Physique Guido Burmeister

Semestre de printemps 2025

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15142

Corrigé 9

Exercice 1

Nous allons exploiter la relation exprimant la résistance d'un conducteur filiforme homogène en termes de la longueur et de la section de ce dernier.
Selon les tables, la résistivité du cuivre est $\rho_{\mathrm{Cu}} = 1.68 \cdot 10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m}$.

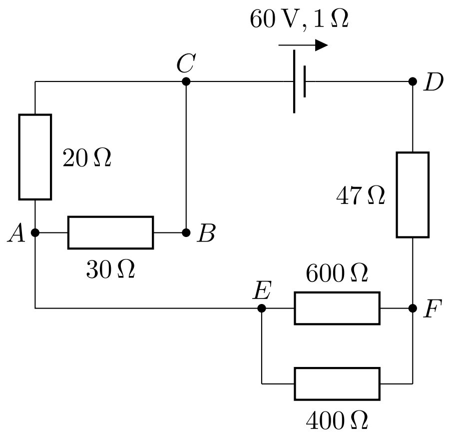
La résistance du fil a ainsi pour expression

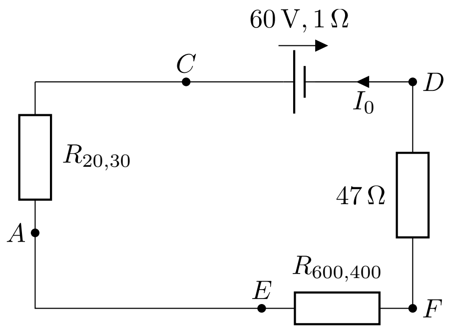
$$R = \rho_{\mathrm{Cu}} \frac{L}{S} = 1.68 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2 \cdot 10^{3}}{0.01 \cdot 10^{-6}} = 3.36\,\mathrm{k}\Omega\,.$$

Exercice 2

Nous allons utiliser la loi des mailles et celle des nœuds.

(a) Pour déterminer le courant dans chaque branche, il faut d'abord chercher le courant "total" traversant le générateur en considérant le circuit simplifié équivalent.





Les résistances de $20\,\Omega$ et de $30\,\Omega$ sont en parallèle :

$$\frac{1}{R_{20,30}} = \frac{1}{20\,\Omega} + \frac{1}{30\,\Omega} = \frac{50}{600\,\Omega} = \frac{1}{12\,\Omega}$$

$$\Rightarrow \quad R_{20,30} = 12\,\Omega.$$

Les résistances de $600\,\Omega$ et de $400\,\Omega$ sont elles-aussi en parallèle :

$$\frac{1}{R_{600,400}} = \frac{1}{600\,\Omega} + \frac{1}{400\,\Omega} = \frac{10}{2400\,\Omega} = \frac{1}{240\,\Omega}$$

$$\Rightarrow \quad R_{600,400} = 240\,\Omega.$$

Les résistances de $1\,\Omega$, de $47\,\Omega$, $R_{600,400}$ et $R_{20,30}$ sont en série :

$$R_{\mathrm{tot}} = 1\,\Omega + 47\,\Omega + 240\,\Omega + 12\,\Omega = 300\,\Omega.$$

Le courant "total" traverse R_{tot} qui est branchée sur le générateur idéal :

$$R_{\mathrm{tot}} I_0 = U_0 = 60\,\mathrm{V} \Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{R_{\mathrm{tot}}} = \frac{60\,\mathrm{V}}{300\,\Omega} = 0.2\,\mathrm{A}.$$

On obtient les tensions

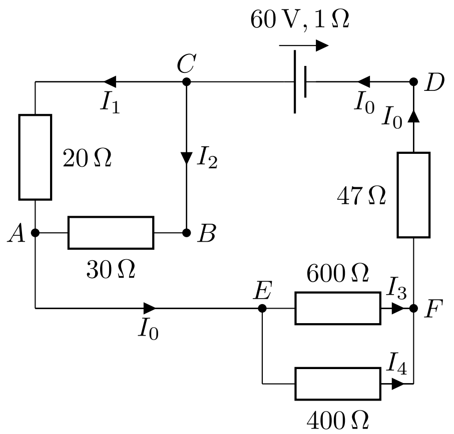
- $U_{CA} = R_{20,30} I_0 = 2.4\,\mathrm{V}$
- $U_{EF} = R_{600,400} I_0 = 48\,\mathrm{V}$
- $U_{FD} = R_{47} I_0 = 9.4\,\mathrm{V}$

