**Physique**
Semestre de printemps 2025

Guido Burmeister

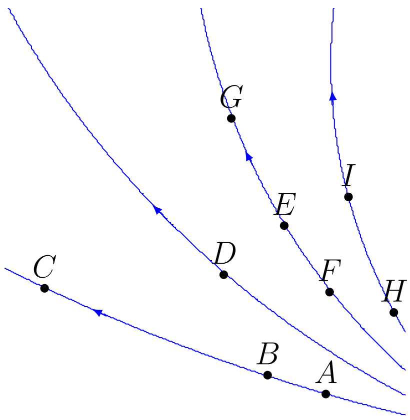
https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15142

# Corrigé 5

## Exercice 1

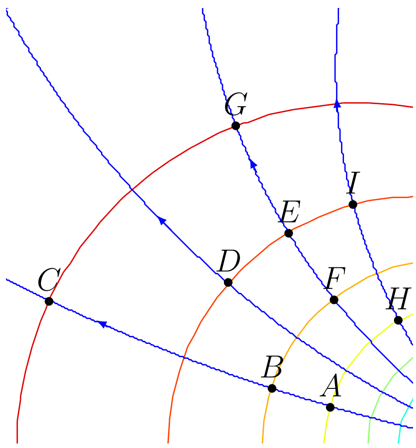
Nous allons exploiter la définition de la tension entre deux points, ainsi que celle du potentiel en un point.

Tout d'abord, il est possible d'indiquer **le sens** du champ électrique :




La tension entre $A$ et $B$ étant positive, en allant de $A$ à $B$, on "descend" le champ électrique $\vec{E}$.

Esquissons maintenant **les équipotentielles** passant par les points donnés :




Les points $A$ et $H$ se trouvent sur une même équipotentielle (normale aux lignes de champ). De même pour

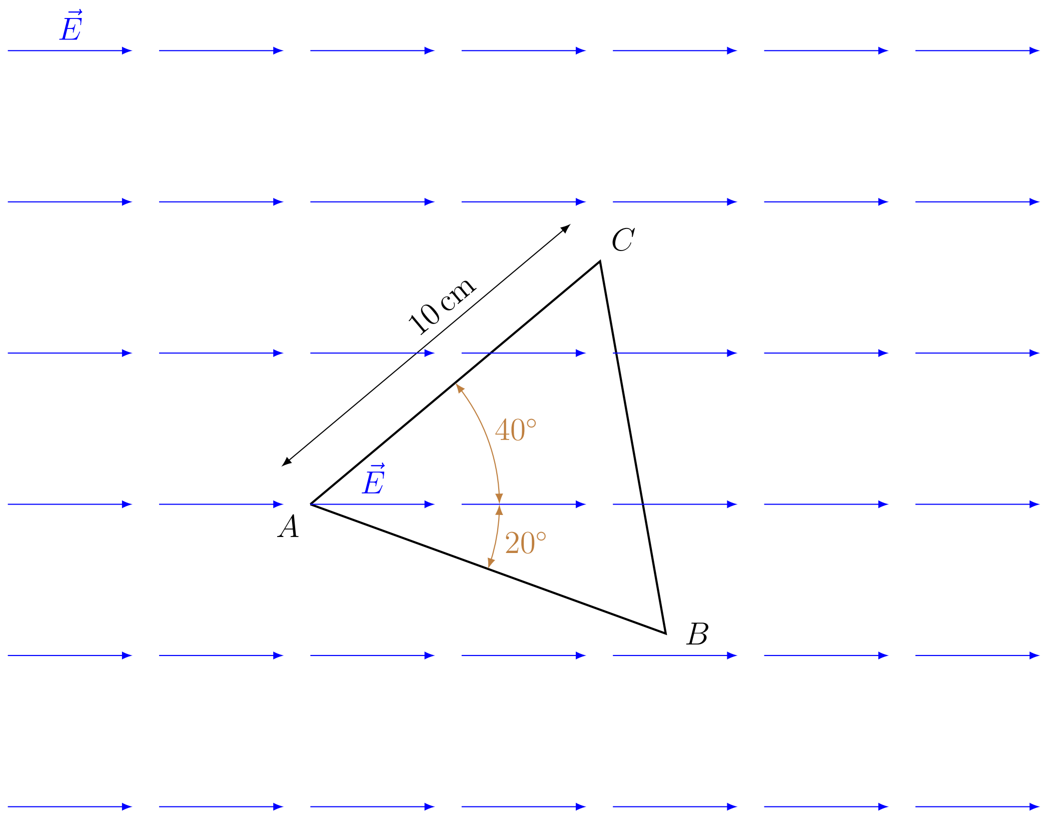
- $B$ et $F$ ,
- $D$ , $E$ et $I$ ,
- $C$ et $G$ .

La différence de potentiel entre $B$ et $D$ est environ $U_{BD} = 2\,\text{V}$. Donc par rapport à $D$ ,

$$\Phi_A = 4\,\text{V},\ \Phi_B = 2\,\text{V},\ \Phi_D = 0\,\text{V},\ \Phi_C = -2\,\text{V}.$$

## Exercice 2

Il convient, comme d'habitude, de commencer par faire un dessin. Ensuite, nous allons exploiter la définition de la tension.



