

**EPFL****1**

Enseignants: Anne-Marie Dovi

Géométrie Analytique - CMS

13 juin 2023

Durée : 105 minutes

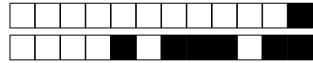
BLANK-1

SCIPER: **XXXXXX**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 5 questions sur 12 pages, les dernières pouvant être vides. Ne pas dégrafer.

- Posez votre **carte d'étudiant.e** sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout **outil électronique** est **interdite** pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix unique**, on comptera:
 - les points indiqués si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes Observe this guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte		
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		



Première partie, questions à choix unique

Pour chaque énoncé proposé, une question est posée. Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

On considère le plan muni du repère orthonormé direct $R_e = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

Enoncé

Soit la parabole \mathcal{P} suivante:

$$(y - 1)^2 = 4(3 - x - y).$$

Question 1 (2 points)

Quels sont le sommet S et la directrice d de cette parabole \mathcal{P} ?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $S(3, -1)$ et $d : x = 4$ | <input type="checkbox"/> $S(3, -1)$ et $d : x = 5$ |
| <input type="checkbox"/> $S(3, 1)$ et $d : x = 4$ | <input type="checkbox"/> $S(3, 1)$ et $d : x = 5$ |

Enoncé

Soit la conique \mathcal{C} suivante en coordonnées cartésiennes

$$10x^2 + 11xy - 6y^2 - 4x - 2y - 1 = 0$$

Question 2 (2 point)

A partir de l'équation de la conique \mathcal{C} en coordonnées homogènes, quels sont les points à l'infini de cette conique?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $(1, \frac{2}{5}, 0)$ et $(1, -\frac{3}{2}, 0)$ | <input type="checkbox"/> $(2, 5, 0)$ et $(3, -2, 0)$ |
| <input type="checkbox"/> $(-5, 2, 0)$ et $(2, 3, 0)$ | <input type="checkbox"/> $(1, -\frac{5}{2}, 0)$ et $(1, \frac{2}{3}, 0)$ |

Enoncé

Soit la conique \mathcal{C} suivante:

$$x^2 - 2xy + y^2 - 4x + 4y = 0$$

Question 3 (2 point)

Quelles sont les équations des droites de dégénérescence?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $x - y + 4 = 0$ et $x = -y$ | <input type="checkbox"/> $x + y + 4 = 0$ et $x = y$ |
| <input type="checkbox"/> $x - y - 4 = 0$ et $x = y$ | <input type="checkbox"/> $x + y - 4 = 0$ et $x = -y$ |



Deuxième partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 4: *Cette question est notée sur 6 points.*

_____ .5 _____ .5 _____ .5 _____ .5 _____ .5 _____ .5
_____ 0 _____ 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ 5 _____ 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

On considère la parabole d'équation $y^2 = 2px$, $p > 0$.

On note d sa directrice et F son foyer.

