

Physique

Semestre d'automne 2024

Roger Sauser
Guido Burmeister

<https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=14848>

Corrigé 11

Exercice 1

De l'énergie (sous forme de chaleur) passe du corps de haute température initiale (l'eau) vers le corps de basse température initiale (le fer) jusqu'à ce que l'équilibre thermique soit atteint : les températures finales sont alors identiques.

En considérant l'objet formé de l'eau et du fer comme un système isolé, on a que son énergie interne est conservée :

$$U_{\text{init}} = U_{\text{fin}}.$$

La variation de l'énergie interne est donc nulle et elle est donnée par la somme des variations de l'énergie interne de chaque constituant du système :

$$\Delta U = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{fer}} = 0.$$

Ni l'eau ni le fer n'échangent de travail. Mais un apport de chaleur s'accompagne d'un changement de température. Ainsi

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{fer}} \\ &= Q_{\text{eau}} + Q_{\text{fer}} \\ &= c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} (T_{\text{éq}} - T_{\text{eau}}) + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}} (T_{\text{éq}} - T_{\text{fer}}) = 0. \end{aligned}$$

Alors

$$\begin{aligned} T_{\text{éq}} &= \frac{c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} T_{\text{eau}} + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}} T_{\text{fer}}}{c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}}} \\ &= \frac{4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot 50 \text{ }^\circ\text{C} + 0.44 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot 20 \text{ }^\circ\text{C}}{4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 10^{-2} \text{ kg} + 0.44 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ kg}} \\ &= \frac{2.09 \cdot 10^3 \text{ J} + 0.528 \cdot 10^3 \text{ J}}{41.8 \text{ J }^\circ\text{C}^{-1} + 26.4 \text{ J }^\circ\text{C}^{-1}} \\ &= 38.39 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Exercice 2

De l'énergie (sous forme de chaleur) passe du corps de haute température initiale (l'eau ajoutée) vers les corps de basse température initiale (le vase et l'eau contenue) jusqu'à ce que l'équilibre thermique soit atteint : les températures finales sont alors identiques.

En considérant l'objet formé du vase, de l'eau initialement contenue dans le vase et de l'eau ajoutée, on a que son énergie interne est conservée :

$$U_{\text{init}} = U_{\text{fin}}.$$

La variation de l'énergie interne est donc nulle et elle est donnée par la somme des variations de l'énergie interne de chaque constituant du système :

$$\Delta U = \Delta U_{\text{vase}} + \Delta U_{\text{eau (vase)}} + \Delta U_{\text{eau (suppl)}} = 0.$$

Il n'y a aucun échange de travail. Mais un apport de chaleur s'accompagne d'un changement de température.

Notons C la capacité thermique du vase et remarquons qu'initialement le vase et l'eau qu'il contient se trouvent à la même température $T_{\text{vase}} = T_{\text{eau (vase)}} = 21^\circ\text{C}$. Ainsi

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_{\text{vase}} + \Delta U_{\text{eau (vase)}} + \Delta U_{\text{eau (suppl)}} \\ &= Q_{\text{vase}} + Q_{\text{eau (vase)}} + Q_{\text{eau (suppl)}} \\ &= C(T_{\text{éq}} - T_{\text{vase}}) + c_{\text{eau}}m_{\text{eau (vase)}}(T_{\text{éq}} - T_{\text{vase}}) + c_{\text{eau}}m_{\text{eau (suppl)}}(T_{\text{éq}} - T_{\text{eau (suppl)}}) = 0.\end{aligned}$$

Alors

$$\begin{aligned}C &= -c_{\text{eau}}m_{\text{eau (vase)}} - c_{\text{eau}}m_{\text{eau (suppl)}} \frac{T_{\text{éq}} - T_{\text{eau (suppl)}}}{T_{\text{éq}} - T_{\text{vase}}} \\ &= -c_{\text{eau}} \left(m_{\text{eau (vase)}} + m_{\text{eau (suppl)}} \frac{T_{\text{éq}} - T_{\text{eau (suppl)}}}{T_{\text{éq}} - T_{\text{vase}}} \right) \\ &= -4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \left(0.12 \text{ kg} + 0.05 \text{ kg} \frac{25^\circ\text{C} - 36^\circ\text{C}}{25^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C}} \right) \\ &= -4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} (0.12 \text{ kg} - 0.1375 \text{ kg}) \\ &= 73.15 \text{ J K}^{-1}.\end{aligned}$$