Remarquons que l'on vérifie bien que

$$U_{CA} + U_{AF} + U_{FD} + 1\,\Omega\, I_0 = 2.4\,\text{V} + 48\,\text{V} + 9.4\,\text{V} + 0.2\,\text{V} = 60\,\text{V} = U_0\,.$$

Avec $\Phi_D = 0\,\text{V}$, les potentiels valent

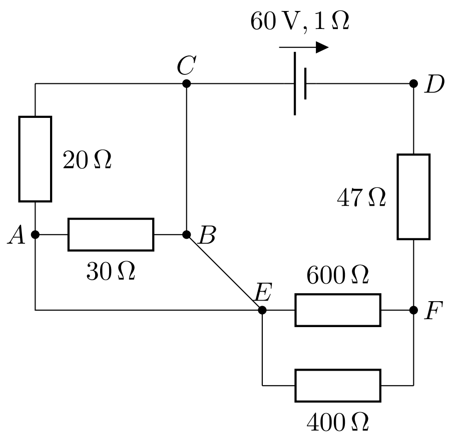
- $U_{FD} = \Phi_F - \Phi_D \quad\Rightarrow\quad \Phi_F = 9.4\,\text{V}$
- $U_{EF} = \Phi_E - \Phi_F \quad\Rightarrow\quad \Phi_E = \Phi_A = 57.4\,\text{V}$
- $U_{CA} = \Phi_C - \Phi_A \quad\Rightarrow\quad \Phi_C = \Phi_B = 59.8\,\text{V}$



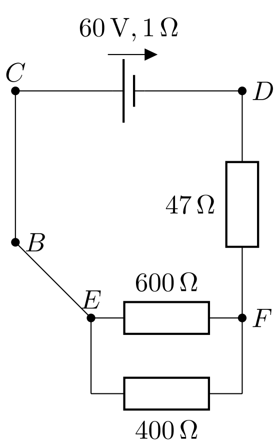
Avec les tensions, on a le courant dans chaque branche :

- $I_1 = \frac{U_{CA}}{R_{20}} = \frac{2.4\,\text{V}}{20\,\Omega} = 0.12\,\text{A}$
- $I_2 = \frac{U_{CA}}{R_{30}} = \frac{2.4\,\text{V}}{30\,\Omega} = 0.08\,\text{A} = I_0 - I_1$
- $I_3 = \frac{U_{EF}}{R_{600}} = \frac{48\,\text{V}}{600\,\Omega} = 0.08\,\text{A}$
- $I_4 = \frac{U_{EF}}{R_{400}} = \frac{48\,\text{V}}{400\,\Omega} = 0.12\,\text{A} = I_0 - I_3$

(b) Pour répondre à cette question, nous allons représenter le nouveau circuit et utiliser la loi des mailles et celle des nœuds.



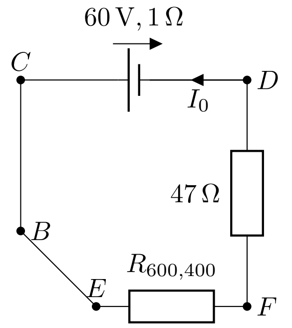
Le court-circuit B–E ne comportant pas de résistance, tout le courant y circule. Les branches comportant R_{20} et R_{30} sont "mortes".