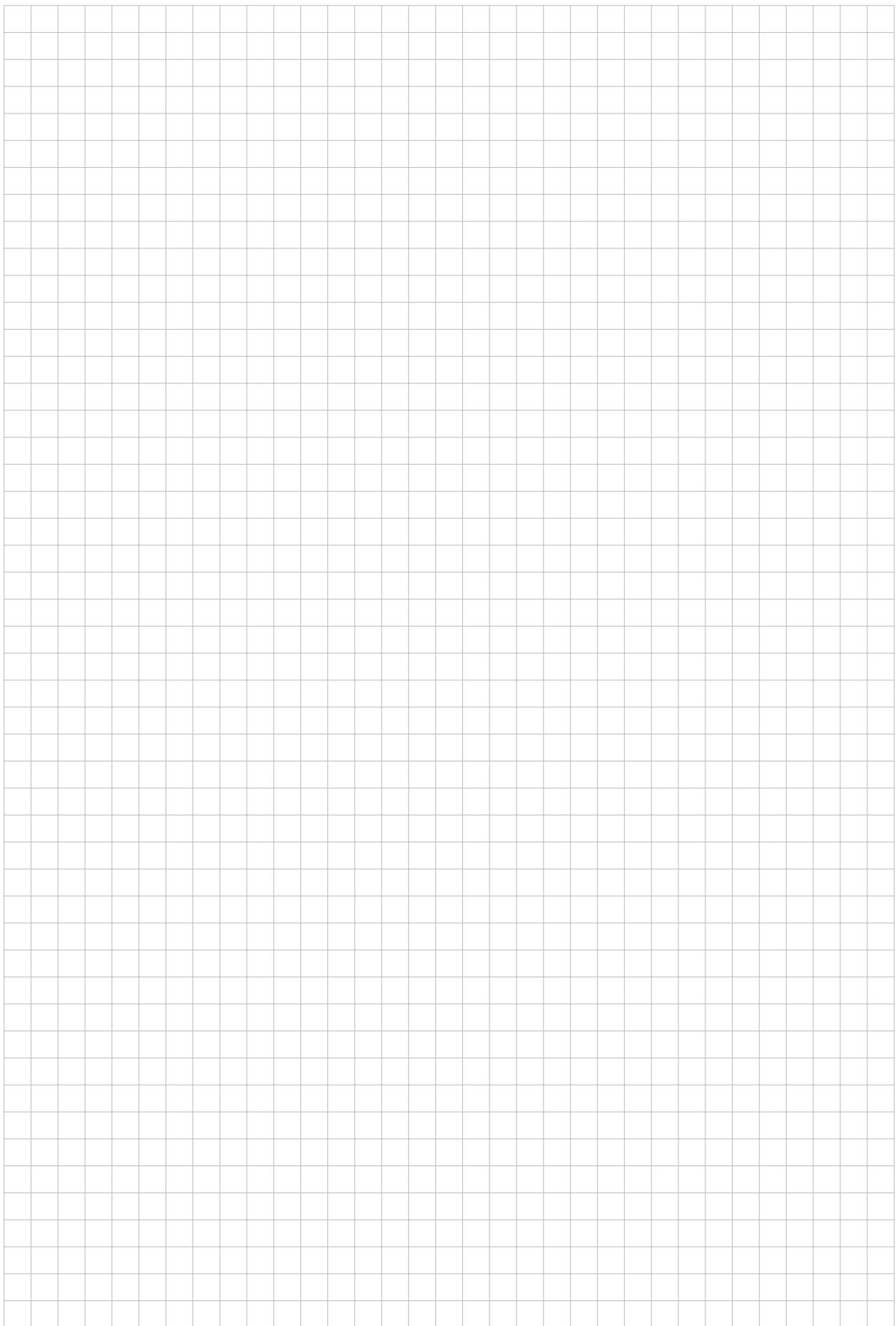
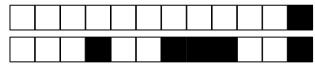
Soit M un point quelconque de la parabole, D la projection orthogonale de M sur d et t la tangente en M .

- (a) Montrer que la perpendiculaire à t menée de F passe par D .

- (b) Soit I le point d'intersection de la directrice avec l'axe de la parabole.