Exercice 3

Lors d'un choc, l'énergie cinétique (macroscopique) est partiellement transformée en énergie interne. On considère donc deux étapes : la conversion d'énergie (macroscopique) en énergie cinétique (macroscopique) juste avant le choc et la conversion de cette dernière en énergie interne.

Pour la boule de masse m en chute libre, la seule force en jeu est son poids, conservatif. L'énergie mécanique est conservée entre le début de la chute (1) et son arrivée au sol (2) :

$$E_{\text{méc}}(1) = E_{\text{méc}}(2).$$

En choisissant l'origine des hauteurs au sol, on a

$$mgh_1 = E_{\text{cin, CM}}(2).$$

Pour la boule, on admet que toute l'énergie cinétique (macroscopique) est convertie par chaleur en énergie interne, sans compression de la boule :

$$\Delta E_{\text{tot}} = \Delta E_{\text{cin, CM}} + \Delta U = \Delta E_{\text{cin, CM}} + Q_{\text{boule}} = \Delta E_{\text{cin, CM}} + c_{\text{Pb}}m\Delta T = 0.$$

Ainsi

$$c_{\text{Pb}}m\Delta T = -\Delta E_{\text{cin, CM}} = -(0 - E_{\text{cin, CM}}(2)) = mgh_1$$

d'où

$$\Delta T = \frac{gh_1}{c_{\text{Pb}}} = \frac{9.81 \text{ m s}^{-2} \cdot 40 \text{ m}}{0.12 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}} = 3.27 \text{ K}.$$

Exercice 4

Si l'on suppose que le système se trouve à une pression normale de 1 atmosphère, 100°C est la température d'ébullition de l'eau. Le processus de transformation de la vapeur en glace passe donc par quatre étapes successives et, pour autant que l'on connaisse la masse de la vapeur d'eau, on peut déterminer l'énergie à soutirer lors de chacune de ces étapes.

La masse de la vapeur d'eau à 100°C (et donc de la glace à -20°C) est

$$m = \rho_{\text{vapeur}} V_{\text{vapeur}} = 0.59 \cdot 0.1 \cdot 10^{-3} = 5.9 \cdot 10^{-5} \text{ kg}.$$

Le processus de solidification comprend quatre étapes :

- (1) la transition de phase vapeur-liquide,
- (2) le refroidissement du liquide,
- (3) la transition de phase liquide-solide,
- (4) le refroidissement du solide.

La chaleur qu'il faut soustraire au système lors du processus est alors composée des termes respectifs suivants :

$$Q = \underbrace{-\lambda_{\text{vl}} m}_{(1)} + \underbrace{c_l m (T_f - T_0)}_{(2)} + \underbrace{-\lambda_{\text{ls}} m}_{(3)} + \underbrace{c_s m (T_1 - T_f)}_{(4)},$$

avec $T_0 = T_{\text{vapeur}} = 100^\circ\text{C}$, $T_f = T_{\text{fusion}} = 0^\circ\text{C}$, $T_1 = -20^\circ\text{C}$, $\lambda_{\text{vl}} = \lambda_{\text{eau, vaporisation}}$, $c_l = c_{\text{eau}}$, $\lambda_{\text{ls}} = \lambda_{\text{eau, fusion}}$ et $c_s = c_{\text{glace}}$.

Numériquement, on obtient

$$\begin{aligned} Q &= -23 \cdot 10^5 \cdot 5.9 \cdot 10^{-5} + 4.18 \cdot 10^3 \cdot 5.9 \cdot 10^{-5} \cdot (0 - 100) \\ &\quad - 3.3 \cdot 10^5 \cdot 5.9 \cdot 10^{-5} + 2.06 \cdot 10^3 \cdot 5.9 \cdot 10^{-5} \cdot (-20 - 0) \\ &= -135.7 - 24.662 - 19.47 - 2.4308 \\ &= -182.2628 \text{ J}. \end{aligned}$$

Exercice 5

On commence par déterminer l'état final du système en cherchant dans une table les températures de fusion et d'ébullition de l'aluminium. On peut alors calculer la chaleur nécessaire pour obtenir une température finale de 2000°C.