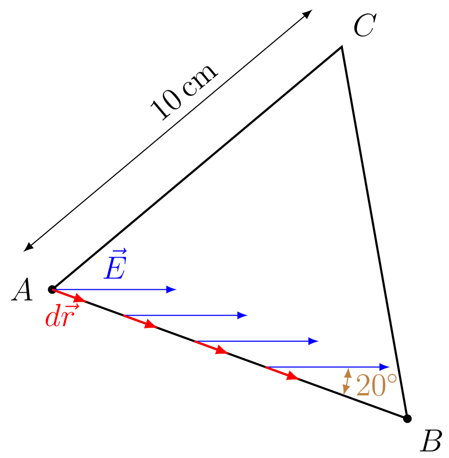

Par définition, la tension $U_{AB}$ entre un point $A$ et un point $B$ est donnée par

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}.$$

On cherche à déterminer la tension entre le point $A$ et le point $B$ :

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}.$$

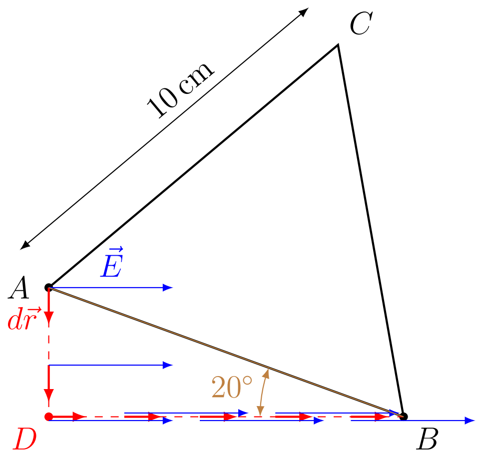
Lorsque l'on se déplace de $A$ à $B$ en suivant le côté $AB$ du triangle, le vecteur $\vec{E}$ est constant, de même que le vecteur $d\vec{r}$ :




Ainsi, la tension s'écrit

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^B ||\vec{E}|| \cos(20°)\, dr = ||\vec{E}|| \cos(20°) \int_A^B dr \\ &= ||\vec{E}|| \cos(20°)\, ||\overrightarrow{AB}|| = 15 \cdot \cos(20°) \cdot 0.1 \cong 1.41\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

**Remarque :**
On aboutit à la même conclusion en considérant n'importe quel chemin entre les points $A$ et $B$. On peut par exemple choisir le chemin ADB suivant :



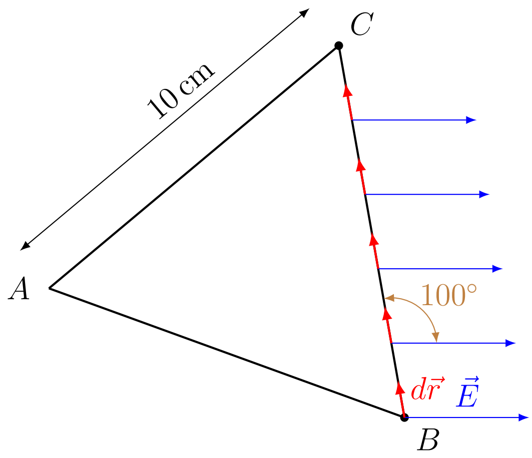

La tension est alors donnée par

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_A^D \vec{E}\cdot d\vec{r} + \int_D^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0 + \int_D^B ||\vec{E}||\, dr = ||\vec{E}|| \int_D^B dr \\ &= ||\vec{E}||\, ||\overrightarrow{AB}|| \cos(20°) = 15\cdot 0.1\cdot \cos(20°) \cong 1.41\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

Sur le chemin $AD$, la tension est nulle car le vecteur $\vec{E}$ est perpendiculaire au vecteur $d\vec{r}$. On cherche maintenant à déterminer la tension entre le point $B$ et le point $C$ :

$$U_{BC} = \int_B^C \vec{E}\cdot d\vec{r}.$$

Lorsque l'on se déplace de $B$ à $C$ en suivant le côté $BC$ du triangle, le vecteur $\vec{E}$ est constant, de même que le vecteur $d\vec{r}$ :



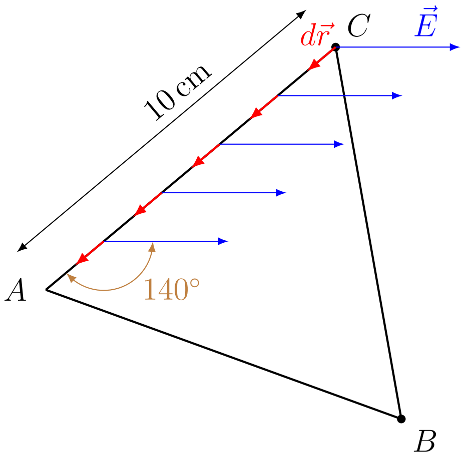

Ainsi, la tension s'écrit

$$\begin{aligned} U_{BC} &= \int_B^C \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_B^C ||\vec{E}|| \cos(100°)\, dr = ||\vec{E}|| \cos(100°) \int_B^C dr \\ &= ||\vec{E}|| \cos(100°)\, ||\overrightarrow{BC}|| = 15\cdot \cos(100°)\cdot 0.1 \cong -0.26\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