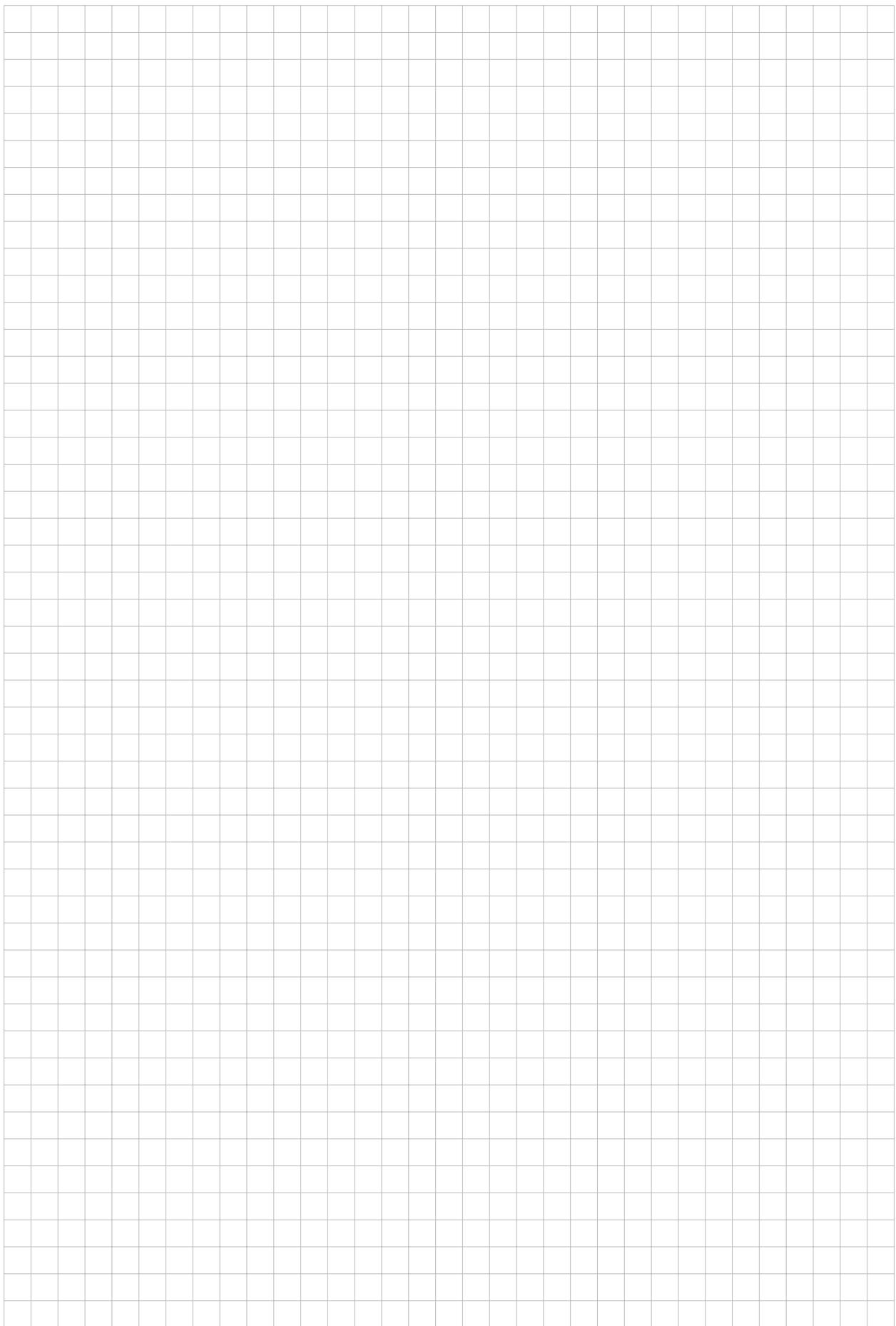
Lorsque M décrit la parabole, déterminer l'équation cartésienne du lieu de K , point de concours des médiatrices du triangle IDM .

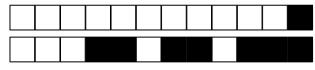
Montrer que ce lieu est une parabole et donner les coordonnées de son sommet et de son foyer.