Comme la température finale de l'aluminium se situe entre la température de fusion de l'aluminium ($T_{\text{fusion}} = 660.3^\circ\text{C}$) et celle d'ébullition ($T_{\text{ébullition}} = 2467^\circ\text{C}$), nous décomposons le chauffage en trois étapes :

- (1) l'échauffement du métal solide,
- (2) la transition de phase solide-liquide et
- (3) l'échauffement du métal liquide.

La chaleur absorbée dans le processus est alors composée des trois termes respectifs :

$$Q = \underbrace{c_{\text{alu, solide}} m (T_{\text{fusion}} - T_0)}_{(1)} + \underbrace{\lambda_{\text{alu, fusion}} m}_{(2)} + \underbrace{c_{\text{alu, liquide}} m (T_1 - T_{\text{fusion}})}_{(3)},$$

où $m = 10^{-2} \text{ kg}$, $c_{\text{alu, solide}} = 0.9 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $\lambda_{\text{alu, fusion}} = 3.96 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$, $c_{\text{alu, liquide}} = 1.09 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $T_0 = 50^\circ\text{C}$ et $T_1 = 2000^\circ\text{C}$.

La quantité de chaleur à apporter à l'aluminium s'élève donc à

$$\begin{aligned} Q &= 0.9 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot (660.3 - 50) + 3.96 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} + 1.09 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot (2000 - 660.3) \\ &\cong 2.41 \cdot 10^4 \text{ J}. \end{aligned}$$

Exercice 6

On considère le bilan énergétique du système “glace + récipient”. La température finale du système est nécessairement inférieure à 100°C , qui est la température d’ébullition de l’eau.

La glace reçoit de l’énergie du récipient sous forme de chaleur jusqu’à équilibre des températures. Pour le système formé de la glace et du récipient, l’énergie interne est conservée et, en admettant que le système soit isolé,

$$\Delta U = 0.$$

En l’absence de travail, l’échange entre les deux parties est donné par

$$\Delta U = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{Cu}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{Cu}} = 0.$$

Selon la quantité de glace, celle-ci fond entièrement ou partiellement. Il faut donc distinguer les cas où la température finale T_1 est supérieure ou égale à $T_{\text{eau,fusion}} = 0^\circ\text{C}$.

- $T_1 > T_{\text{eau,fusion}}$: toute la glace a fondu.

L’échange de chaleur dans le système “glace + récipient” est alors donné par

$$\lambda_{\text{eau, fusion}} m + c_{\text{eau, liquide}} m (T_1 - T_{\text{eau,fusion}}) + c_{\text{cuivre, solide}} M (T_1 - T_{\text{cuivre,0}}) = 0$$

où $\lambda_{\text{eau, fusion}} = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$, $c_{\text{eau, liquide}} = 4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $c_{\text{cuivre, solide}} = 0.39 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $M = 1 \text{ kg}$, $T_{\text{eau,fusion}} = 0^\circ\text{C}$ et $T_{\text{cuivre,0}} = 100^\circ\text{C}$.

Avec $m = 20 \text{ g}$, on obtient

$$T_1 \cong 68.41^\circ\text{C}.$$

Ce résultat est en accord avec l’hypothèse de départ : $0^\circ\text{C} < T_1 < 100^\circ\text{C}$.

Avec $m = 200 \text{ g}$, on obtient

$$T_1 \cong -22.02^\circ\text{C} < 0^\circ\text{C},$$

en contradiction avec l’hypothèse de départ. Par conséquent, toute la glace n’a pas fondu.

- $T_1 = T_{\text{eau,fusion}}$: seule une proportion a ($0 \leq a \leq 1$) de glace a fondu.

