EPFL

1

Enseignants : Burmeister
Physique contrôle 3 - CMS
18 avril 2024
Durée : 105 minutes

Dalton Joe

SCIPER : **987654**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 18 questions sur 16 pages, les dernières pouvant être vides. Ne pas dégrafer.

- Posez votre **carte d'étudiant.e** sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout **outil électronique** est **interdite** pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix unique**, on comptera :
  - les points indiqués si la réponse est correcte,
  - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  - 0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Dans les éventuelles applications numériques, on posera $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer
Antwort auswählen

ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer
NICHT Antwort auswählen

Corriger une réponse | Correct an answer
Antwort korrigieren

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

Première partie, 15 questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

Toutes les questions sur cette page sont indépendantes.

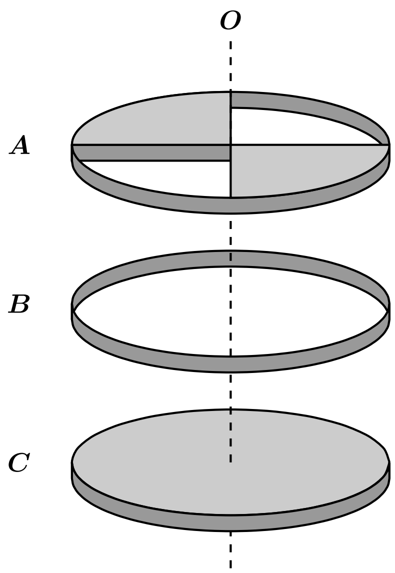
Question 1 (1 point)

Le produit scalaire entre une force et son moment par rapport à un point A est nul dans tous les cas.

☐ Faux ■ Vrai

Question 2 (2 points)

On donne trois solide A, B et C pouvant tourner autour d'un axe O. Ils sont tous homogènes et de même masse M et contenus dans un anneau de rayon R. Classez les solides dans l'ordre de difficulté croissante (du plus facile au plus difficile) de mise en rotation autour de O.



■ $C\ A\ B$ ☐ $C\ B\ A$ ☐ $A\ C\ B$
☐ $B\ A\ C$ ☐ $B\ C\ A$ ☐ $A\ B\ C$

Question 3 (2 points)

On sait que le moment d'inertie d'une tige fine (c'est-à-dire pour laquelle la longueur est bien plus grande que l'épaisseur) est $I_{\text{CM}} = \frac{1}{12}mL^2$, par rapport à un axe normal à la tige et passant par son centre de masse, m étant sa masse et L sa longueur.
Que vaut le moment d'inertie de la tige par rapport à un axe normal à la tige et passant par l'une de ses extrémités A?

☐ $I_A = \frac{1}{12}mL^2$ ■ $I_A = \frac{1}{3}mL^2$ ☐ $I_A = \frac{1}{5}mL^2$ ☐ $I_A = mL^2$
☐ $I_A = \frac{1}{8}mL^2$ ☐ $I_A = \frac{1}{2}mL^2$ ☐ $I_A = \frac{1}{4}mL^2$ ☐ $I_A = \frac{1}{6}mL^2$

Enoncé

Toutes les questions de type vrai ou faux sur cette page sont indépendantes.

Question 4 (0.5 point)

Le champ électrique créé par une charge ponctuelle n'existe qu'au voisinage de cette charge.

- [x] Faux
- [ ] Vrai

Question 5 (0.5 point)

La tension est un scalaire qui peut s'exprimer en Nm/C.

- [x] Vrai
- [ ] Faux

Question 6 (0.5 point)

Un proton initialement immobile ne peut pas être mis en mouvement grâce à un champ électrique uniforme.

- [x] Faux
- [ ] Vrai

Question 7 (0.5 point)

Deux surfaces équipotentielles peuvent se couper à angle droit.

- [x] Faux
- [ ] Vrai

Question 8 (0.5 point)

Le potentiel électrique est un champ vectoriel.