+1/5/56+





+1/6/55+



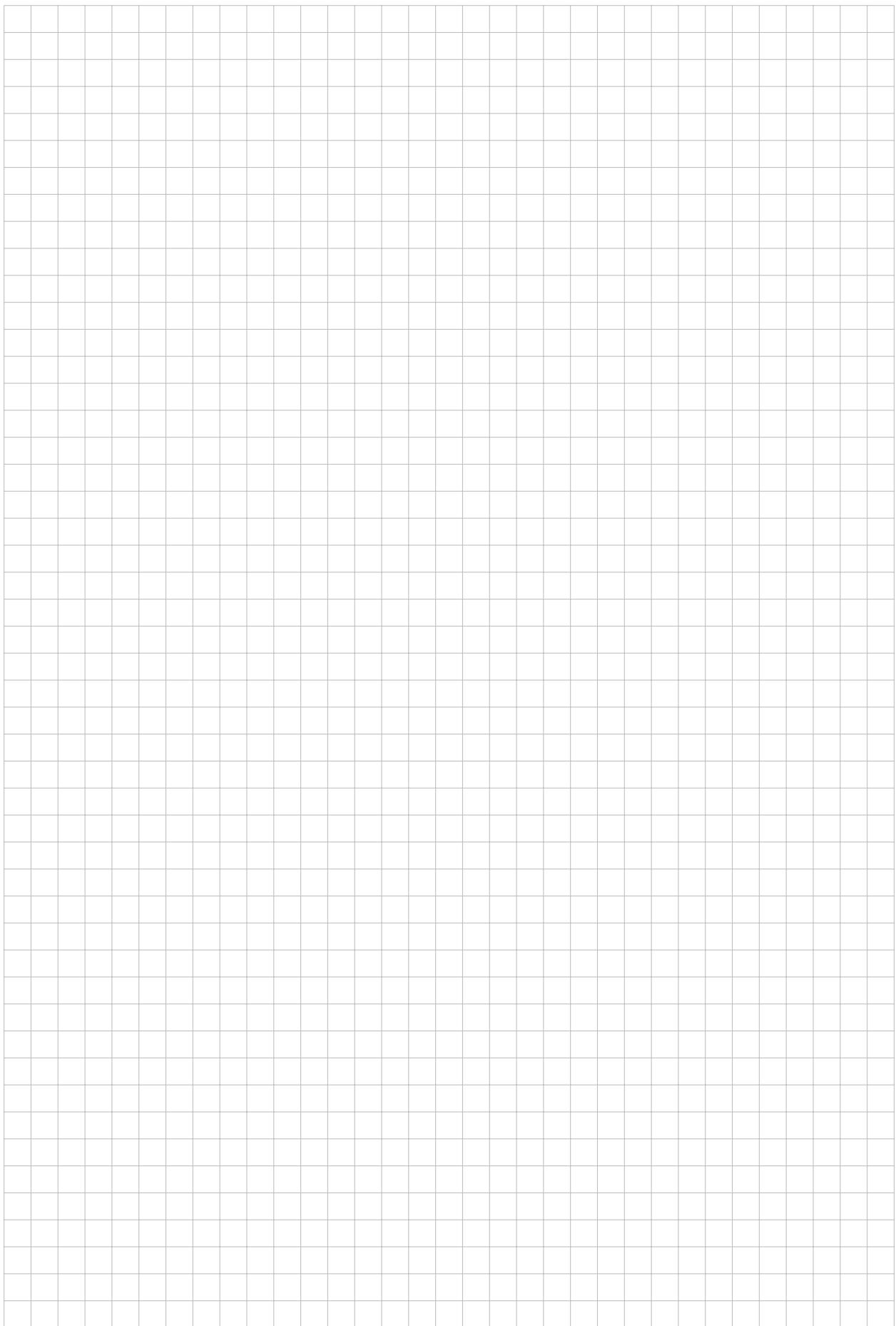
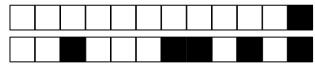
Question 5: Cette question est notée sur 8 points.