L’échange de chaleur dans le système “glace + récipient” est alors donné par

$$\lambda_{\text{eau, fusion}} am + c_{\text{cuivre, solide}} M (T_{\text{eau,fusion}} - T_{\text{cuivre,0}}) = 0$$

Avec $m = 200 \text{ g}$, il vient

$$a \cong 0.59.$$

Ainsi $am \cong 118 \text{ g}$ d’eau se trouvent sous forme liquide et 82 g sous forme solide.

Exercice 7

On considère le bilan énergétique pour chaque étape du processus.

Pour le système formé de la glace (eau solide) et la casserole, l’énergie interne est modifiée par la plaque chauffante : $\Delta U = Q^{\text{ext}} = P^{\text{ext}} \Delta t$, P^{ext} étant la puissance de chauffe de la plaque et Δt la durée de chauffage.

L’échange entre les deux parties est donné, par absence de travail, par

$$\Delta U = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{cass}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}} = Q^{\text{ext}}.$$

Etape 1 : amener le tout à la température de fusion de l’eau $T_{\text{fusion}} = 0^\circ\text{C}$.

$$Q_1^{\text{ext}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}} .$$

$$\begin{aligned} Q_1^{\text{ext}} &= c_{\text{glace}} m_{\text{eau}} (T_{\text{fusion}} - T_{\text{init}}) + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}} (T_{\text{fusion}} - T_{\text{init}}) \\ &= (c_{\text{glace}} m_{\text{eau}} + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}}) (T_{\text{fusion}} - T_{\text{init}}) \\ &= (2.06 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 0.5 \text{ kg} + 0.44 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 1 \text{ kg}) (0 \text{ }^\circ\text{C} - (-10 \text{ }^\circ\text{C})) \\ &= 0.147 \cdot 10^5 \text{ J} . \end{aligned}$$

La durée du chauffage correspondante est

$$\Delta t_1 = \frac{Q_1^{\text{ext}}}{P_{\text{ext}}} = \frac{0.147 \cdot 10^5 \text{ J}}{1800 \text{ W}} = 8.17 \text{ s} .$$

Etape 2 : faire fondre toute la glace à $T_{\text{fusion}} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$.

La transition de phase se faisant à température fixe, l'énergie interne de la casserole ne change pas.

$$Q_2^{\text{ext}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}} = Q_{\text{eau}} .$$

$$\begin{aligned} Q_2^{\text{ext}} &= \lambda_{\text{fusion}} m_{\text{eau}} \\ &= 3.3 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1} \cdot 0.5 \text{ kg} \\ &= 1.65 \cdot 10^5 \text{ J} . \end{aligned}$$

La durée du chauffage correspondante est

$$\Delta t_2 = \frac{Q_2^{\text{ext}}}{P_{\text{ext}}} = \frac{1.65 \cdot 10^5 \text{ J}}{1800 \text{ W}} = 91.67 \text{ s} .$$

Etape 3 : amener le tout à la température de vaporisation de l'eau $T_{\text{vap}} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.

$$Q_3^{\text{ext}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}} .$$

$$\begin{aligned} Q_3^{\text{ext}} &= c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} (T_{\text{vap}} - T_{\text{fusion}}) + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}} (T_{\text{vap}} - T_{\text{fusion}}) \\ &= (c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}}) (T_{\text{vap}} - T_{\text{fusion}}) \\ &= (4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 0.5 \text{ kg} + 0.44 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 1 \text{ kg}) (100 \text{ }^\circ\text{C} - 0 \text{ }^\circ\text{C}) \\ &= 2.53 \cdot 10^5 \text{ J} . \end{aligned}$$

La durée du chauffage correspondante est

$$\Delta t_3 = \frac{Q_3^{\text{ext}}}{P_{\text{ext}}} = \frac{2.53 \cdot 10^5 \text{ J}}{1800 \text{ W}} = 140.56 \text{ s} .$$

Etape 4 : faire évaporer toute l'eau à $T_{\text{vap}} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.