Finalement, nous allons déterminer la tension entre le point $C$ et le point $A$ :

$$U_{CA} = \int_C^A \vec{E}\cdot d\vec{r}.$$

Lorsque l'on se déplace de $C$ à $A$ en suivant le côté $CA$ du triangle, le vecteur $\vec{E}$ est constant, de même que le vecteur $d\vec{r}$ :




Ainsi, la tension s'écrit

$$\begin{aligned} U_{CA} &= \int_C^A \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_C^A ||\vec{E}||\cos(140°)\,dr = ||\vec{E}||\cos(140°)\int_C^A dr \\ &= ||\vec{E}||\cos(140°)\,||\overrightarrow{CA}|| = 15\cdot\cos(140°)\cdot 0.1 \cong -1.15\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

**Remarque :**
Les valeurs que nous avons obtenues vérifient bien l'annulation de la tension le long d'un chemin fermé :

$$U_{AA} = \int_A^A \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0\,\mathrm{V}.$$

En effet,

$$\begin{aligned} U_{AA} &= U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} \\ &= ||\vec{E}||\cos(20°)\,||\overrightarrow{AB}|| + ||\vec{E}||\cos(100°)\,||\overrightarrow{BC}|| + ||\vec{E}||\cos(140°)\,||\overrightarrow{CA}|| \\ &= ||\vec{E}||\,||\overrightarrow{AB}||\,\big(\cos(20°)+\cos(100°)+\cos(140°)\big) \\ &= ||\vec{E}||\,||\overrightarrow{AB}||\,\big(2\cos(60°)\cos(40°)+\cos(140°)\big) \\ &= ||\vec{E}||\,||\overrightarrow{AB}||\,\big(2\cos(60°)\cos(40°)-\cos(40°)\big) \\ &= ||\vec{E}||\,||\overrightarrow{AB}||\,\cos(40°)\,\big(2\cos(60°)-1\big) \\ &= ||\vec{E}||\,||\overrightarrow{AB}||\,\cos(40°)\,\big(2\,\frac{1}{2}-1\big) \\ &= 0\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

**Exercice 3**
Il convient de se remémorer les notions de force conservative, d'énergie potentielle et de potentiel (par exemple en faisant l'analogie avec la force de gravitation).
Tout comme la force gravitationnelle, la force électrique est une force conservative en électrostatique. Ainsi, le travail de la force électrique sur une particule de charge $q$, entre deux points $A$ et $B$, s'écrit

$$W_{A\to B}(\vec{F}_{\text{él.}}) = q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = E_{\text{pot}}(A) - E_{\text{pot}}(B) = qU_{AB}\,,$$

où la tension électrique $U_{AB}$ ne dépend que des points $A$ et $B$ (et non pas du chemin suivi par la particule). On introduit alors la notion de potentiel électrique :

$$U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B \,,$$

telle que

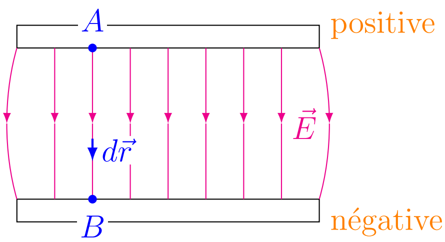
$$W_{A\to B}(\vec{F}_{\text{él.}}) = E_{\text{pot}}(A) - E_{\text{pot}}(B) = q\,\Phi_A - q\,\Phi_B \,.$$

Les potentiels aux points $A$ et $B$, $\Phi_A$ et $\Phi_B$, sont définis à une constante arbitraire près, mais la tension $U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B$ ne dépend pas du choix de cette constante.

La seule connaissance de la tension $U_{AB}$ entre deux points $A$ et $B$ ne permet donc pas de connaître les potentiels $\Phi_A$ et $\Phi_B$.

**Exercice 4**

Pour rappel, le potentiel électrique est un champ scalaire : à tout point de l'espace est associé une valeur du potentiel électrique.
Nous allons considérer un condensateur plan. L'approche est identique pour toute autre géométrie.




Les lignes du champ électrique $\vec{E}$ vont de l'armature positive vers l'armature négative.

Tous les points sur une même armature sont au même potentiel (une armature représente un seul et même conducteur). Prenons $A$ sur l'armature positive et $B$ sur l'armature négative, sur la même ligne de champ que $A$.

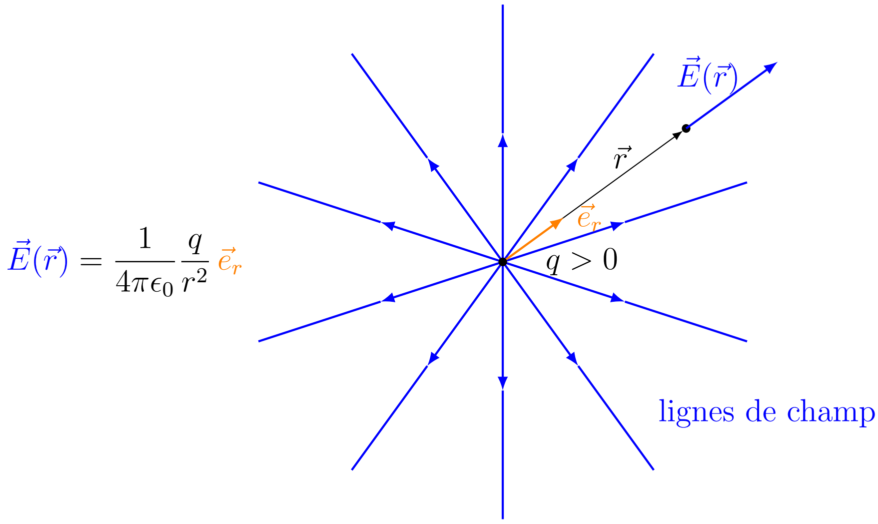
La tension entre $A$ et $B$, donc également la différence de potentiel entre $A$ et $B$, s'écrit