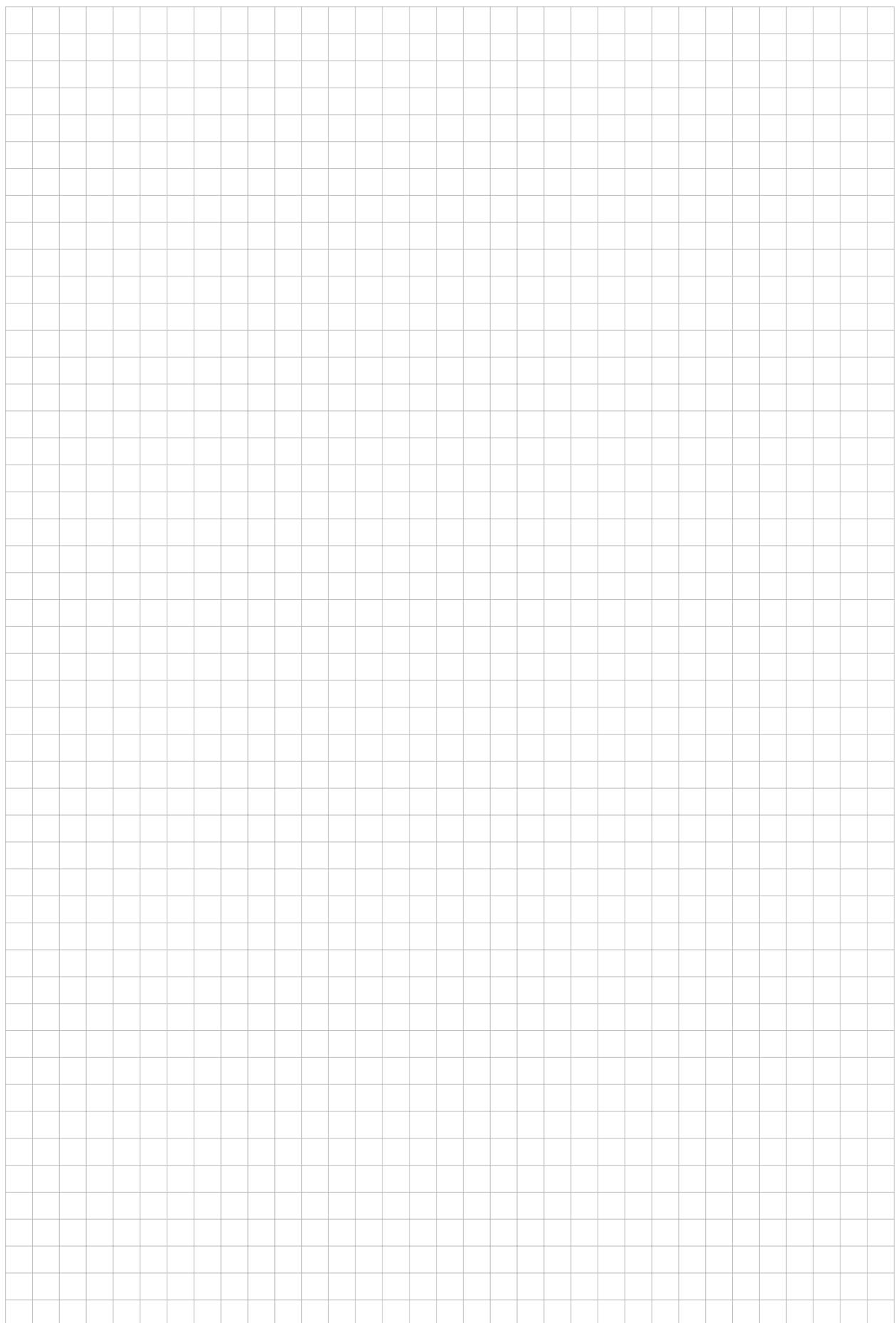
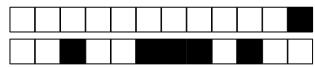
<input type="text"/> .5								
<input type="text"/> 0	<input type="text"/> 1	<input type="text"/> 2	<input type="text"/> 3	<input type="text"/> 4	<input type="text"/> 5	<input type="text"/> 6	<input type="text"/> 7	<input type="text"/> 8

