Physique

Semestre de printemps 2025

Guido Burmeister

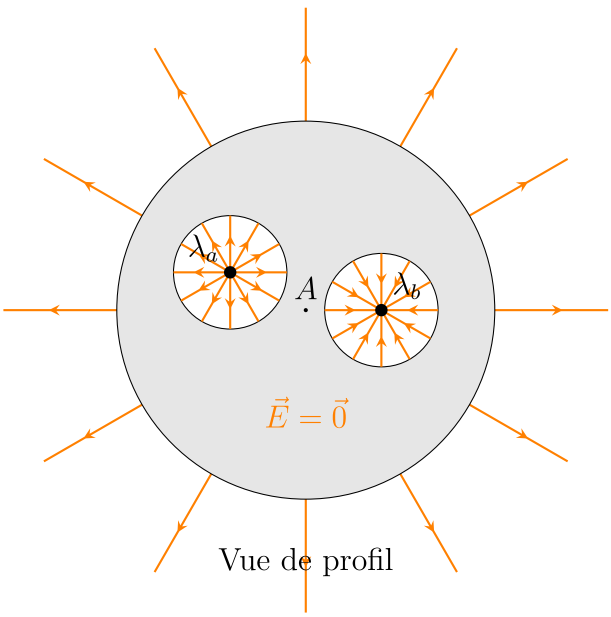
https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15142

Corrigé 8

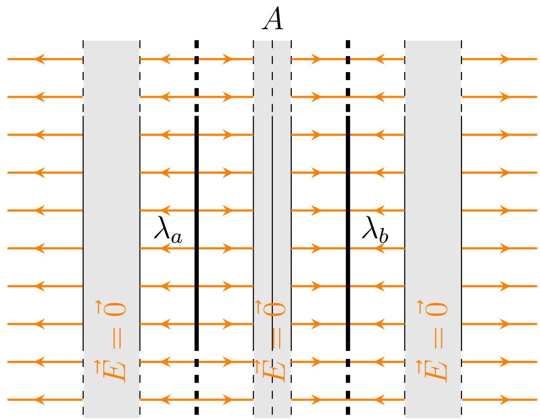
Exercice 1

Soient a et b les deux fils contenus dans le conducteur. En appliquant le théorème de Gauss à un cylindre de hauteur L, d'axe a et de rayon supérieur au rayon de la cavité, on conclut que la surface de la cavité de gauche porte une charge négative $-\lambda_a L$ distribuée de manière uniforme sur la surface. De même, la cavité de droite porte une charge positive $-\lambda_b L$. La charge distribuée sur la surface extérieure est donc $(\lambda_a+\lambda_b)L$. Cette distribution de charges garantit un champ électrique nul à l'intérieur du conducteur.

Les lignes de champ ont l'allure suivante :



Vue de profil



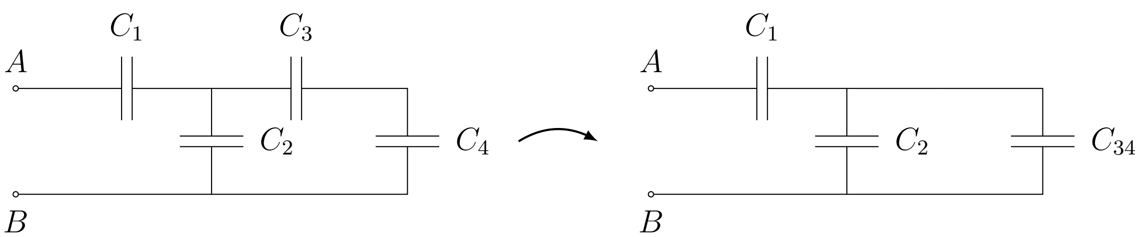
Vue de dessus

Exercice 2

Nous allons regrouper les condensateurs deux à deux de manière à obtenir un seul condensateur équivalent. Cette démarche permettra alors de déterminer, de proche en proche, les charges et les tensions caractérisant chacun des condensateurs individuels.