$$U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} > 0\,.$$

Comme le champ $\vec{E}$ et le déplacement $d\vec{r}$ sont de même sens, l'intégrale prend une valeur positive. Autrement dit, en "descendant" le champ, le potentiel diminue. Ainsi, $\Phi_A > \Phi_B$ et c'est l'armature positive qui se trouve au potentiel le plus élevé.

**Exercice 5**

Nous allons construire les lignes du champ électrique produit par la charge et en déduire la nature des équipotentielles à partir de la définition de la tension et du potentiel électriques. Nous allons faire un dessin dans le cas d'une charge positive : $q > 0$. La charge $q$ produit un champ électrique $\vec{E}$ qui est radial et dirigé vers l'extérieur :

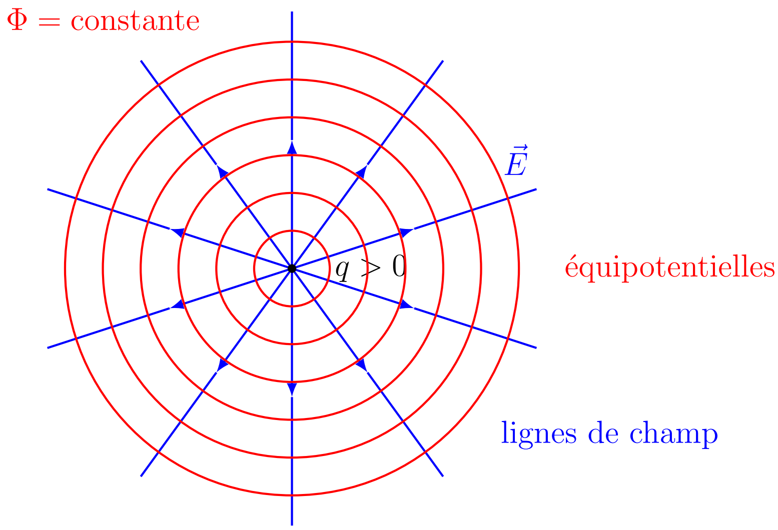



Vue en deux dimensions (coupe transversale)

La tension mesurée entre deux points quelconques d'une équipotentielle doit être nulle :

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = \Phi_A - \Phi_B = 0\,,$$

où les points $A$ et $B$ appartiennent à la même équipotentielle ($\Phi_A = \Phi_B$). Par conséquent, les surfaces équipotentielles doivent être des sphères centrées sur la charge $q$ (voir la représentation en deux dimensions en page suivante).




Vue en deux dimensions (coupe transversale)

On vérifie alors bien que la tension entre deux points d'une même sphère est nulle (le champ $\vec{E}$ étant alors toujours **perpendiculaire** à la surface, et par suite à tout vecteur $d\vec{r}$ du chemin).

Le potentiel électrique a pour expression

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} + \text{constante}\,.$$

Il prend effectivement des valeurs constantes sur des sphères centrées sur la charge $q$ :

$$\Phi(\vec{r}) = \text{constante} \quad \Leftrightarrow \quad r \text{ est constant}\,.$$

En électrostatique, les lignes de champs électriques sont toujours **perpendiculaires** aux équipotentielles.

### Exercice 6

(a) En un point $P$ quelconque de l'espace (mis à part $C_1$ et $C_2$), le champ électrique dû aux charges $q_1$ et $q_2$ aux points $C_1$ et $C_2$ est la somme des champs électriques dus aux charges individuelles (principe de superposition).

Nous allons calculer les champs électriques $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ en quelques points et effectuer leur somme graphiquement.

En un point $P$ choisi par exemple à $r_1 = 2.5\,\mathrm{cm}$ de $C_1$ et à $r_2 = 4.3\,\mathrm{cm}$ de $C_2$ , nous déterminons le champ dû à $q_1$ :

- la direction est définie par $P$ et $C_1$ ,
- le sens est "à l'opposé" de $q_1$ (car $q_1 > 0$) ,
- la norme vaut