- [ ] Vrai
- [x] Faux

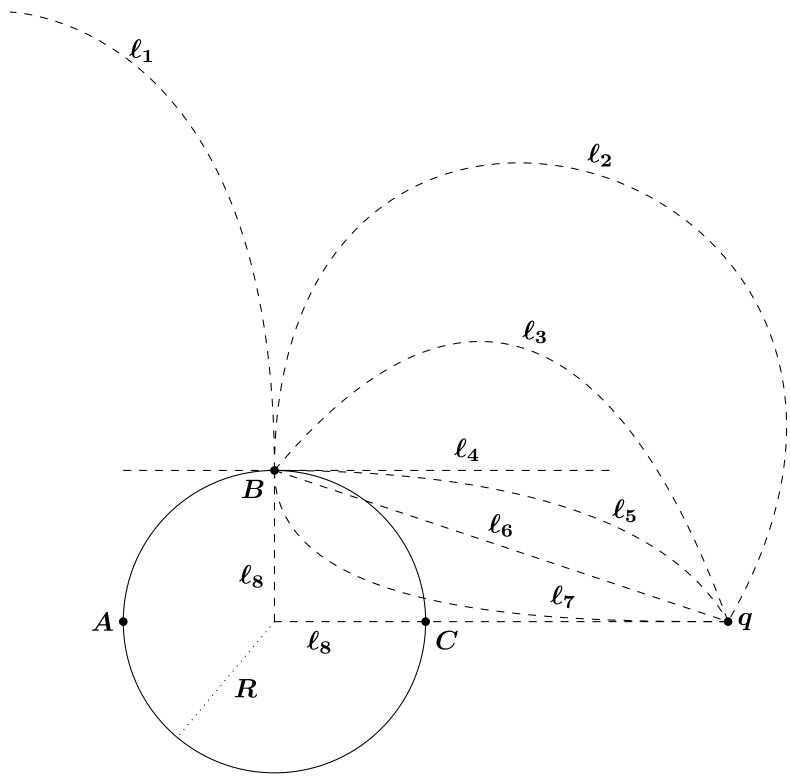
Question 9 (0.5 point)

En choisissant judicieusement une distribution de charges, il est possible de créer un champ électrique résultant dont les lignes de champ se croisent.

- [x] Faux
- [ ] Vrai

Enoncé

On considère une boule métallique de rayon R portant une charge électrique Q positive. La figure ci-dessous représente cette boule vue en coupe (représentation en deux dimensions). Une charge électrique ponctuelle négative q est maintenue au voisinage de la boule.
On donne encore 8 courbes $\ell_1, \dots, \ell_8$ situées dans ce même plan.



Question 10 (2 points)
En notant σ_P la densité superficielle de charge en un point P, laquelle des affirmations suivantes est-elle correcte ?

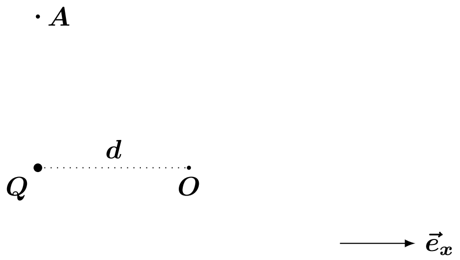
- [x] $\sigma_C > \sigma_B > \sigma_A$
- [ ] $\sigma_B > \sigma_A > \sigma_C$
- [ ] $\sigma_A > \sigma_C > \sigma_B$
- [ ] $\sigma_B > \sigma_C > \sigma_A$
- [ ] $\sigma_A = \sigma_C > \sigma_B$
- [ ] $\sigma_C > \sigma_A > \sigma_B$
- [ ] $\sigma_A = \sigma_B = \sigma_C$
- [ ] $\sigma_A = \sigma_C < \sigma_B$
- [ ] $\sigma_A > \sigma_B > \sigma_C$

Question 11 (2 points)
Parmi les courbes $\ell_1, \dots, \ell_8$, laquelle peut-elle être une ligne du champ total?

