+1/1/60+

Enseignants : Burmeister, Sauser
Physique contrôle 2 - CMS
11 janvier 2024
Durée : 105 minutes

1

Dalton Joe

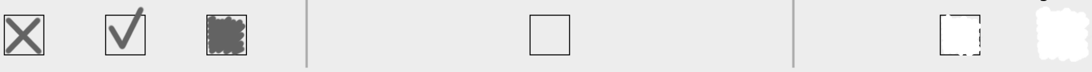
SCIPER : **987654**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 12 questions sur 12 pages, les dernières pouvant être vides. Ne pas dégrafer.

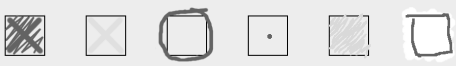
- Posez votre **carte d'étudiant.e** sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout **outil électronique** est **interdite** pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix unique**, on comptera :
  - les points indiqués si la réponse est correcte,
  - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  - 0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Dans les éventuelles applications numériques, on posera $g = 10\,\text{m/s}^2$.
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren



ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

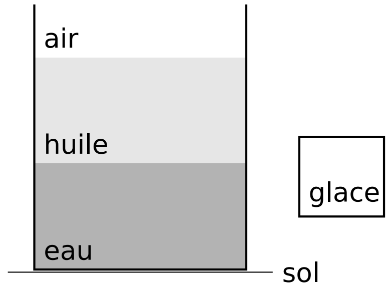


Première partie, 10 questions à choix unique

Pour chacun des trois énoncés proposés, plusieurs questions sont posées. Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

Enoncé

Un récipient contient de l'huile et un litre d'eau à $10°$C. On y ajoute un cube de glace d'arête 10 cm à $-10°$C et on observe que l'équilibre thermique s'établit à $0°$C. L'huile a alors perdu $4.4 \cdot 10^4$ J. On admet que l'épaisseur de la couche d'huile est supérieure à 10 cm et que l'on peut négliger les pertes dans l'environnement.



$\varrho_{\text{eau}} = 10^3$ kg m^{-3}, $\varrho_{\text{glace}} = 0.9 \cdot 10^3$ kg m^{-3}, $\varrho_{\text{huile}} = 0.85 \cdot 10^3$ kg m^{-3}, $c_{\text{eau}} = 4 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}, $c_{\text{glace}} = 2 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}, $c_{\text{huile}} = 1.8 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}, $\lambda_{\text{sol-liq,eau}} = 3.3 \cdot 10^5$ J kg^{-1}

Question 1 (2 points)

Question préliminaire, ne concernant que le cube de glace hors du récipient : pendant combien de temps au minimum faudrait-il éclairer un cube de glace d'arête 10 cm à $0°$C avec une lampe fournissant une puissance de 6600 W pour qu'il fonde entièrement? On néglige les pertes dans l'environnement.

- [ ] 0.2 s
- [ ] 50 s
- [x] 45 s
- [ ] $\frac{20}{9}$ s
- [ ] 90 s
- [ ] 100 s
- [ ] 18 s
- [ ] 2 s
- [ ] 20 s
- [ ] 0 s

Question 2 (2 points)

A quel endroit le cube de glace se place-t-il juste après qu'il soit mis dans le récipient?

- [ ] La moitié dans l'eau, la moitié dans l'huile
- [ ] Deux tiers dans l'eau, un tiers dans l'huile
- [ ] Un tiers dans l'huile, deux tiers dans l'air
- [ ] Deux tiers dans l'huile, un tiers dans l'air
- [x] Un tiers dans l'eau, deux tiers dans l'huile
- [ ] Au fond du récipient
- [ ] La moitié dans l'huile, la moitié dans l'air

Question 3 (1 point)

Que s'est-il passé pour l'eau déjà présente dans le récipient entre l'instant de l'ajout du bloc de glace et l'équilibre thermique? L'eau a ...