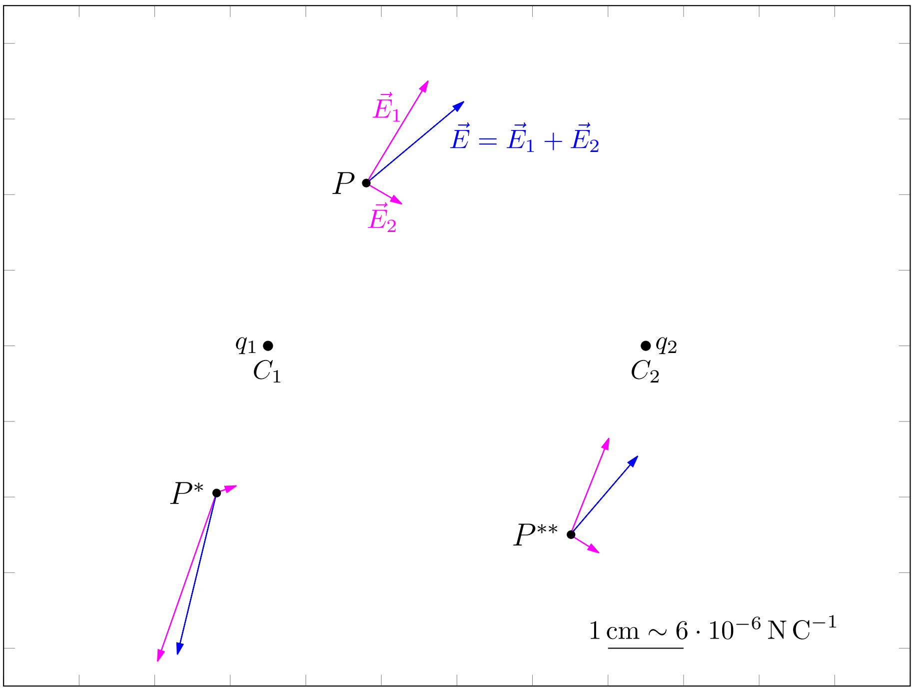
$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2} \cong 9.21 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N\,C^{-1}}$$

et le champ dû à $q_2$ :

- la direction est définie par $P$ et $C_2$ ,
- le sens est "vers" $q_2$ (car $q_2 < 0$) ,
- la norme vaut

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2|}{r_2^2} \cong 3.12 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N\,C^{-1}}.$$

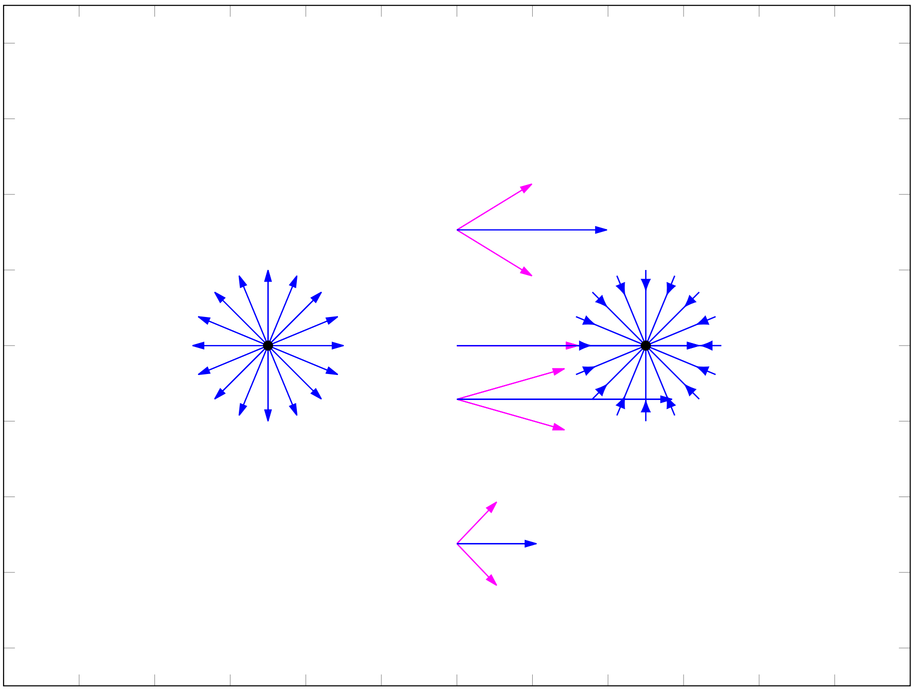
Nous reportons ces vecteurs à une certaine échelle sur le dessin et effectuons l'addition graphiquement :