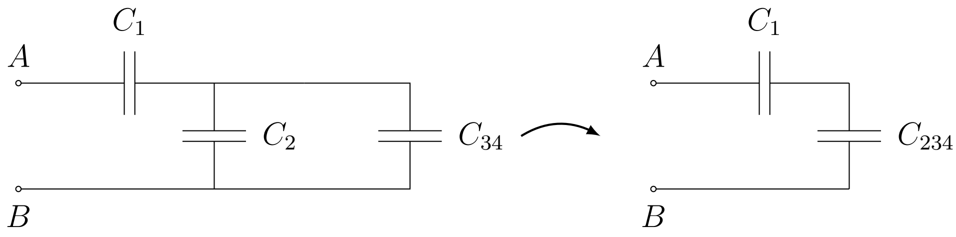
Les condensateurs C_3 et C_4 sont en série. On peut donc les remplacer par un condensateur C_{34} dont la capacité (équivalente) est donnée par

$$C_{34} = \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \frac{12}{7} \cong 1.71\,\mathrm{nF}\,.$$



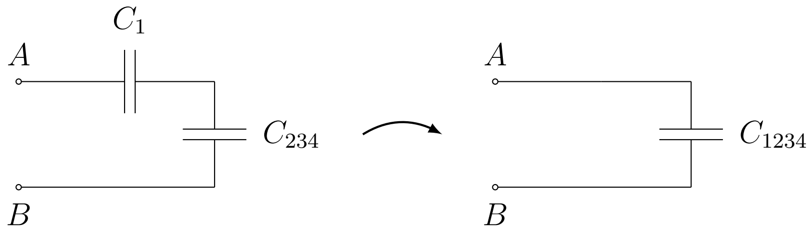
Les condensateurs C_2 et C_{34} sont en parallèle. On peut donc les remplacer par un condensateur C_{234} de capacité (équivalente)

$$C_{234} = C_2 + C_{34} = 2 + \frac{12}{7} = \frac{26}{7} \cong 3.71\,\mathrm{nF}\,.$$



Les condensateurs C_1 et C_{234} sont en série. On peut donc les remplacer par un condensateur C_{1234} dont la capacité (équivalente) s'écrit

$$C_{1234} = \frac{C_1 C_{234}}{C_1 + C_{234}} = \frac{26}{33} \cong 0.788\,\mathrm{nF}\,.$$



Comme la tension entre les points A et B est $U_{AB} = 10\,\mathrm{V}$, la charge portée par cet ensemble de quatre condensateurs (équivalent au condensateur unique C_{1234}) est donnée par

$$Q = C_{1234}\, U_{AB} = \frac{260}{33}\,\mathrm{nC} \cong 7.88 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}.$$

Cette charge se place sur la surface du conducteur contenant le point A. La charge opposée $-Q$ se place sur le conducteur B.
Le premier condensateur porte donc une charge

$$Q_1 = Q \cong 7.88 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}\,,$$

et il est alors possible de déterminer la tension entre le point A et le point D :

$$U_{AD} = \frac{Q}{C_1} = \frac{C_{1234}\, U_{AB}}{C_1} \cong 7.88\,\mathrm{V}\,.$$

Avec le choix $\Phi_A = 0\,\mathrm{V}$, le potentiel en D est

$$\Phi_D = -7.88\,\mathrm{V}\,.$$

Ce potentiel est identique à celui du point F :

$$\Phi_F = \Phi_D\,.$$

La tension entre le point D et le point B peut être obtenue à partir de U_{AB} et U_{AD} :

$$U_{DB} = U_{DA} + U_{AB} = U_{AB} - U_{AD} \cong 2.12\,\mathrm{V}\,.$$

On en déduit la charge portée par le deuxième condensateur :

$$Q_2 = C_2\, U_{DB} \cong 4.24 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}\,.$$

Les troisième et quatrième condensateurs sont en série. Ils portent une charge identique donnée par la différence entre la charge du premier condensateur et celle du deuxième :

$$Q_3 = Q_4 = Q_1 - Q_2 \cong 3.64 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}\,.$$

Connaissant la valeur de cette charge, il est possible de déterminer la tension entre les points D et E, ainsi que celle entre les points E et B :

$$U_{DE} = \frac{Q_3}{C_3} \cong 1.21\,\mathrm{V} \quad \text{et} \quad U_{EB} = \frac{Q_4}{C_4} = 0.91\,\mathrm{V}\,.$$

Ainsi, le potentiel au point E est

$$\Phi_E = \Phi_D - U_{DE} = -9.09\,\mathrm{V}\,.$$

On a évidemment également

$$\Phi_B = -10\,\mathrm{V}.$$

Vérification :

$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB} = U_{AD} + U_{DE} + U_{EB} = 10\,\mathrm{V}\,.$$

Exercice 3

Nous allons utiliser les relations donnant la charge et l'énergie d'un condensateur.