- [ ] perdu 20000 J
- [ ] gagné 2000 J
- [ ] perdu 2000 J
- [x] perdu 40000 J
- [ ] gagné 4000 J
- [ ] gagné 20000 J
- [ ] perdu 4000 J
- [ ] gagné 40000 J

Question 4 (2 points)

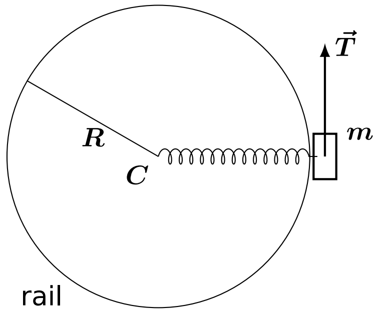
Quelle masse de glace a-t-elle fondu lorsque l'équilibre thermique est atteint?

- [ ] 0.5 kg
- [ ] 0.3 kg
- [ ] 0.4 kg
- [ ] 0.8 kg
- [ ] 0.6 kg
- [ ] 0 kg
- [ ] 0.7 kg
- [x] 0.2 kg
- [ ] 0.9 kg
- [ ] 0.1 kg

Enoncé

Un rail circulaire de rayon R est fixé horizontalement sur le sol. Un petit bloc de masse m peut longer le rail sur la partie extérieure. Il est plaqué contre le rail grâce à un ressort fixé au bloc et sur le centre C du rail. Le ressort, de constante k, a une longueur naturelle $\ell_0 = \frac{3}{4}R$. Initialement à l'arrêt, le bloc est tiré le long du rail avec une force $\vec{T}$ de norme constante T. Tous les frottements sont négligeables.

Vue de dessus :



Question 5 (2 points)
Après combien de temps le bloc a-t-il fait un tour complet, en admettant qu'il reste plaqué contre le rail?

- ☐ $\sqrt{2\pi}\sqrt{\frac{mR}{T}}$
- ☐ $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mR}{T}}$
- ☐ $\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{mR}{T}}$
- ☐ $2\pi\sqrt{\frac{mR}{T}}$
- ☐ $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{mR}{T}}$
- ■ $2\sqrt{\pi}\sqrt{\frac{mR}{T}}$

Question 6 (1 point)
A l'instant où le bloc atteint la vitesse angulaire ω autour de C, que vaut son accélération normale, en admettant qu'il reste plaqué contre le rail?

- ☐ $|a_n| = \frac{|\dot{\omega}|}{R}$
- ☐ $|a_n| = R|\dot{\omega}|$
- ☐ $|a_n| = m\frac{\omega^2}{R}$
- ☐ $|a_n| = \omega^2$
- ☐ $|a_n| = mR\omega^2$
- ■ $|a_n| = R\omega^2$
- ☐ $|a_n| = |\dot{\omega}|$
- ☐ $|a_n| = \frac{\omega^2}{R}$

Question 7 (1 point)
Pendant que le bloc reste plaqué contre le rail, la norme de la force exercée par le ressort sur le bloc . . .

- ■ reste constante
- ☐ diminue
- ☐ augmente

Question 8 (2 points)
A quelle condition la vitesse angulaire ω du bloc autour de C doit satisfaire pour que le bloc reste plaqué contre le rail?

- ☐ $\omega^2 < \frac{2k}{m}$
- ☐ $\omega^2 < \frac{4k}{m}$
- ■ $\omega^2 < \frac{k}{4m}$
- ☐ $\omega^2 > \frac{2k}{m}$
- ☐ $\omega^2 < \frac{k}{m}$
- ☐ $\omega^2 < \frac{k}{2m}$

Enoncé

Un vaisseau spatial de masse m destiné à se poser sur la Lune se trouve à une grande distance D du sol lunaire. Stabilisé par ses moteurs, ce vaisseau a une vitesse négligeable au moment d'aborder sa descente vers la Lune.

Dans les expressions ci-dessous, G est la constante gravitationnelle (constante universelle de la gravitation), M_L est la masse de la Lune, et R_L est le rayon de la Lune. On admet qu'il n'y a pas de frottement, ni d'influence d'aucun autre astre.