Les résistances de $600\,\Omega$ et de $400\,\Omega$ sont en parallèle :

$$\frac{1}{R_{600,400}} = \frac{1}{600\,\Omega} + \frac{1}{400\,\Omega} = \frac{10}{2400\,\Omega} = \frac{1}{240\,\Omega}$$

$$\Rightarrow\quad R_{600,400} = 240\,\Omega.$$



Les résistances de $1\,\Omega$, de $47\,\Omega$ et $R_{600,400}$ sont en série :

$$R_{\text{tot}} = 1\,\Omega + 47\,\Omega + 240\,\Omega = 288\,\Omega.$$

Le courant "total" traverse R_{tot} qui est branchée sur le générateur idéal :

$$R_{\text{tot}} I_0 = U_0 = 60\,\text{V} \quad \Rightarrow \quad I_0 = \frac{U_0}{R_{\text{tot}}} = \frac{60\,\text{V}}{288\,\Omega} = 0.208\,\text{A}.$$

Ainsi,

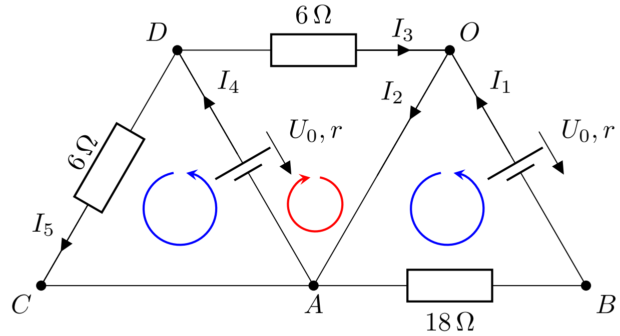
$$\Phi_F - \Phi_D = U_{FD} = R_{47} I_0 = 47\,\Omega \cdot 0.208\,\text{A} = 9.79\,\text{V} \quad \Rightarrow \quad \Phi_F = 9.79\,\text{V}.$$

Exercice 3

Nous allons utiliser la loi des mailles et celle des nœuds.

Si le sens du courant dans une branche n'est pas connu d'avance, on le choisit arbitrairement et la valeur du courant est alors munie d'un signe.

Notons $U_0 = 20\,\text{V}$ la tension idéale de chacun des générateurs et $r = 2\,\Omega$ leur résistance interne :



Maille ABO ↺ :

$$U_{AA} = U_{AB} + U_{BO} + U_{OA} = 0\,\text{V}.$$

Maille ADC ↺ :

$$U_{AA} = U_{AD} + U_{DC} + U_{CA} = 0\,\text{V}.$$

Maille ADO ↻ :

$$U_{AA} = U_{AD} + U_{DO} + U_{OA} = 0\,\text{V}.$$

Nœud en O : $I_1 + I_3 = I_2$.
Nœud en D : $I_4 = I_3 + I_5$.
Nœud en A : $I_2 + I_5 = I_1 + I_4$.
Remarquons que la loi des nœuds en A s'obtient par somme des deux autres. Elle n'apporte donc rien de plus.

- Maille ABO ↺ :
$$U_{AA} = R_{18} I_1 - U_0 + r I_1 = 0\,\text{V}.$$
- Maille ADC ↺ :
$$U_{AA} = -U_0 + r I_4 + R_6 I_5 = 0\,\text{V}.$$
- Maille ADO ↻ :
$$U_{AA} = -U_0 + r I_4 + R_6 I_3 = 0\,\text{V}.$$

Ainsi, nous cherchons à résoudre le système des cinq équations linéaires d'inconnues I_1 , I_2 , I_3 , I_4 et I_5 .

De la maille ABO, on a directement

$$I_1 = \frac{U_0}{r + R_{18}} = \frac{20\,\mathrm{V}}{20\,\Omega} = 1\,\mathrm{A}.$$

Des mailles ADC et ADO, on a l'égalité des courants

$$I_3 = I_5\,.$$

Du nœud en D,

$$I_4 = I_3 + I_5 = 2I_3\,.$$

De la maille ADO,

$$-U_0 + rI_4 + R_6I_3 = -U_0 + 2rI_3 + R_6I_3 = -U_0 + (2r + R_6)I_3 = 0\,\mathrm{V}$$

$$\Rightarrow\ I_3 = \frac{U_0}{2r + R_6} = \frac{20\,\mathrm{V}}{10\,\Omega} = 2\,\mathrm{A}.$$

Du nœud en O,

$$I_2 = I_1 + I_3 = 3\,\mathrm{A}\,.$$

Ainsi,

$$I_1 = 1\,\mathrm{A} \quad I_2 = 3\,\mathrm{A} \quad I_3 = I_5 = 2\,\mathrm{A} \quad I_4 = 4\,\mathrm{A}.$$