(a) La charge du condensateur est directement fournie par la relation :

$$Q = CU = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{4} = 8 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{C}\,.$$

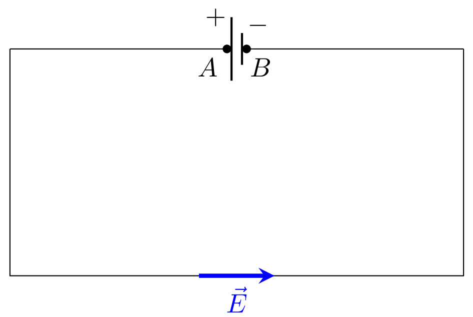
(b) L'énergie stockée dans le condensateur est transférée à l'eau :

$$\frac{1}{2}CU^2 = cm\Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{CU^2}{2cm} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot (4 \cdot 10^4)^2}{2 \cdot 4.18 \cdot 10^3 \cdot 10^{-1}} \cong 3.83\,^{\circ}\mathrm{C}\,.$$

Exercice 4

Nous allons exploiter ce que nous savons de la force électrique, de la tension entre deux points et du courant circulant dans un conducteur.

(a)



$U_{AB} + U_{BA} = 0\,\mathrm{V}.$

La tension aux bornes de la pile est donnée par

$$U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B = 20 - (-7) = 27\,\mathrm{V}.$$

Cette tension peut également s'écrire

$$U_{AB} = \int_{\text{fil}} \vec{E} \cdot \vec{dr} = EL\,,$$

où $E = ||\vec{E}||$ est l'intensité du champ électrique produit par la pile dans le fil et L est la longueur du fil.

La force électrique que subit un électron mobile du fil est

$$\vec{F} = -e\vec{E}\,,$$

et son intensité a ainsi pour expression

$$F = ||\vec{F}|| = e\frac{U_{AB}}{L} = 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{27}{500} \cong 8.65 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{N}\,.$$

(b) Par définition, le courant électrique I est la quantité de charges traversant la surface d'un conducteur par unité de temps :

$$I = \frac{dq}{dt}\,.$$

Dans cet exercice, nous supposons que 10^{16} électrons passent à travers une section du fil chaque heure. Ceci correspond donc à un courant

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{10^{16} e}{1\,\mathrm{h}} \cong 4.45 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{A}\,.$$

(c) Le travail que la force électrique effectue sur un électron de B à A vaut

$$W_1 = -eU_{BA} \cong 4.33 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}\,.$$

Pendant un intervalle de temps d'une journée $N = 24 \cdot 10^{16}$ électrons vont passer. Le travail total effectué par la pile est donc

$$W_N = NW_1 \cong 1.04\,\mathrm{J}\,.$$

Remarque

Comme la puissance électrique est $P = UI$ (voir cours de la semaine prochaine), l'énergie électrique fournie pendant 24 heures s'écrit

$$W = UI\,24\,\mathrm{h} \cong 1.04\,\mathrm{J}\,.$$

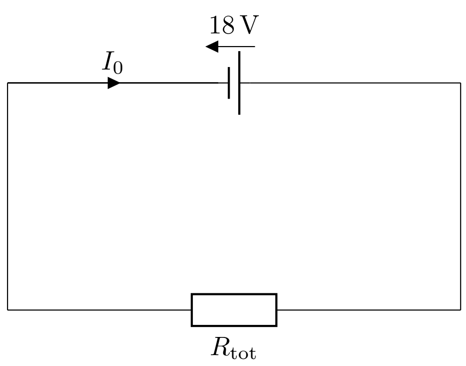
Exercice 5

Nous allons utiliser la loi des mailles et celle des nœuds.

