**EPFL****1**

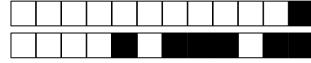
Enseignante: Dovi
Géométrie Analytique - CMS
11 juin 2024
Durée : 105 minutes

XXX**SCIPER: 999999**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 5 questions et 12 pages, les dernières pouvant être vides. Il y a 20 points au total. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table et vérifiez votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera:
 - les points indiqués si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes Observe this guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte		
<input checked="" type="checkbox"/>		



Première partie, questions à choix unique

Pour chaque énoncé proposé, une question est posée. Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

On considère le plan muni du repère orthonormé direct $R_e = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

Enoncé

Soit la conique \mathcal{C} suivante en coordonnées cartésiennes

$$25x^2 + 5xy - 12y^2 + 2x - y - 3 = 0$$

Question 1 (2 point)

A partir de l'équation de la conique \mathcal{C} en cordonnées homogènes, quels sont les points à l'infini de cette conique?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $(-3, 5, 0)$ et $(4, 5, 0)$ | <input type="checkbox"/> $(1, \frac{3}{5}, 0)$ et $(1, -\frac{4}{5}, 0)$ |
| <input type="checkbox"/> $(1, \frac{5}{3}, 0)$ et $(1, -\frac{5}{4}, 0)$ | <input type="checkbox"/> $(5, -3, 0)$ et $(5, 4, 0)$ |

Enoncé

Soient les coniques suivantes: (λ paramètre réel)

$$(3 - \lambda)x^2 + 2(\lambda + 2)xy - y^2 - 2\lambda x + 4y + 3\lambda - 5 = 0$$

Question 2 (3 points)

Quelle est l'équation cartésienne du lieu des centres de ces coniques (ne pas traiter les cas particuliers)

- | |
|---|
| <input type="checkbox"/> $3x^2 + xy + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0$ |
| <input type="checkbox"/> $2x^2 - xy + y^2 + 2x - 3y + 2 = 0$ |
| <input type="checkbox"/> $4x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 3y + 2 = 0$ |
| <input type="checkbox"/> $5x^2 - xy + y^2 + 4x - 3y + 2 = 0$ |

Enoncé

Soit la famille \mathcal{F} de coniques suivantes: (k paramètre réel)

$$x^2 - 2xy + y^2 - 2kx + 4y = 0$$

Question 3 (2 points)

Pour quelle(s) valeur(s) de k les coniques de la famille \mathcal{F} sont-elles dégénérées?

- | | | | |
|--|----------------------------------|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> $k \in \{-2; 0\}$ | <input type="checkbox"/> $k = 2$ | <input type="checkbox"/> $k = -2$ | <input type="checkbox"/> $k \in \{0; 2\}$ |
|--|----------------------------------|-----------------------------------|---|



Deuxième partie, question de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

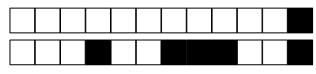
Question 4: *Cette question est notée sur 6 points.*

.5 .5 .5 .5 .5 .5
 0 1 2 3 4 5 6

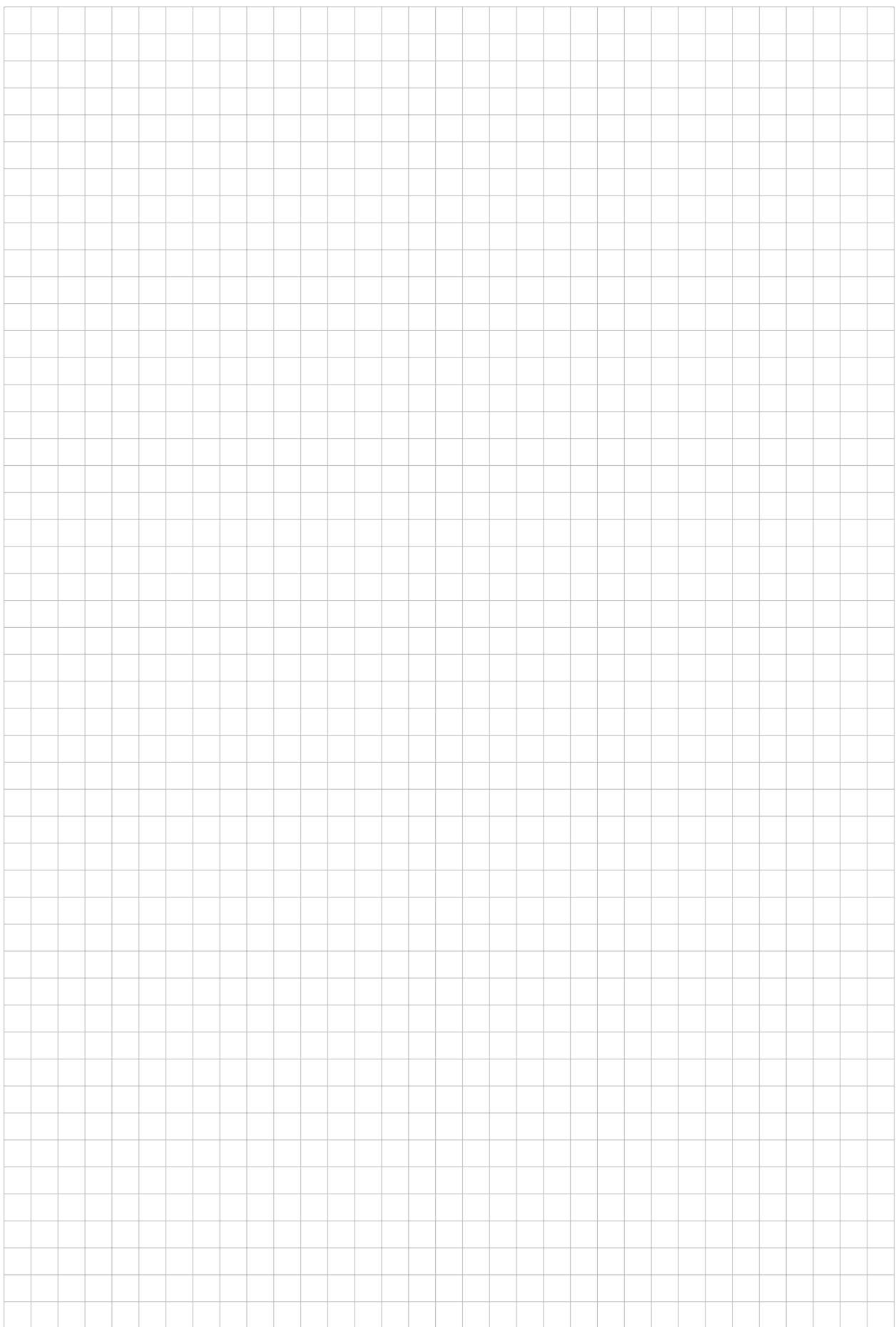
Dans le plan muni du repère orthonormé $R_e = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on donne la droite $t : x + 2y + 1 = 0$. Une parabole variable \mathcal{P} d'axe Ox et de sommet $S(\alpha; 0)$, $\alpha \in \mathbb{R}$, est tangente à la droite t en T .