Vérification pour le nœud en A :

$$I_2 + I_5 - I_1 - I_4 = 3\,\mathrm{A} + 2\,\mathrm{A} - 1\,\mathrm{A} - 4\,\mathrm{A} = 0\,\mathrm{A}.$$

Avec le choix $\Phi_0 = 0\,\mathrm{V}$, les potentiels valent

$$\Phi_A = \Phi_C = \Phi_0 = 0\,\mathrm{V}$$

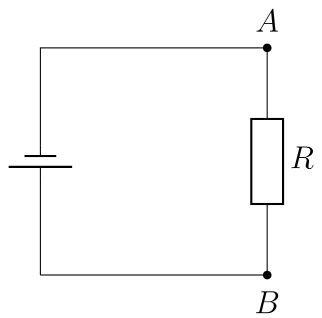
$$U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B = R_{18}I_1 = 18\,\mathrm{V} \quad \Rightarrow \quad \Phi_B = -18\,\mathrm{V}$$

$$U_{DC} = \Phi_D - \Phi_C = R_6I_5 = 12\,\mathrm{V} \quad \Rightarrow \quad \Phi_D = 12\,\mathrm{V}.$$

Exercice 4

Nous allons faire un dessin du circuit et exploiter l'expression de la puissance pour une résistance.

Un radiateur transforme de l'énergie électrique en chaleur (énergie thermique). Il s'apparente donc à une grande résistance R et on peut raisonner sur le circuit électrique suivant :



Selon l'énoncé, lorsque le radiateur est branché sur une tension $U = U_{AB} = 220\,\mathrm{V}$, il dissipe une puissance $P = 1200\,\mathrm{W}$. Cette puissance a pour expression

$$P = UI = \frac{U^2}{R}\,.$$

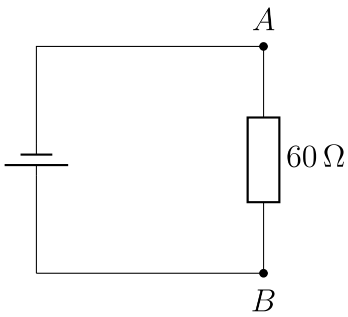
Ainsi, la résistance des fils constituant le bobinage du radiateur est donnée par

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{1200} \cong 40.3\,\Omega.$$

Exercice 5

Nous allons faire un dessin du circuit et exploiter l'expression de la puissance pour une résistance. Nous aurons également besoin de la relation donnant la chaleur nécessaire pour faire passer la température du fer à repasser de 20°C à 130°C (section 6.4 du cours de Physique).

Le corps de chauffe du fer à repasser se comporte comme une grande résistance $R = 60\,\Omega$ et on peut donc raisonner sur le circuit électrique suivant :



La puissance électrique fournie par le générateur est

$$P = UI = \frac{U^2}{R}\,,$$

où $U = U_{AB} = 220\,\mathrm{V}$.

Pour augmenter la température du fer à repasser de ΔT, il faut fournir à ce dernier une chaleur

$$Q = C\Delta T\,,$$

où $C = 200\,\mathrm{cal\,K^{-1}} \cong 4.185 \cdot 200\,\mathrm{J\,K^{-1}} = 837\,\mathrm{J\,K^{-1}}$ est la chaleur spécifique (capacité calorifique) du fer à repasser.

Cette chaleur Q est apportée sous forme d'énergie électrique pendant le temps Δt :

$$Q = P\Delta t\,.$$

Ainsi,

$$\Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{C\Delta T R}{U^2} \cong \frac{837 \cdot (130 - 20) \cdot 60}{220^2} \cong 114.1\,\mathrm{s}.$$

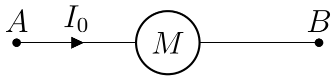
Si le fer est branché sur une tension deux fois plus faible, $U' = U/2$, le temps de chauffe quadruple :

$$\Delta t' = \frac{C\Delta T R}{U'^2} = \frac{C\Delta T R}{\left(\frac{U}{2}\right)^2} = 4\Delta t \cong 456.4\,\mathrm{s}\,.$$

Exercice 6

Il convient de se représenter le bilan énergétique du moteur.

