langage ensembliste.

- a)  $T$  : « Darwin est mortel ».
- b)  $T$  : « tout humain est mortel ».
- c)  $T$  : « il existe un humain mortel ».

**Ex-02-03:** En notant  $I$  la propriété définie sur  $\mathbb{Z}$  « d'être impair »,  $A$  l'ensemble associé à  $I$ ,  $P$  la propriété définie sur  $\mathbb{Z}$  « d'être premier » et  $B$  l'ensemble associé à  $P$ , écrire les propositions ci-dessous, ainsi que leur négation, en langage propositionnel et en langage ensembliste. Donner également la valeur de vérité de toutes les propositions énoncées.

- a)  $T$  : 9 est impair et premier
- b)  $U$  : 9 est impair ou premier
- c)  $V$  : tout impair est premier
- d)  $W$  : il existe un non premier pair

**Ex-02-04:** Ecrire, en langage quantifié, la négation des propositions  $P$  suivantes et déterminer si l'on a  $P$  ou (non  $P$ ) vrai.

- |   |  |
|---|--|
| a) $\exists x \in \mathbb{R},  x  = 0$ .                          | g) $\forall x \in A = \{1, 2, 3\}, \exists y \in A, x^2 + 2y < 10$ . |
| b) $\forall x \in \mathbb{R}, x = \sqrt{3}$ .                     | h) $\forall (a; b) \in \mathbb{N}^2, a^2 + b^2 \leq (a + b)^2$ .     |
| c) $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0$ .                         | i) $\forall x \in \mathbb{R}_+, (x \leq 1 \text{ et } x^2 \leq x)$ . |
| d) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 2 = 0$ .                 | j) $\forall x \in \mathbb{R}_+, (x \leq 1 \text{ ou } x^2 \leq x)$ . |
| e) $\forall x \in \{1, 2, 3, 4\}, x^2 - 10 \leq 0$ .              | k) $\forall x \in [0, 1], x^2 \leq x$ .                              |
| f) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists k \in \mathbb{N}, x = 2k$ . |  |

**Ex-02-05:** Soit  $E$  un sous-ensemble des quadrilatères du plan que l'on considère comme un référentiel. Déterminer  $E$  pour que les propositions suivantes soient vraies :

- a) Pour tout quadrilatère  $ABCD \in E$ ,  $ABCD$  est un losange si et seulement si ses diagonales se coupent à angle droit.
- b) Pour tout quadrilatère  $ABCD \in E$ ,  $ABCD$  est un carré si et seulement si les angles en  $A, B, C$  et  $D$  sont droits.

*Indication : un losange est, par définition, un parallélogramme dont les 4 côtés sont de même longueur.*