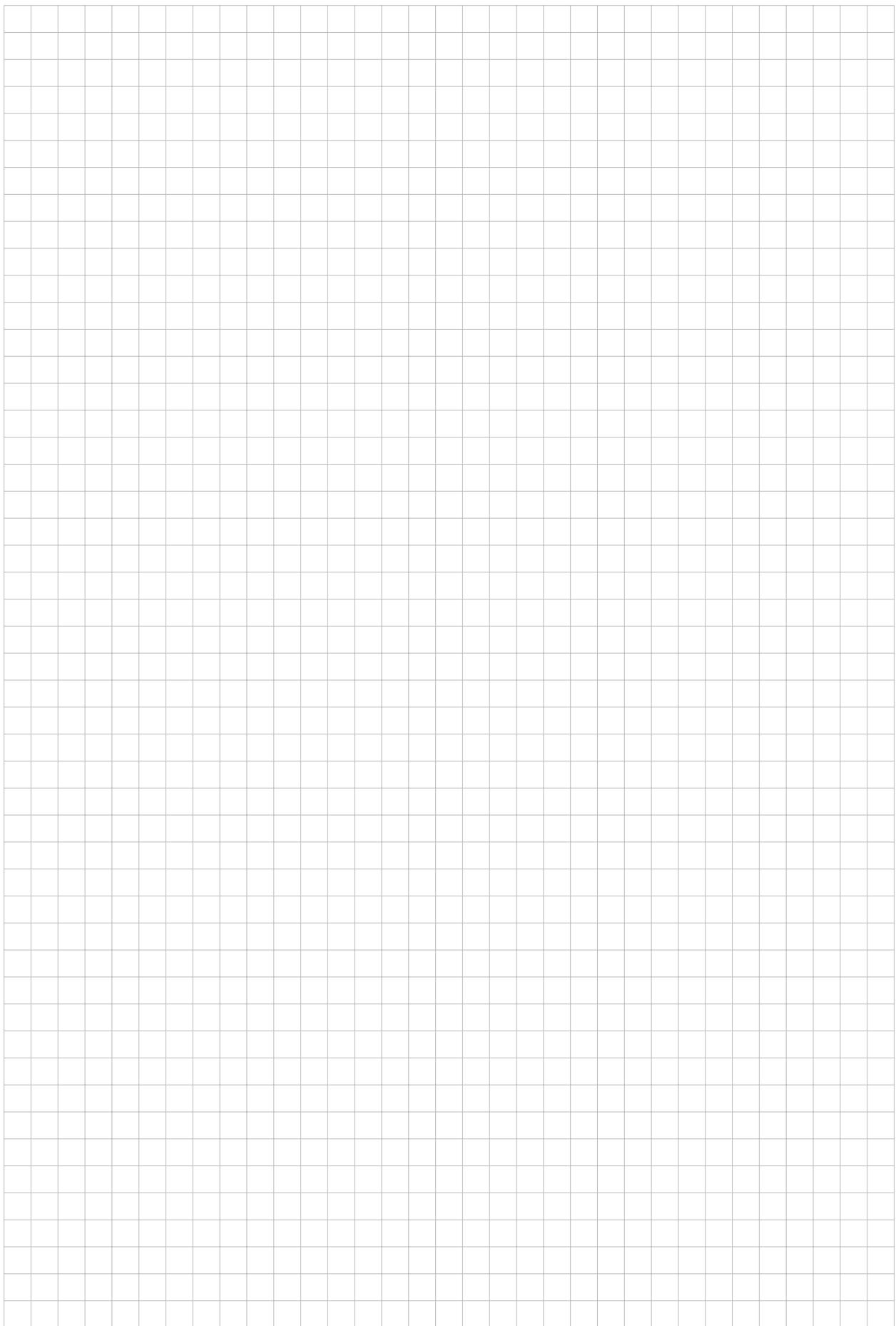
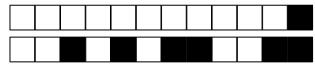
Dans le plan muni du repère orthonormé $R_e = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on définit une famille de coniques \mathcal{F} par son équation cartésienne :