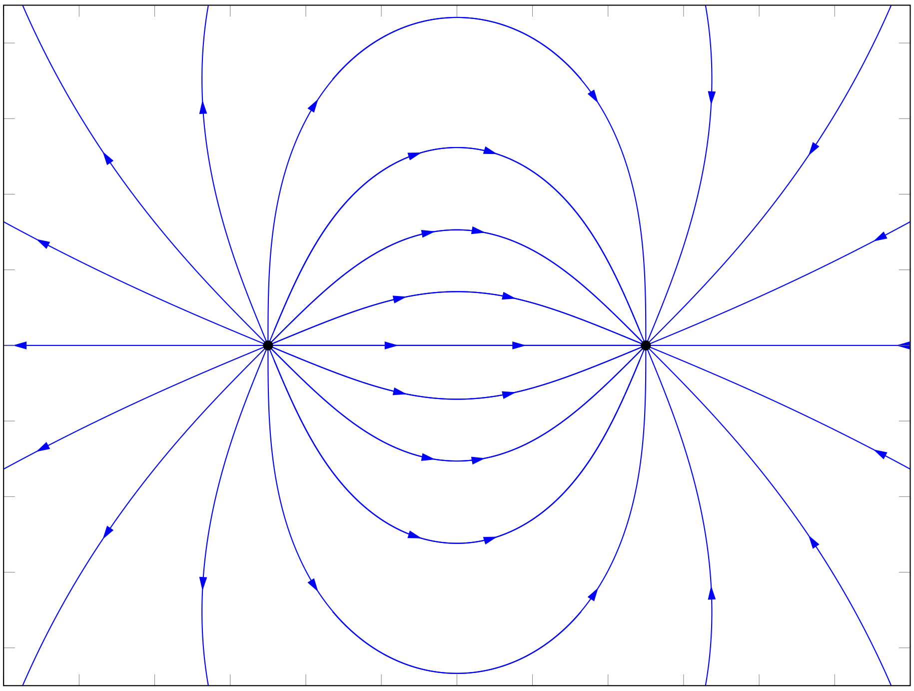

Sur le dessin, nous avons également appliqué le principe de superposition à deux autres points $P^*$ et $P^{**}$.

(b) Remarquons tout d'abord que la situation est invariante par rotation d'axe $C_1C_2$ . Ensuite, en échangeant les charges, nous avons la même situation qu'initialement, à la différence près que les champs sont inversés. Il existe donc une symétrie plane, de plan médiateur du segment $C_1C_2$ . Nous déterminons les champs dus à $q_1$ et à

$q_2$ sur le plan médiateur : ils sont symétriques par rapport à la direction $C_1C_2$. Le champ résultant est donc parallèle à $C_1C_2$. De plus, à proximité d'une charge, le champ dû à cette charge est très important (la distance à la charge étant petite) et le champ dû à l'autre charge est négligeable. Le champ résultant possède donc à proximité des charges une symétrie centrale.

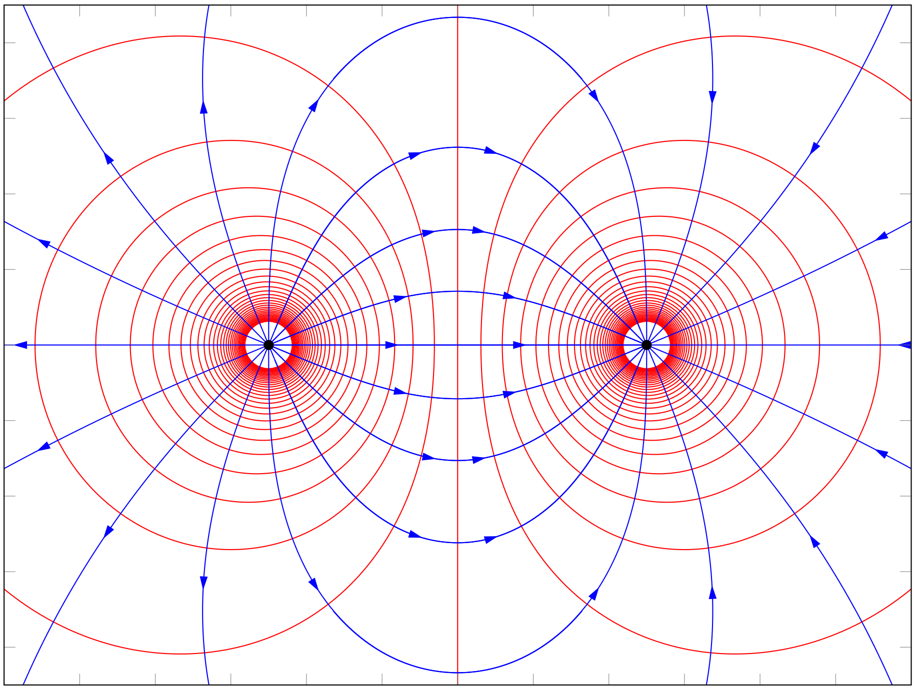


En reliant les deux comportements établis ci-dessus, nous pouvons tracer approximativement les lignes du champ (résultant) dû aux deux charges :



Plus les lignes de champ s'écartent, plus l'intensité du champ électrique diminue.

(c) En électrostatique, les surfaces équipotentielles sont normales aux lignes de champ :

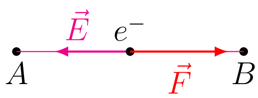


Il est judicieux de représenter des équipotentielles par incrémentation régulière du potentiel. En effet, on a alors que plus ces équipotentielles sont rapprochées, plus le champ électrique est intense.

**Exercice 7**

Pour les deux cas, nous allons visualiser la situation sur un dessin et utiliser le théorème de l'énergie cinétique.

Pour le cas de l'électron, comment est la force entre les points de départ et d'arrivée ? Comment est le champ électrique ? Quel est le signe de la tension entre ces points ? Notons $A$ le point de départ et $B$ le point d'arrivée :




La force accélérant l'électron est dirigée vers $B$.

Le champ électrique est opposé à $\vec{F} = q_e\vec{E}$, car $q_e = -e < 0$. Il est dirigé vers $A$.