Question 9 (2 points)
Quelle est l'expression du travail de la force exercée par les moteurs du vaisseau spatial pendant la descente si la vitesse de ce dernier au moment de toucher le sol lunaire est nulle ?

- ☐ $\dfrac{GmM_\mathsf{L}}{(R_\mathsf{L}+D)^2}$
- ☐ $\dfrac{GmM_\mathsf{L}R_\mathsf{L}}{D(R_\mathsf{L}+D)}$
- ☐ $-\dfrac{GmM_\mathsf{L}R_\mathsf{L}}{D(R_\mathsf{L}+D)}$
- ☐ $\dfrac{GmM_\mathsf{L}D}{R_\mathsf{L}(R_\mathsf{L}+D)}$
- ☐ $-\dfrac{GmM_\mathsf{L}}{(R_\mathsf{L}+D)^2}$
- ■ $-\dfrac{GmM_\mathsf{L}D}{R_\mathsf{L}(R_\mathsf{L}+D)}$

Question 10 (1 point)
Quelle est la norme du poids du vaisseau une fois qu'il s'est posé sur la Lune ?

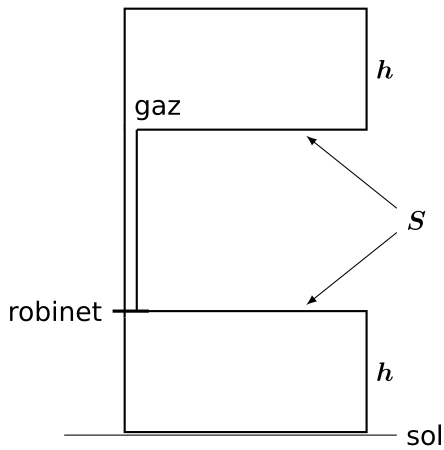
- ☐ $\dfrac{GmM_\mathsf{L}}{(R_\mathsf{L}+D)^2}$
- ☐ $\dfrac{GmM_\mathsf{L}}{R_\mathsf{L}+D}$
- ☐ $\dfrac{GmM_\mathsf{L}R_\mathsf{L}}{D(R_\mathsf{L}+D)}$
- ☐ $\dfrac{GmM_\mathsf{L}}{R_\mathsf{L}}$
- ■ $\dfrac{GmM_\mathsf{L}}{R_\mathsf{L}^2}$
- ☐ $\dfrac{GmM_\mathsf{L}D}{R_\mathsf{L}(R_\mathsf{L}+D)}$

Deuxième partie, 2 questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 11: *Cette question est notée sur 8 points.*

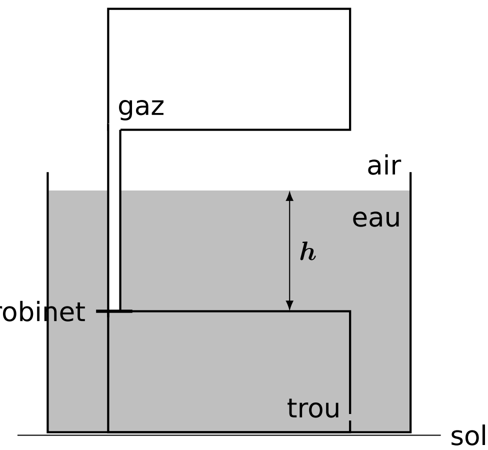
Dans l'air à température $T_a = 30$°C et pression $p_a = 10^5$ Pa, deux boîtes métalliques identiques de base $S = 3$ m^2 et de hauteur $h = 3$ m sont reliées par un petit tube de volume négligeable et muni d'un robinet. Tant que le robinet est fermé, la boîte supérieure contient un gaz à pression $p_0 = 2.5 \cdot 10^5$ Pa, alors que la boîte inférieure est vide.
Pour l'application numérique, prendre
$T_{\text{zéro absolu}} = -270$°C, $k = \frac{3}{2} \cdot 10^{-23}$ J K^{-1}.