La transition de phase se faisant à température fixe, l'énergie interne de la casserole ne change pas.

$$Q_4^{\text{ext}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}} = Q_{\text{eau}} .$$

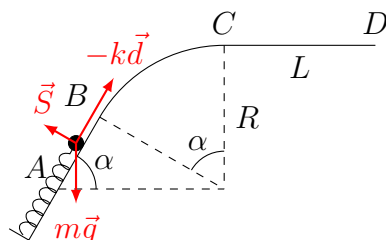
$$\begin{aligned} Q_4^{\text{ext}} &= \lambda_{\text{vap}} m_{\text{eau}} \\ &= 23 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1} \cdot 0.5 \text{ kg} \\ &= 11.5 \cdot 10^5 \text{ J} . \end{aligned}$$

La durée du chauffage correspondante est

$$\Delta t_4 = \frac{Q_4^{\text{ext}}}{P_{\text{ext}}} = \frac{11.5 \cdot 10^5 \text{ J}}{1800 \text{ W}} = 638.89 \text{ s}.$$

Exercice 8

Considérant la masse m sur le trajet de A à C (sous l'hypothèse elle ne décolle pas).



Objet : masse m

Forces : poids (conservatif), force élastique (conservative), soutien du plan (de travail nul)

Newton :

$$m\vec{g} - k\vec{d} + \vec{S} = m\vec{a}.$$

Toutes les forces étant conservatives (ou ne travaillant pas), l'énergie mécanique est conservée :

$$E_{\text{méc}}(A) = E_{\text{méc}}(C).$$

Exprimer l'énergie mécanique aux points (A) et (C).

Prenons comme origine des hauteurs le point de départ de m .

En A :

$$E_{\text{méc}}(A) = \frac{1}{2}kd_0^2.$$

En C :

$$E_{\text{méc}}(C) = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgR.$$

La masse m passe en C signifie que $v_C \geq 0$ (ou $\frac{1}{2}mv_C^2 \geq 0$).

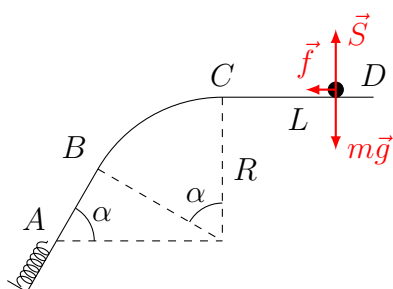
Ainsi,

$$\begin{aligned} E_{\text{méc}}(A) = E_{\text{méc}}(C) &\Leftrightarrow \frac{1}{2}kd_0^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgR \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 &= \frac{1}{2}kd_0^2 - mgR \geq 0 \Leftrightarrow d_0^2 \geq \frac{2mgR}{k} \Leftrightarrow d_0 \geq \sqrt{\frac{2mgR}{k}}. \end{aligned}$$

Poursuivre par la méthode usuelle.

Considérer les forces exercées sur m durant le trajet $C \rightarrow D$.

Considérant la masse m sur le trajet de A à C (sous l'hypothèse elle ne décolle pas).



Objet : masse m

Forces : poids (conservatif), soutien du plan (de travail nul), frottement (non conservatif)

Newton :

$$m\vec{g} + \vec{S} + \vec{f} = m\vec{a}.$$

Le poids ne travaillant pas, le théorème de l'énergie cinétique entre C et D s'écrit

$$E_{\text{cin}}(D) - E_{\text{cin}}(C) = W_{C \rightarrow D}(\vec{f})$$

avec

$$E_{\text{cin}}(D) = 0 \quad (m \text{ s'arrête en } D)$$

$$E_{\text{cin}}(C) = \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}kd_0^2 - mgR \quad (\text{cf (a)})$$

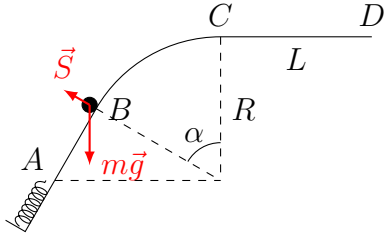
$$W_{C \rightarrow D}(\vec{f}) = -fL \quad (f \text{ constante.})$$

Ainsi

$$0 - \frac{1}{2}kd_0^2 + mgR = -fL \Leftrightarrow f = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{2}kd_0^2 - mgR \right).$$

Si la bille va trop vite lorsqu'elle passe en B , elle décolle : il convient d'appliquer la condition de non-décollement en B .

