

## Série 14: Exponentielles et logarithmes

**Ex-14-01:** Calculer sans machine les quantités suivantes :

a) $A = \log_2 \frac{1}{16}$	c) $C = \log_{\pi} 1$	e) $E = \log(\log 10^{10})$
b) $B = \log_4 2$	d) $D = \log_{1/2} 8$	f) $F = e^{2 \ln 5}$

**Ex-14-02:** Exprimer les quantités suivantes à l'aide d'une seule fonction logarithme ou exponentielle :

a) $A = \log 15 - \log 6 + 3 \log 2$	e) $E = \log(\log 10^{10})$
b) $B = \sqrt{e^9} \cdot e^{2-\ln 3} \cdot e^{-3/2}$	f) $F = e^{2 \ln 5}$

**Ex-14-03:** Résoudre les équations suivantes par rapport à  $x \in \mathbb{R}$  :

a) $e^{3x/2} - e^{-3x/2} = \frac{1}{2} (e^{x/2} + 5e^{-x/2})$	c) $3 + \log_2 \left(\frac{1}{2} - x\right) = \log_2 \left(\frac{x-9}{x+1}\right)$
b) $e^{\sin x} - e^{-\sin x} = 2 (1 + e^{-\sin x})$	d) $\log_{1/2} \left(2x - 13 - \frac{15}{x}\right) - \frac{1}{2} = \log_{1/2} [2(x-15)] + \frac{1}{2}$

**Ex-14-04:** Résoudre les inéquations suivantes par rapport à  $x \in \mathbb{R}$  :

a) $\ln(2x - e^{-\ln x}) < 2 + \ln\left(\frac{1}{x}\right)$	c) $e^9 \cdot e^x > \left(e^{\sqrt{6-x}}\right)^2$
b) $3^{x+4} - 1458 \leq 9^x$	d) $\ln(x^2 \sqrt{e^{2x}}) > x + \ln(16x - 48)$

*Indication :*  $1458 = 27 \cdot 54$

**Ex-14-05:** Résoudre les inéquations suivantes par rapport à  $x \in \mathbb{R}$  :

a) $\log_a \frac{x-4}{x-6} \leq -1 + \log_a(2x) - 2 \log_a  x-6 $	c) $\log_a(4-x) + a \leq a \cdot \log_a(x+2) - 1$
(i) avec $a = 2$ ,	(i) avec $a = 2$ ,
(ii) puis avec $a = \frac{1}{2}$ .	(ii) puis avec $a = \frac{1}{2}$ .

**Ex-14-06:** Calculer, là où elles existent, les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

a) $a(x) = \tan(a^x)$ ,	d) $d(x) = \arcsin(e^x)$ ,
b) $b(x) = e^{1/\ln x}$ ,	e) $e(x) = x \cdot \sin(\ln x - \frac{\pi}{4})$ .
c) $c(x) = \ln(\ln x)$ ,	

**Réponses:**

**Ex-14-01:**

- a)  $A = -4$
- b)  $B = \frac{1}{2}$
- c)  $C = 0$
- d)  $D = -3$
- e)  $E = 1$
- f)  $F = 25$

**Ex-14-02:**

- a)  $A = 1 + \log 2$
- b)  $B = \frac{1}{3} e^5$

**Ex-14-03:**

- a)  $S = \{\ln 2\}$
- b)  $S = \emptyset$
- c)  $S = \left\{-\frac{13}{8}\right\}$
- d)  $S = \emptyset$

**Ex-14-04:**

- a)  $S = \left] \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{\frac{1+e^2}{2}} \right[$
- b)  $S = ] -\infty, 3] \cup [3 + \log_3 2, +\infty[$
- c)  $S = ] -3, 6]$
- d)  $S = ] 3, 4[ \cup ] 12, +\infty[$

**Ex-14-05:**

- a)
  - (i)  $S = [3, 4[ \cup ] 6, 8]$
  - (ii)  $S = ] 0, 2] \cup [12, +\infty[$
- b)
  - (i)  $S = [2, 4[$
  - (ii)  $S = ] -2, 0]$

**Ex-14-06:**

- a)  $a'(x) = a^x \ln a [1 + \tan^2(a^x)],$
- b)  $b'(x) = -\frac{e^{1/\ln x}}{x \ln^2 x},$
- c)  $c'(x) = \frac{1}{x \ln x},$
- d)  $d'(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}},$
- e)  $e'(x) = \sqrt{2} \sin \ln x.$