(a) Combien y a-t-il de molécules de gaz enfermé ?

(b) Une fois le robinet ouvert, que vaut la pression du gaz enfermé à l'équilibre thermique?

On refait la même l'expérience en fixant la boîte inférieure dans un large bac d'eau, l'eau recouvrant la boîte sur une épaisseur h. La boîte est initialement remplie d'eau et un trou percé à sa base permet à l'eau d'en sortir.



(c) Une fois le robinet ouvert, on observe que du gaz entre dans la boîte inférieure.

Que vaut le volume du gaz dans la boîte inférieure à l'équilibre thermique?

On négligera la variation de l'épaisseur de la couche d'eau au-dessus de la boîte inférieure.

Solution

(a) Le gaz dans la boîte supérieure est en équilibre thermique avec l'air: $T = T_a$

$$p_0 Sh = NkT_a \;\Rightarrow\; N = \frac{p_0 Sh}{kT_a} = \frac{2.5 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 3\,\mathrm{m}^2 \cdot 3\,\mathrm{m}}{\frac{3}{2} \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}} \cdot (30 + 270)\,\mathrm{K}} = 5 \cdot 10^{26}\,.$$

(b) Le gaz occupe les deux boîtes, son volume a doublé.

$$p_1 2Sh = NkT_a = p_0 Sh \;\Rightarrow\; p_1 = \frac{p_0}{2} = 1.25 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}\,.$$

(c) Le gaz parfait occupe la boîte supérieure et une partie de la boîte inférieure. Notons δ la hauteur de gaz dans la boîte inférieure.

$$p' S(h + \delta) = NkT_a = p_0 Sh\,.$$

D'autre part, la pression du gaz est égale à celle de l'eau à la profondeur $h + \delta$. Selon la loi de l'hydrostatique,

$$p' = p_a + \varrho_{\mathrm{eau}} g(h + \delta)\,.$$

On obtient donc l'équation du deuxième degré en $h + \delta$ suivante :

$$\begin{aligned} p'(h+\delta) &= p_0 h \\ (p_a + \varrho_{\mathrm{eau}} g(h+\delta))(h+\delta) - p_0 h &= 0 \\ \varrho_{\mathrm{eau}} g(h+\delta)^2 + p_a(h+\delta) - p_0 h &= 0\,. \end{aligned}$$

On résout directement avec

$$\Delta = p_a^2 + 4\varrho_{\mathrm{eau}} g p_0 h = 10^{10} + 4 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 2.5 \cdot 10^5 \cdot 3 = 4 \cdot 10^{10} = (2 \cdot 10^5)^2\,\mathrm{Pa}^2.$$

La solution acceptable est

$$h + \delta = \frac{-10^5 + 2 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^4} = 5\,\mathrm{m}\,,$$

d'où

$$\delta = 2\,\mathrm{m}$$

et

$$\text{Volume cherché} = 2\,\mathrm{m} \cdot 3\,\mathrm{m}^2 = 6\,\mathrm{m}^3.$$

Alternativement, on peut déjà remplacer ϱ_{eau}, g, p_a et $p_0 h$ par leur valeur numérique pour avoir

$$\begin{aligned} 10^4 \cdot (h+\delta)^2 + 10^5 \cdot (h+\delta) - 3 \cdot 2.5 \cdot 10^5 &= 0 \\ (h+\delta)^2 + 10 \cdot (h+\delta) - 3 \cdot 2.5 \cdot 10 &= 0\,. \end{aligned}$$

Le discriminant est

$$\Delta = 10^2 + 4 \cdot 3 \cdot 2.5 \cdot 10 = 400 = 20^2\,,$$

et la solution acceptable

$$h + \delta = \frac{-10 + 20}{2} = 5\,\mathrm{m}\,,$$

d'où

$$\delta = 2\,\mathrm{m}\,,$$

et

$$\text{Volume cherché} = 2\,\mathrm{m} \cdot 3\,\mathrm{m}^2 = 6\,\mathrm{m}^3.$$