(a) Commençons par dessiner le schéma électrique de l'alimentation du moteur :

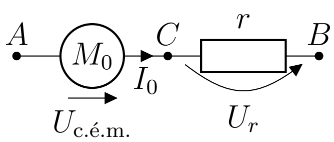


Notons A et B les bornes du moteur et I_0 le courant le traversant : $U_{AB} = 220\,\mathrm{V}$, $I_0 = 3.5\,\mathrm{A}$.

Le moteur est alimenté en énergie électrique et transforme celle-ci en énergie mécanique (utile) et énergie thermique (non utile). Par unité de temps,

$$P_{\text{él}} = P_{\text{méc}} + P_{\text{therm}}.$$

L'énergie thermique est dissipée par effet Joule à travers la résistance interne du moteur (bobinage...).



$U_{AB} = U_{\text{c.é.m.}} + U_r$

- M_0 : moteur sans perte (toute l'énergie électrique est convertie en énergie mécanique), de tension aux bornes $U_{\text{c.é.m.}} = U_{AC}$.
- r : résistance interne r (dissipation thermique), de tension aux bornes $U_r = U_{CB} = rI_0$.

Alors,

$$P_{\text{méc}} = U_{\text{c.é.m.}} I_0 \quad \Rightarrow \quad U_{\text{c.é.m.}} = \frac{P_{\text{méc}}}{I_0} = \frac{736\,\mathrm{W}}{3.5\,\mathrm{A}} = 210.3\,\mathrm{V}\,,$$

et

$$P_{\text{él}} = P_{\text{méc}} + P_{\text{therm}} \quad \Leftrightarrow \quad U_{AB} I_0 = U_{\text{c.é.m.}} I_0 + r I_0^2$$

$$\Leftrightarrow \quad U_{AB} = U_{\text{c.é.m.}} + r I_0 \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{U_{AB} - U_{\text{c.é.m.}}}{I_0} = \frac{220\,\mathrm{V} - 210.3\,\mathrm{V}}{3.5\,\mathrm{A}} = 2.78\,\Omega.$$

Le rendement est le rapport entre la puissance utile et la puissance consommée :

$$\eta = \frac{P_{\text{méc}}}{P_{\text{él}}} = \frac{P_{\text{méc}}}{U_{AB} I_0} = \frac{736\,\mathrm{W}}{220\,\mathrm{V} \cdot 3.5\,\mathrm{A}} = 0.9558 \cong 96\%\,.$$

(b) Si le moteur est bloqué, il consomme de l'énergie électrique mais ne fournit plus d'énergie mécanique. Alors,

$$P_{\text{él}} = P_{\text{méc}} + P_{\text{therm}} = P_{\text{therm}} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} I = r I^2 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U_{AB}}{r} = \frac{220\,\mathrm{V}}{2.78\,\Omega} = 79.26\,\mathrm{A}.$$

Toute l'énergie électrique est transformée en chaleur : le moteur chauffe et risque d'être endommagé !

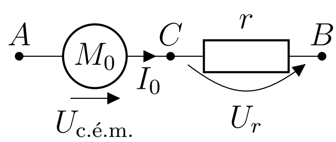
Exercice 7

Il convient de se représenter le bilan énergétique du moteur.

(a) Commençons par dessiner le schéma électrique (détaillé) de l'alimentation du moteur. Le moteur est alimenté en énergie électrique et transforme celle-ci en énergie mécanique (utile) et énergie thermique (non utile). Par unité de temps,

$$P_{\text{él}} = P_{\text{méc}} + P_{\text{therm}}.$$

L'énergie thermique est dissipée par effet Joule à travers la résistance interne du moteur (bobinage...).



$U_{AB} = U_{\text{c.é.m.}} + U_r$

- M_0 : moteur sans perte (toute l'énergie électrique est convertie en énergie mécanique), de tension aux bornes $U_{\text{c.é.m.}} = U_{AC}$.
- r : résistance interne r (dissipation thermique), de tension aux bornes $U_r = U_{CB} = rI_0$.