La tension entre $A$ et $B$ est négative : de $A$ vers $B$ on "remonte" le champ $\vec{E}$ et

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -U_0\,, \quad \text{avec } U_0 = 1\,\text{V}\,.$$

Le théorème de l'énergie cinétique entre $A$ et $B$ permet alors de connaître la vitesse de l'électron en $B$ par rapport à celle en $A$. En négligeant le poids de l'électron devant la force électrique,

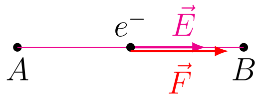
$$\begin{aligned} E_{\text{cin}}(B) - E_{\text{cin}}(A) &= W^{\text{ext}}_{A\to B} \\ \frac{1}{2}m_e v_e^2 - 0 &= q_e U_{AB}\,. \end{aligned}$$

La charge de l'électron étant négative,

$$\frac{1}{2}m_e v_e^2 - 0 = q_e U_{AB} = (-e)(-U_0) = eU_0 > 0$$

$$\Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1\,\mathrm{V}}{9.11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 5.93 \cdot 10^{5}\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

Pour le cas du proton, comment est la force entre les points de départ et d'arrivée ? Comment est le champ électrique ? Quel est le signe de la tension entre ces points ? Notons à nouveau $A$ le point de départ et $B$ le point d'arrivée :




La force accélérant le proton est dirigée vers $B$ .

Le champ électrique est de même sens que $\vec{F} = q_p\vec{E}$ , car $q_p = +e > 0$ .

La tension entre $A$ et $B$ est positive : de $A$ vers $B$ on "descend" le champ $\vec{E}$ et

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = +U_0\,, \quad \text{avec } U_0 = 1\,\mathrm{V}\,.$$

Le théorème de l'énergie cinétique entre $A$ et $B$ permet alors de connaître la vitesse du proton en $B$ par rapport à celle en $A$ . En négligeant le poids du proton devant la force électrique,

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{cin}}(B) - E_{\mathrm{cin}}(A) &= W^{\mathrm{ext}}_{A\to B} \\ \frac{1}{2}m_p v_p^2 - 0 &= q_p U_{AB}\,. \end{aligned}$$

La charge du proton étant positive,

$$\frac{1}{2}m_p v_p^2 - 0 = q_p U_{AB} = eU_0 > 0$$

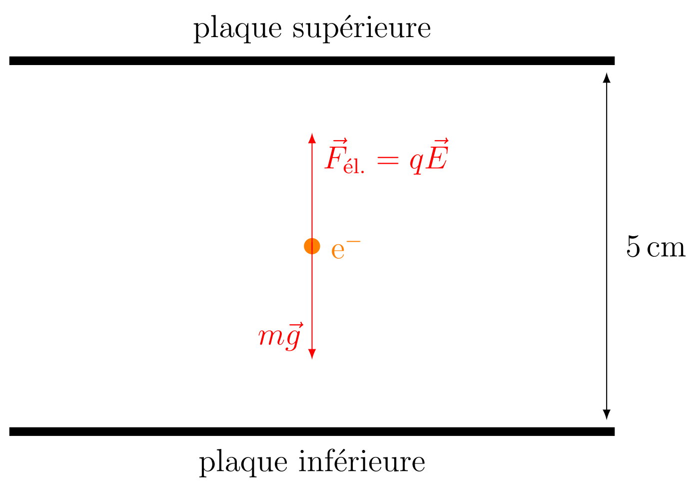
$$\Rightarrow \quad v_p = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1\,\mathrm{V}}{1.67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 1.38 \cdot 10^{4}\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

**Exercice 8**

Nous allons appliquer la deuxième loi de Newton à l'électron en tenant compte de l'expression de la force électrique.

**(a)** A l'intérieur d'un condensateur plan, le champ électrique peut être supposé uniforme ($\vec{E} = \overrightarrow{\text{constante}}$) et de direction perpendiculaire aux plaques. Ainsi, si les plaques sont horizontales, une particule de charge $q$ va subir une force verticale constante $\vec{F}_{\text{él.}} = q\vec{E}$.

Un électron de masse $m$ et de charge $q$ (objet choisi) à l'équilibre entre les deux plaques va donc subir deux forces :



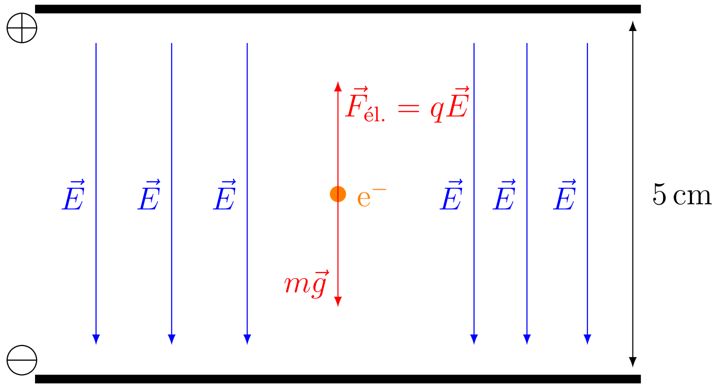
La deuxième équation de Newton s'écrit alors

$$m\vec{g} + q\vec{E} = \vec{0}\,,$$

avec $q = -e$. Par conséquent,

$$\vec{E} = \frac{m}{e}\vec{g}\,.$$

Le champ électrique $\vec{E}$ est donc de même sens que le champ de gravitation $\vec{g}$, et la plaque supérieure est chargée positivement, la plaque inférieure étant chargée négativement :




La tension entre les deux plaques est donnée par

$$U = ||\vec{E}||d\,,$$

où $d = 5\,\mathrm{cm}$ est la distance entre les plaques. Ainsi, En utilisant l'expression du champ électrique obtenue à l'étape précédente, il vient

$$U = \frac{mgd}{e} \cong 2.79 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{V}.$$

où nous avons utilisé $g = 9.81\,\mathrm{m/s}^2$, $m = 9.11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ et $q = 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

**Remarque**

Il suffit donc d'une très faible tension pour compenser le poids d'un électron et nous pourrons négliger le poids des électrons dans la plupart des calculs.