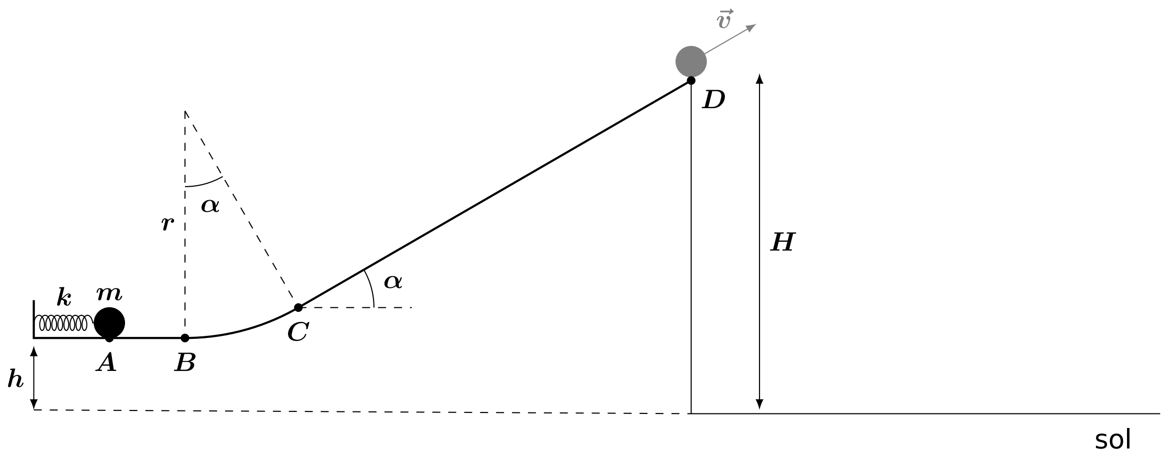
Question 12: *Cette question est notée sur 8 points.*

.5 .5 .5 .5 .5 .5 .5 .5

0 1 2 3 4 5 6 7 8

On considère une expérience durant laquelle une petite balle de masse m, initialement immobile au point A, est propulsée par un ressort de constante k le long d'un rail $ABCD$ situé dans un plan vertical. On observe que la petite balle arrive au point D avec une vitesse $\vec{v}$. Elle se retrouve alors dans le vide.

Le rail est constitué de trois parties : un court segment horizontal AB situé à une hauteur h au-dessus du sol, un segment circulaire BC d'ouverture α et de rayon de courbure $r = 3h$, et un segment CD incliné du même angle α. Le sommet D se trouve à une hauteur $H = 4h$ par rapport au sol.



Tous les effets liés à la rotation de la petite balle sont supposés négligeables.

(a) En imaginant, pour simplifier, que le frottement est négligeable le long du rail $ABCD$, déterminer la déformation initiale (compression) théorique $d_{\text{th.}}$ du ressort pour que la petite balle arrive effectivement au point D avec une vitesse $\vec{v}$.

(b) Dans la réalité, le frottement sur le rail n'est pas négligeable. On observe que pour que la petite balle arrive au point D avec une vitesse $\vec{v}$, le ressort doit être initialement déformé d'une longueur $d > d_{\text{th.}}$. En supposant que la petite balle subit un frottement constant $\vec{f}$ le long du segment CD, déterminer quelle est l'expression de l'énergie dissipée par frottement sur le trajet AC.

(c) Quelle est, par rapport au sol, la hauteur maximale atteinte par la balle après qu'elle soit passée au point D ?