- [ ] ℓ_7
- [ ] ℓ_3
- [ ] ℓ_5
- [ ] ℓ_4
- [ ] ℓ_8
- [ ] ℓ_6
- [ ] ℓ_1
- [x] ℓ_2

Enoncé

On considère une charge électrique ponctuelle Q positive et deux points O et A, tous deux situés à une distance d de Q.
On plonge le tout dans un champ uniforme $\vec{E}_0$ à déterminer.



Question 12 (1 point)
Comment doit-on choisir la direction et le sens de $\vec{E}_0$ pour que le champ total soit nul en O?

☐ $\downarrow \vec{E}_0$ ☐ $\nearrow \vec{E}_0$ ☐ $\uparrow \vec{E}_0$ ☐ $\nwarrow \vec{E}_0$
■ $\leftarrow \vec{E}_0$ ☐ $\searrow \vec{E}_0$ ☐ $\rightarrow \vec{E}_0$ ☐ $\swarrow \vec{E}_0$

Question 13 (2 points)
Comment doit-on choisir la norme de $\vec{E}_0$?

☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d^2}$ ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d}$ ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{d^2}$ ■ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d^2}$
☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2d}$ ☐ 0 ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{d}$ ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d}$

Question 14 (1 point)
Comment sont la direction (approximativement) et le sens du champ total $\vec{E}(A)$ en A?

☐ $\searrow \vec{E}(A)$ ☐ $\downarrow \vec{E}(A)$ ☐ $\uparrow \vec{E}(A)$ ☐ $\rightarrow \vec{E}(A)$
☐ $\swarrow \vec{E}(A)$ ☐ $\nearrow \vec{E}(A)$ ☐ $\leftarrow \vec{E}(A)$ ■ $\nwarrow \vec{E}(A)$

Question 15 (2 points)
Si le potentiel total est choisi nul en O, que vaut-il en A?

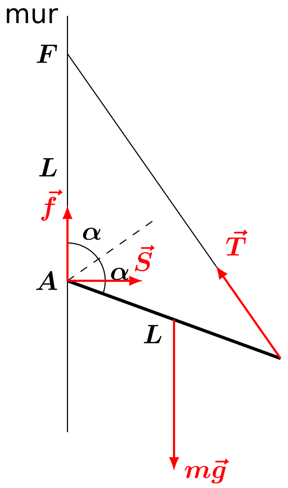
☐ $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{d}$ ☐ il n'est pas défini ☐ $0\,\mathrm{V}$ ☐ $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d}$
☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2d}$ ☐ $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{d^2}$ ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{d^2}$ ☐ $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d^2}$
■ $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d}$ ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d^2}$ ☐ $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2d}$ ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d^2}$
☐ $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d^2}$ ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d}$ ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{d}$ ☐ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d}$

Deuxième partie, 3 questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 16: *Cette question est notée sur 5 points.*

0 1 .5 2 .5 3 .5 4 .5 5 .5



Une barre de longueur L et de masse m est maintenue contre un mur grâce à un fil reliant l'extrémité de la barre au point du mur situé à distance L au-dessus du point d'appui A. L'angle que forme la barre avec le mur est alors $2\alpha < \pi$.

Dans la situation statique, quelles sont les normes de la tension dans le fil et du soutien du mur?

Solution

Pour l'objet "barre", les forces exercées sont le poids, la tension du fil, le soutien et le frottement) du mur.