(a) Intéressons-nous au dispositif dont les points A et B sont les bornes.
La tension U_{AB} est celle aux bornes des résistances en série de $8\,\Omega$ et de $4\,\Omega$. Il convient donc de trouver la résistance équivalente et le courant la traversant. Selon la loi d'Ohm,

$$U_{AB} = R_{8,4} I_0\,.$$

Nous allons réduire le circuit en un circuit équivalent : le courant traversant le générateur idéal (sans résistance interne) est le même.



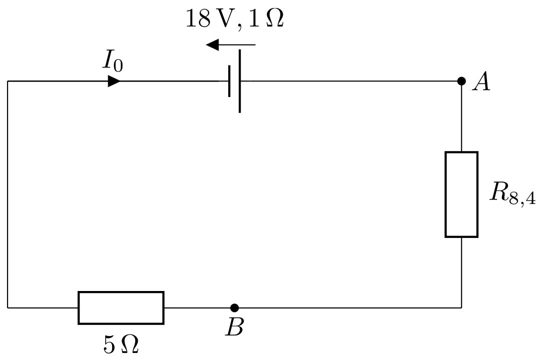
Les quatre résistances sont branchées en série :

$$R_{\mathrm{tot}} = 1\,\Omega + 8\,\Omega + 4\,\Omega + 5\,\Omega = 18\,\Omega.$$

La tension aux bornes de R_{tot} est celle du générateur (loi des mailles) :

$$R_{\mathrm{tot}} I_0 = U_0 = 18\,\mathrm{V} \quad \Rightarrow \quad I_0 = \frac{U_0}{R_{\mathrm{tot}}} = \frac{18\,\mathrm{V}}{18\,\Omega} = 1\,\mathrm{A}.$$

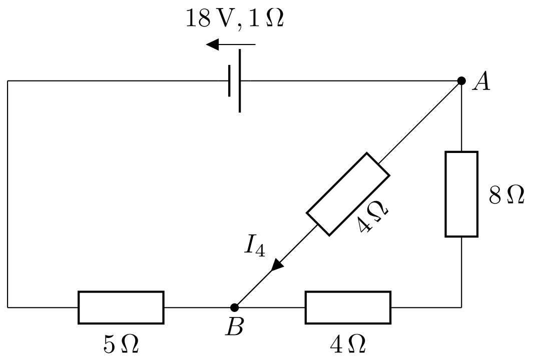
Détaillons à nouveau le circuit pour faire apparaître les bornes A et B :



Ainsi,

$$U_{AB} = R_{8,4} I_0 = 12\,\Omega \cdot 1\,\mathrm{A} = 12\,\mathrm{V}.$$

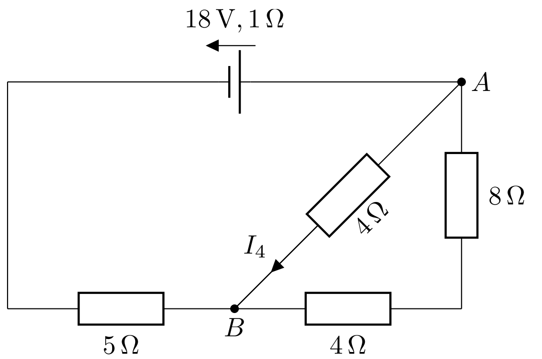
(b) Pour répondre à la question, nous allons représenter le nouveau circuit et utiliser la loi des mailles et celle des nœuds :



Le courant traversant la résistance supplémentaire de $4\,\Omega$ est donné par la loi d'Ohm :

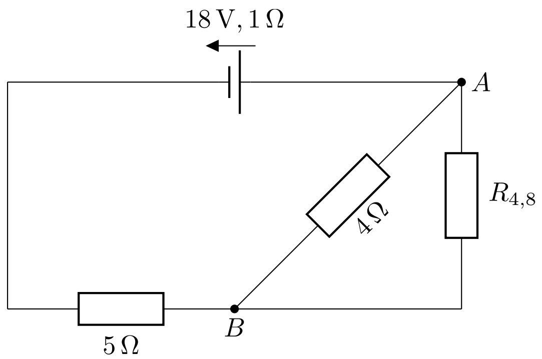
$$U_{AB} = R_4 I_4\,.$$

Réduisons le circuit en un circuit équivalent pour trouver le courant traversant le générateur :



Les résistances de $8\,\Omega$ et de $4\,\Omega$ sont en série :