Solution

(a) Si l'on suppose que le frottement est négligeable le long du rail $ABCD$, toutes les forces qui s'exercent à un moment ou à un autre sur la balle sont conservatives (cas du poids et de la force de rappel du ressort) ou ne travaillent pas (cas du soutien). L'énergie mécanique de la balle est donc conservée et on peut écrire en considérant les points A et D :

$$E_{\text{méc.}}(A) = E_{\text{méc.}}(D)\,.$$

En choisissant le zéro de l'énergie potentielle au niveau du point A, cette égalité devient :

$$0 + \frac{1}{2}kd_{\text{th.}}^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + 0 + E_{\text{pot., grav.}}(D)\,,$$

où

$$E_{\text{pot., grav.}}(D) = mg(H-h) = 3mgh\,.$$

Ainsi, la déformation initiale (théorique) du ressort est donnée par

$$d_{\text{th.}} = \sqrt{\frac{m}{k}\left(v^2 + 6gh\right)}\,.$$

(b) En présence de frottement, il est par exemple possible d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'objet "balle" entre le point A et le point D (on pourrait également exploiter la non conservation de l'énergie mécanique). Comme la balle est soumise à quatre forces à un moment ou à un autre de son déplacement le long du rail $ABCD$ (son poids $m\vec{g}$, le soutien du rail $\vec{S}$ (qui peut varier le long du rail, mais qui est toujours perpendiculaire à ce dernier), la force de rappel du ressort $\vec{F}_{\text{ressort}}$ (qui varie selon la déformation de ce dernier) et la force de frottement $\vec{F}_{\text{frottement}}$ (qui peut varier le long du rail)), nous pouvons écrire :

$$E_{\text{cin.},D} - E_{\text{cin.},A} = W_{A\to D}(m\vec{g}) + W_{A\to D}(\vec{S}) + W_{A\to D}(\vec{F}_{\text{ressort}}) + W_{A\to D}(\vec{F}_{\text{frottement}})\,,$$

où $E_{\text{cin.},A} = 0$ (la balle est immobile en A), $E_{\text{cin.},D} = \frac{1}{2}mv^2$, $W_{A\to D}(\vec{S}) = 0$ (le soutien est toujours perpendiculaire au rail, c'est-à-dire au déplacement de la balle),

$$W_{A\to D}(m\vec{g}) = E_{\text{pot. grav.},A} - E_{\text{pot. grav.},D} = 0 - 3mgh = -3mgh$$

(avec le même choix de référence qu'au point (a)),

$$W_{A\to D}(F_{\text{ressort}}) = \frac{1}{2}kd^2$$

et

$$W_{A\to D}(\vec{F}_{\text{frottement}}) = W_{A\to C}(\vec{F}_{\text{frottement}}) + W_{C\to D}(\vec{F}_{\text{frottement}})\,.$$

Dans ce dernier travail, $W_{A\to C}(\vec{F}_{\text{frottement}})$ est l'énergie dissipée cherchée et

$$W_{C\to D}(\vec{F}_{\text{frottement}}) = \int_C^D \vec{f}\cdot\vec{dr} = -f\int_C^D dr = -f\frac{3h\cos\alpha}{\sin\alpha} = -\frac{3fh\cos\alpha}{\sin\alpha}\,.$$

Ainsi, on obtient finalement que

$$W_{A\to C}(\vec{F}_{\text{frottement}}) = \frac{1}{2}mv^2 + 3mgh - \frac{1}{2}kd^2 + \frac{3fh\cos\alpha}{\sin\alpha}\,.$$

(c) Entre le point D et le sommet S de sa trajectoire dans le vide, la balle n'est soumise qu'à la force de gravité qui est une force conservative. L'énergie mécanique de la balle est donc conservée :

$$E_{\text{méc.}}(D) = E_{\text{méc.}}(S)\,.$$

En choisissant le zéro de l'énergie potentielle de gravitation au niveau du sol, cette égalité devient :

$$\frac{1}{2}mv^2 + 4mgh = \frac{1}{2}mv_S^2 + mgH_S\,,$$

où la hauteur H_S au sommet S est la hauteur cherchée, et

$$v_S = v\cos\alpha$$

est la composante horizontale (constante) de la vitesse dans le vide (au sommet, la vitesse verticale de la balle est nulle).

Ainsi, la hauteur maximale atteinte par la balle est

$$H_S = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g}(1 - \cos\alpha^2) + 4h = 4h + \frac{(v\sin\alpha)^2}{2g}\,.$$