Newton selon $\rightarrow \vec{e}_x$:

$$S - T\sin(\tfrac{\pi}{2} - \alpha) = 0 \Longrightarrow S = T\cos\alpha\,.$$

Variante 1 Rotation p.r. à A: $\vec{M}_A = \underbrace{\vec{M}_A(m\vec{g})}_{\otimes} + \underbrace{\vec{M}_A(\vec{T})}_{\odot} + \underbrace{\vec{M}_A(\vec{S})}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{M}_A(\vec{f})}_{\vec{0}} = \vec{0}\,.$

Selon $\odot\vec{e}_z$:

$$-\frac{L}{2}\sin(\pi - 2\alpha)mg + L\cos\alpha\,T = 0$$

$$\begin{aligned} 2\cos\alpha\,T &= \sin(2\alpha)mg = 2\sin\alpha\cos\alpha\,mg \\ T &= \sin\alpha\,mg \end{aligned}$$

Il suit par Newton

$$S = T\cos\alpha = \sin\alpha\cos\alpha\,mg$$

Variante 2 P.r. au point de fixation F du fil: $\vec{M}_F = \underbrace{\vec{M}_F(m\vec{g})}_{\otimes} + \underbrace{\vec{M}_F(\vec{T})}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{M}_F(\vec{S})}_{\odot} + \underbrace{\vec{M}_F(\vec{f})}_{\vec{0}} = \vec{0}\,.$

Selon $\odot\vec{e}_z$:

$$-\frac{L}{2}\sin(\pi - 2\alpha)mg + LS = 0$$

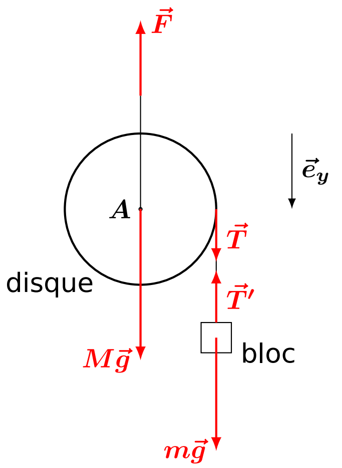
$$S = \tfrac{1}{2}\sin(2\alpha)mg = \sin\alpha\cos\alpha\,mg\,.$$

Il suit par Newton

$$S = T\cos\alpha \Longrightarrow T = \sin\alpha\,mg\,.$$

Question 17: *Cette question est notée sur 6 points.*

.5 .5 .5 .5 .5 .5
0 1 2 3 4 5 6



Un fil est d'une part enroulé sur un disque et d'autre part fixé à un bloc de masse m. Le disque est plein et homogène, de masse $M = 2m$ et de rayon R. Son moment d'inertie par rapport à son axe de symétrie est donc $I_A = \frac{1}{2}MR^2 = mR^2$.
On laisse tomber le tout, mais on cherche à freiner le disque dans sa chute en le retenant à l'aide d'un second fil fixé sur son axe A

Déterminer la tension à mettre dans le fil pour que la norme de l'accélération du bloc soit $2g/3$.

Solution

Objet disque
Forces: poids, tensions
Newton: $M\vec{g} + \vec{F} + \vec{T} = M\vec{a}_M$.
Selon $\vec{e}_y$:

$$Mg - F + T = Ma_M \Rightarrow 2mg - F + T = 2ma_M\,.$$

Rotation p.r. au CM A: $\vec{M}_A = \underbrace{\vec{M}_A(M\vec{g})}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{M}_A(\vec{F})}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{M}_A(\vec{T})}_{\otimes} = I_A\vec{\gamma}_A$. Selon $\otimes\vec{e}_z$:

$$RT = I_A\gamma_A = mR^2\gamma_A \Rightarrow T = mR\gamma_A\,.$$

Objet bloc
Forces: poids, tension
Newton: $m\vec{g} + \vec{T}' = m\vec{a}_m$.
Selon $\vec{e}_y$:

$$mg - T' = ma_m\,.$$

Liaisons
Le bloc descend plus vite que le centre du disque, car le fil se déroule: si, pendant un intervalle Δt, le cylindre avance de Δy_M selon $\vec{e}_y$ et qu'il tourne de $\Delta\varphi$ selon $\vec{e}_z$, alors le bloc avance de $\Delta y_m = \Delta y_M + R\Delta\varphi$ selon $\vec{e}_y$. Il suit que

$$\frac{\Delta y_m}{\Delta t} = \frac{\Delta y_M}{\Delta t} + R\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t\to 0]{} v_m = v_M + R\omega_A\ \forall\, t \Longrightarrow a_m = a_M + R\gamma_A\,.$$