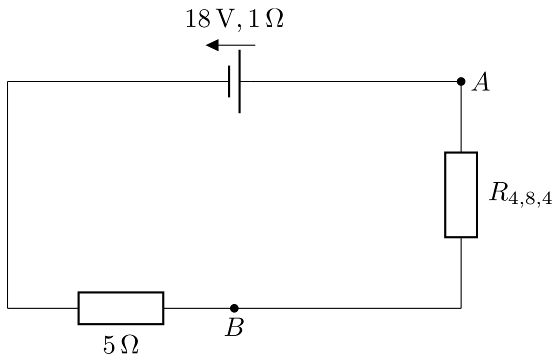
$$R_{4,8} = 8\,\Omega + 4\,\Omega = 12\,\Omega.$$



Les résistances $R_{4,8}$ et de $4\,\Omega$ sont en parallèle :

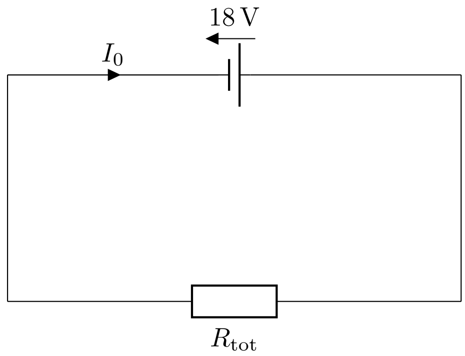
$$\frac{1}{R_{4,8,4}} = \frac{1}{12\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} = \frac{4+12}{48\,\Omega} = \frac{1}{3\,\Omega}$$

$$\Rightarrow \quad R_{4,8,4} = 3\,\Omega.$$



Les résistances de $1\,\Omega$, $R_{4,8,4}$ et de $5\,\Omega$ sont en série :

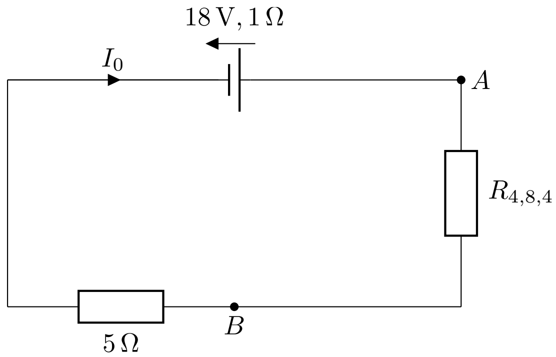
$$R_{\text{tot}} = 1\,\Omega + 3\,\Omega + 5\,\Omega = 9\,\Omega.$$



La tension aux bornes de R_{tot} est celle du générateur (loi des mailles) :

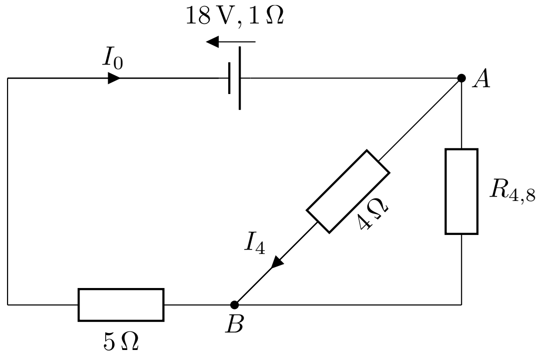
$$R_{\text{tot}} I_0 = U_0 = 18\,\mathrm{V} \quad \Rightarrow \quad I_0 = \frac{U_0}{R_{\text{tot}}} = \frac{18\,\mathrm{V}}{9\,\Omega} = 2\,\mathrm{A}.$$

Si l'on entend trouver des tensions ou des courants dans des parties du circuit, il convient de détailler à nouveau ce dernier :



La tension U_{AB} est celle aux bornes de $R_{4,8,4}$:

$$U_{AB} = R_{4,8,4} I_0 = 3\,\Omega \cdot 2\,\mathrm{A} = 6\,\mathrm{V}.$$



Ainsi,

$$U_{AB} = R_4 I_4 \quad \Rightarrow \quad I_4 = \frac{U_{AB}}{R_4} = \frac{6\,\mathrm{V}}{4\,\Omega} = 1.5\,\mathrm{A}.$$