Considérer les forces exercées sur m lorsqu'elle passe en B .



Objet : masse m

Forces : poids (conservatif), soutien du plan (ne travaillant pas)

Newton :

$$m\vec{g} + \vec{S} = m\vec{a}.$$

La condition de non-décollement s'écrit $S = \|\vec{S}\| > 0$.

Selon \vec{e}_n (dirigé vers le centre du cercle) :

$$mg \cos \alpha - S = ma_n = m \frac{v_B^2}{R}.$$

D'autre part, l'énergie mécanique est conservée entre A et B (cf (a)),

$$E_{\text{méc}}(A) = E_{\text{méc}}(B) \Leftrightarrow \frac{1}{2}kd_0^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR \cos \alpha \Leftrightarrow mv_B^2 = kd_0^2 - 2mgR \cos \alpha.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} S &= mg \cos \alpha - m \frac{v_B^2}{R} = mg \cos \alpha - \frac{1}{R}(kd_0^2 - 2mgR \cos \alpha) = 3mg \cos \alpha - \frac{kd_0^2}{R} > 0 \\ \Leftrightarrow 3mg \cos \alpha &> \frac{kd_0^2}{R} \Leftrightarrow d_0^2 < \frac{3mgR \cos \alpha}{k} \Leftrightarrow d_0 < \sqrt{\frac{3mgR \cos \alpha}{k}}. \end{aligned}$$

Exercice 9

Le système constitué des deux gaz est isolé et son énergie interne U est donc conservée :

$$U = U_1 + U_2 = \text{constante}.$$

Les gaz sont monoatomiques et toute l'énergie est sous forme thermique (énergie cinétique). Initialement,

$$U_1 = \frac{3}{2}N_1kT_1 = \frac{3}{2}p_1V_1 \quad \text{et} \quad U_2 = \frac{3}{2}N_2kT_2 = \frac{3}{2}p_2V_2,$$

où N_1 et N_2 désignent respectivement le nombre d'atomes du premier gaz et du second gaz. Après le retrait de la cloison, l'équilibre du mélange (un seul gaz) s'écrit

$$U = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}pV,$$

avec $N = N_1 + N_2$ et $V = V_1 + V_2$. Ainsi, la pression et la température d'équilibre ont pour expression

$$p = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2}$$

et

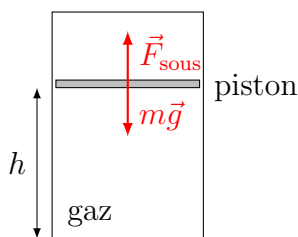
$$T = \frac{N_1T_1 + N_2T_2}{N_1 + N_2}.$$

Exercice 10

On admet que le gaz enfermé sous le piston peut être considéré comme un gaz parfait. Pour le gaz sous le piston :

$$p_0 Sh_0 = NkT_0 \Leftrightarrow \frac{2mg}{S} Sh_0 = NkT_0 \Leftrightarrow 2mgh_0 = NkT_0 \Leftrightarrow N = \frac{2mgh_0}{kT_0}.$$

La pression du gaz donne lieu à une force de pression : choisir un objet subissant cette force.



Objet : piston

Forces : poids, force de pression

Newton (équilibre) :

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{sous}} = \vec{0}.$$

Selon $\vec{e}_y \downarrow$:

$$mg - pS \Rightarrow p = \frac{mg}{S}.$$

La loi des gaz parfaits est une relation entre la pression, la température et le volume (et donc la nouvelle hauteur).

Pour le gaz sous le piston dans la nouvelle situation (la température peut avoir changé) :

$$pSh = NkT \quad \text{avec } p = \frac{mg}{S}.$$

D'autre part (cf (a)),

$$p_0 Sh_0 = NkT_0 \quad \text{avec } p_0 = \frac{2mg}{S} = 2p.$$

Alors

$$\frac{pSh}{p_0 Sh_0} = \frac{NkT}{NkT_0} \Leftrightarrow \frac{h}{2h_0} = \frac{T}{T_0} \Leftrightarrow hT_0 = 2h_0T.$$

Considérer l'énergie totale $E_{\text{tot}} = E_{\text{méc}} + U$ du système formé du gaz et du piston.