**(b)** Une tension de 6 V est bien supérieure à la tension nécessaire pour compenser le poids de l'électron. Nous allons donc ne considérer que la force électrique. La deuxième équation de Newton s'écrit alors

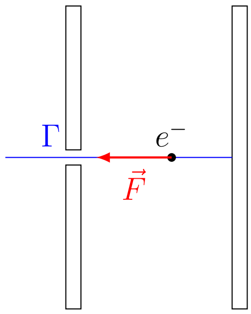
$$-e\vec{E} = m\vec{a}\,.$$

En projetant selon un repère vertical dirigé dans le sens opposé au champ électrique $\vec{E}$ et en utilisant la relation $U = ||\vec{E}||\,d$ entre la tension et le champ électrique, il vient

$$a = \frac{e||\vec{E}||}{m} = \frac{eU}{md} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 6}{9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 0.05} \cong 2.11 \cdot 10^{13}\,\mathrm{m\,s^{-2}}.$$

**Exercice 9**

**(a)** Nous allons faire un dessin de la situation et considérer les forces exercées sur l'électron :

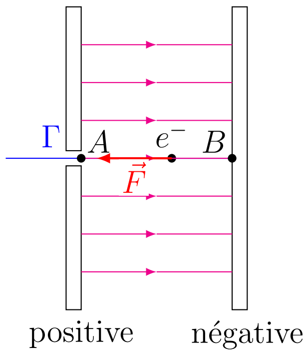



Objet : l'électron

Force : électrique $\vec{F} = q_e \vec{E}$ .

Remarque : le champ $\vec{E}$ est opposé à $\vec{F}$ . En effet, pour freiner l'électron, l'armature de gauche doit porter des charges positives et celle de droite des charges négatives.
Rappel : dans un condensateur plan, le champ est uniforme (sauf près des bords).

Nous pouvons alors utiliser le théorème de l'énergie cinétique :




Notons $A$ le point où l'électron entre dans le condensateur et $B$ celui où il atteint l'armature de droite. Alors

$$E_{\text{cin}}(B) - E_{\text{cin}}(A) = W_{A \to B}^{\text{ext}} = q_e U_{AB} \, .$$

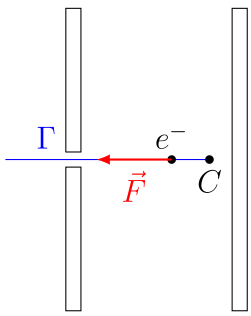
La charge de l'électron est $q_e = -e < 0$ et la tension entre $A$ et $B$ $U_{AB} = +U > 0$ , étant donné que l'électron "descend" le champ électrique.

Ainsi,

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -eU < 0 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{v_0^2 - \frac{2eU}{m}} < v_0 \, .$$

L'électron a effectivement été freiné.

**(b)** Nous allons refaire un dessin et considérer le mouvement de l'électron jusqu'à l'arrêt entre les armatures :

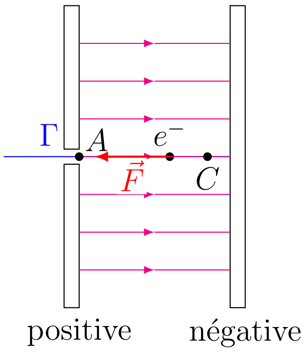



Objet : l'électron

Force : électrique $\vec{F} = q_e \vec{E}$ .

L'électron s'arrête en $C$ .

Nous pouvons à nouveau exploiter le théorème de l'énergie cinétique :




Pour le trajet de $A$ à $C$, le théorème de l'énergie cinétique s'écrit

$$E_{\text{cin}}(C) - E_{\text{cin}}(A) = W^{\text{ext}}_{A \to C} = q_e U_{AC} \,.$$

L'énergie cinétique en $C$ est nulle.
Déterminons la tension $U_{AC}$ en se souvenant que le champ $\vec{E}$ est uniforme.

Par définition,

$$U_{AC} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \vec{E} \cdot \overrightarrow{AC} = E d_{AC} \,.$$

D'autre part, la tension entre $A$ et $B$ est

$$0 < U = U_{AB} = E d_{AB} = E d \quad \Rightarrow \quad E = \frac{U}{d} \,.$$

Alors,

$$U_{AC} = E d_{AC} = U \frac{d_{AC}}{d}$$

et

$$0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q_e U_{AC} = -\frac{e U d_{AC}}{d} \quad \Rightarrow \quad d_{AC} = \frac{m v_0^2 d}{2 e U} \,.$$

La durée du freinage $t_{\text{f}}$ est obtenue par exemple en considérant l'évolution de la vitesse, sachant que l'accélération due à la force électrique est constante :

$$t_{\text{f}} = \frac{m v_0 d}{e U} \,.$$