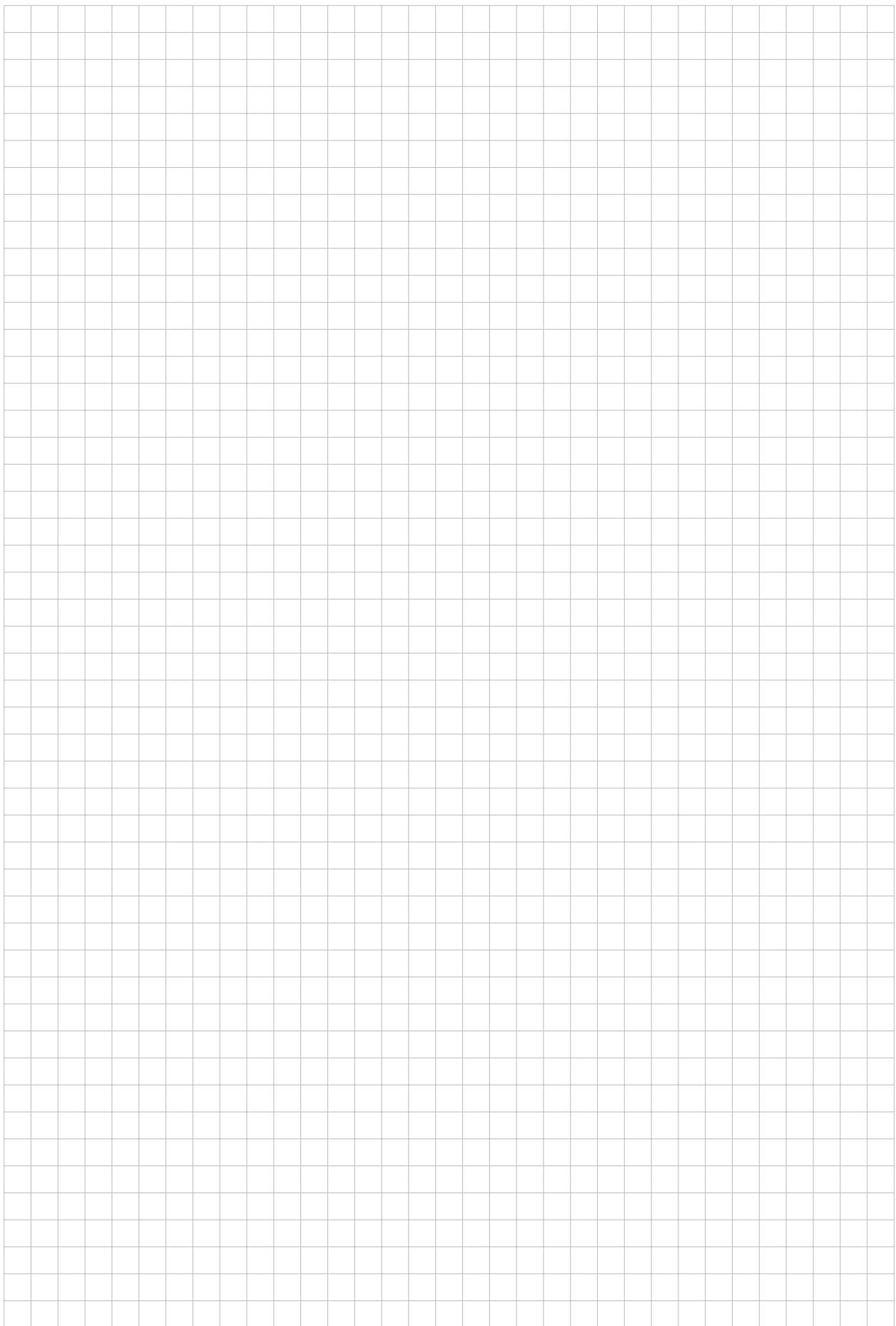
$$\mathcal{F} : mx^2 + 4xy + my^2 - 4x + 4y = 0, \quad m \in \mathbb{R}.$$

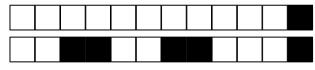
- Déterminer, en fonction du paramètre m , le genre et la dégénérescence des coniques de \mathcal{F} , (on ne demande pas l'équation des droites de dégénérescence).
- Pour $m = 4$, déterminer l'équation réduite de la conique et déterminer les coordonnées des foyers dans le repère R_e .
- Pour $m = 1$, déterminer l'équation réduite de la conique et le nouveau repère R_u dans lequel l'équation est réduite, puis représenter avec soin et précision cette conique dans le repère R_e .
(unité = 4 carrés,
placer l'origine du repère à 16 carrés du bord droit et 16 carrés du bord inférieur de la feuille)











+1/12/49+