Si le moteur est bloqué, il consomme de l'énergie électrique mais ne fournit plus d'énergie mécanique. Alors,

$$P_{\text{él}} = P_{\text{therm}} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = rI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U_{AB}}{r} = \frac{30\,\text{V}}{5\,\Omega} = 6\,\text{A}\,.$$

Toute l'énergie électrique est transformée en chaleur : le moteur chauffe et risque d'être endommagé !

(b) En fonctionnement normal,

$$U_{AB} = U_{\text{c.é.m.}} + rI_0 \quad \Rightarrow \quad U_{\text{c.é.m.}} = U_{AB} - rI_0 = 30\,\text{V} - 5\,\Omega \cdot 1\,\text{A} = 25\,\text{V}$$

et

$$P_{\text{méc}} = U_{\text{c.é.m.}} I_0 = 25\,\text{V} \cdot 1\,\text{A} = 25\,\text{W}\,.$$

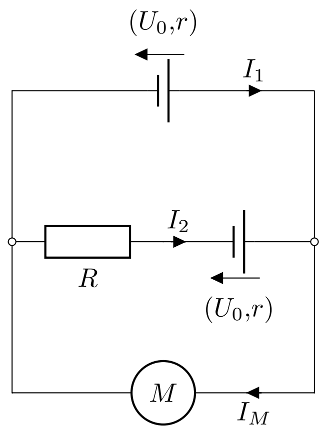
(c) Le rendement est le rapport entre la puissance utile et la puissance consommée :

$$\eta = \frac{P_{\text{méc}}}{P_{\text{él}}} = \frac{P_{\text{méc}}}{U_{AB} I_0} = \frac{25\,\text{W}}{30\,\text{V} \cdot 1\,\text{A}} = 0.8333 \cong 83\%\,.$$

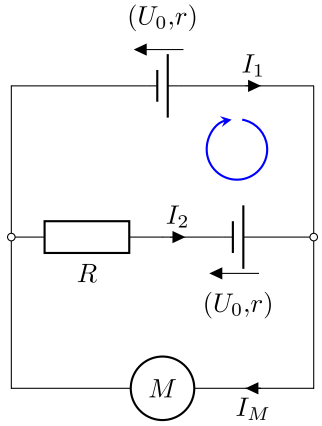
Exercice 8

(a) Nous allons indiquer les courants présents dans le circuit en précisant le sens choisi, avant d'écrire une ou plusieurs équations de noeuds et de mailles.

Trois courants sont présents dans le circuit. Nous choisissons par exemple leur sens de la manière suivante :



Deux courants sont inconnus. Nous avons donc besoin de deux équations : par exemple, une équation à un nœud et une équation de maille.



Equation pour un des deux nœuds (ils sont identiques) :

$$I_M = I_1 + I_2 \, .$$

Equation pour la maille supérieure (avec le sens choisi) :

$$-U_0 + rI_1 + U_0 - (r+R)I_2 = 0 \, .$$

$$\Rightarrow \quad rI_1 = (r+R)I_2 \, .$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{R+r}{R+2r} I_M = \frac{4}{5} 5 = 4\,\mathrm{A} \\ I_2 &= \frac{r}{R+2r} I_M = \frac{1}{5} 5 = 1\,\mathrm{A} \, . \end{aligned}$$

(b) La puissance électrique reçue par le moteur s'écrit

$$P^{\text{él.}} = U_M I_M \, .$$

Le courant I_M traversant le moteur est connu et, en additionnant les tensions le long de la grande maille, il est possible de déterminer la tension U_M aux bornes du moteur :

$$U_M = U_0 - rI_1 = 12 - 4 = 8\,\mathrm{V} \, .$$

Ainsi,

$$P^{\text{él.}} = U_M I_M = 8 \cdot 5 = 40\,\mathrm{W}.$$

(c) Le rendement du moteur est donné par le rapport :

$$\eta = \frac{P^{\text{méc.}}}{P^{\text{él.}}} \, .$$

Or, la puissance mécanique a pour expression

$$\begin{aligned} P^{\text{méc.}} &= P^{\text{él.}} - r_M I_M^2 \\ &= 40 - 0.4 \cdot 5^2 \\ &= 30\,\mathrm{W}. \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\eta = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = 75\,\% \, .$$