Le piston s'est-il déplacé vers le haut ou vers le bas ?

La pression initiale du gaz étant supérieure à celle nécessaire à l'équilibre du piston, celui-ci a été poussé vers le haut et le gaz s'est dilaté.

Le système formé du gaz et du piston ne subit aucune force extérieure et n'échange pas non plus de chaleur avec son environnement :

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{méc,piston}} + U_{\text{gaz}} = \text{cte} \Leftrightarrow \Delta E_{\text{tot}} = \Delta E_{\text{méc,piston}} + \Delta U_{\text{gaz}} = 0.$$

L'énergie mécanique du piston a augmenté au détriment de l'énergie interne du gaz : sa température baisse :

$$\Delta U_{\text{gaz}} = -\Delta E_{\text{méc,piston}} < 0.$$

Considérer l'énergie interne du gaz mono-atomique.

Pour un gaz mono-atomique, l'énergie interne est donnée par l'énergie cinétique moyenne de ses molécules qui ne dépend que de la température du gaz, $U = \frac{3}{2}NkT$.

Pour le gaz mono-atomique,

- l'énergie interne initiale est $U_0 = \frac{3}{2}NkT_0$
- l'énergie interne finale est $U = \frac{3}{2}NkT$.

Alors

$$\begin{aligned}
 \Delta U_{\text{gaz}} &= -\Delta E_{\text{méc,piston}} \\
 \frac{3}{2}Nk\Delta T &= -(mgh - mgh_0) \\
 &= -\left(mg\frac{2h_0T}{T_0} - mgh_0\right) \\
 &= -2mgh_0\left(\frac{T}{T_0} - \frac{1}{2}\right) \\
 &= -NkT_0\frac{2T - T_0}{2T_0} \\
 3(T - T_0) &= -2T + T_0 \\
 T &= \frac{4}{5}T_0.
 \end{aligned}$$

Exercice 11

Les forces exercées sur la masse m sont son poids, le soutien et la force de rappel.

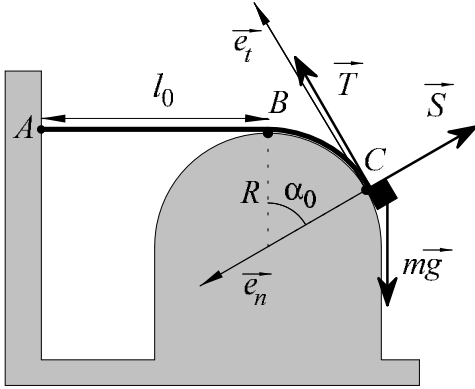
(a) à l'équilibre en α_0 ,

$$m\vec{g} + \vec{S} + \vec{T} = \vec{0}.$$

Selon la tangente \vec{e}_t :

$$kR\alpha_0 - mg \sin \alpha_0 = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{kR\alpha_0}{g \sin \alpha_0} = \frac{2\pi Rk}{3\sqrt{3}g}.$$



Comparer les énergies aux points au plus bas et au plus haut.

(b) toutes les forces étant conservatives, l'énergie mécanique est conservée. Pour l'origine des hauteurs au niveau du centre du demi-cercle,

• en C :

$$E_C = mgR \cos \alpha_0 + \frac{1}{2}k(R\alpha_0)^2,$$

• en B :

$$E_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR.$$

La masse décolle en B : le soutien s'annule.

Selon \vec{e}_n à la verticale :

$$mg = ma_n = m\frac{v_B^2}{R} \Rightarrow v_B^2 = gR.$$

Ainsi

$$mgR \cos \alpha_0 + \frac{1}{2}k(R\alpha_0)^2 = \frac{1}{2}mgR + mgR \Rightarrow m = \frac{kR\alpha_0^2}{2g} = \frac{kR\pi^2}{18g}.$$