De plus, le fil étant inextensible et sans masse,

$$T' = T\,.$$

Résolution
A résoudre:

$$\begin{aligned} 2mg - F + T &= 2ma_M \\ T &= mR\gamma_A \\ mg - T &= ma_m \\ a_m &= a_M + R\gamma_A \,. \end{aligned}$$

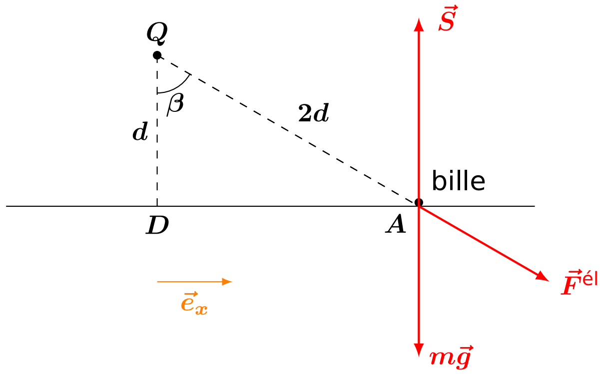
Avec $a_m = 2g/3$, on a successivement

$$\begin{aligned} mg - T = m\frac{2g}{3} \quad &\Rightarrow \quad T = \frac{mg}{3} \\ T = mR\gamma_A \quad &\Rightarrow \quad R\gamma_A = \frac{g}{3} \\ a_m = a_M + R\gamma_A \quad &\Rightarrow \quad a_M = \frac{g}{3} \\ 2mg - F + T = 2ma_M \quad &\Rightarrow \quad F = 2mg + T - 2ma_M = 2mg + \frac{mg}{3} - \frac{2mg}{3} = \frac{5mg}{3} \,. \end{aligned}$$

Question 18: *Cette question est notée sur 6 points.*

.5 .5 .5 .5 .5 .5
0 1 2 3 4 5 6

Une petite bille de masse m (considérée comme ponctuelle) porte une charge électrique $q < 0$. Elle peut glisser sans frottement sur le sol.
A une distance d du plan se trouve une charge $Q < 0$, fixe. On note D le point du plan le plus proche de Q.



(a) Que vaut l'accélération de la bille lorsqu'elle se trouve en A situé à la distance $r = 2d$ de Q? Indication: utilisez l'angle formé par D, Q et A.

(b) En absence de la bille, que vaut la tension entre A et D?

(c) Si en A la bille a une vitesse $\vec{v}_0$ vers la gauche, avec quelle vitesse passe-t-elle en D et sous quelle condition sur $\vec{v}_0$ cela est-il possible?

Solution

(a) Objet: bille
Forces: poids, soutien, force électrique due à Q
Newton:

$$m\vec{g} + \vec{S} + \vec{F}^{\text{él}} = m\vec{a}\,.$$

Selon $\rightarrow \vec{e}_x$:

$$F^{\text{él}} \sin\beta = ma \qquad \sin\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}\,.$$

La norme de $\vec{F}^{\text{él}}$ est

$$F^{\text{él}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{4d^2}\,.$$

Ainsi

$$a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{4d^2}\frac{\sqrt{3}}{2m}\,.$$

(b) La tension entre A et D est

$$U_{AD} = \Phi_A - \Phi_D = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2d} - \frac{1}{d}\right) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2d} > 0\,.$$

(c) Par le théorème de l'énergie cinétique, le poids et le soutien ne travaillant pas,

$$\frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = qU_{AD}\,,$$

Ainsi,

$$\frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2d}\,,$$

ou encore

$$v_D^2 = v_0^2 - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{md} < v_0^2\,.$$

La vitesse initiale doit être suffisante:

$$v_0^2 > \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{md}\,.$$