- (a) Déterminer l'équation cartésienne de \mathcal{P} en fonction de α et les valeurs que peut prendre α dans le cas où les points $M(x_M ; y_M)$ de \mathcal{P} satisfont à l'inéquation : $x_M + 2y_M + 1 \leq 0$.

(b) Déterminer l'équation de \mathcal{P} lorsque $x_F = \frac{2}{3}x_T$.

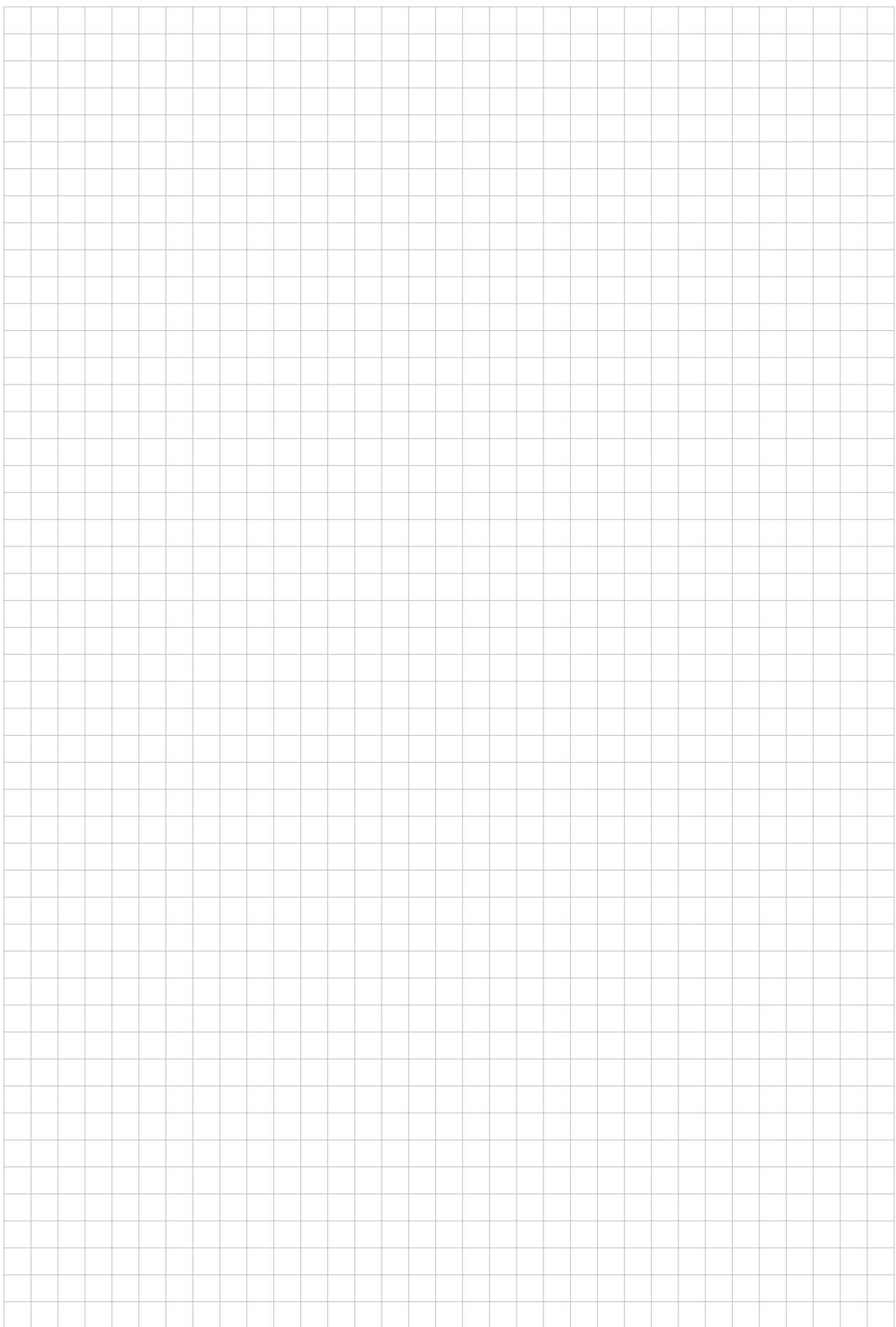


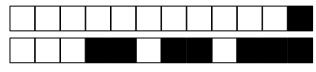
+1/4/57+



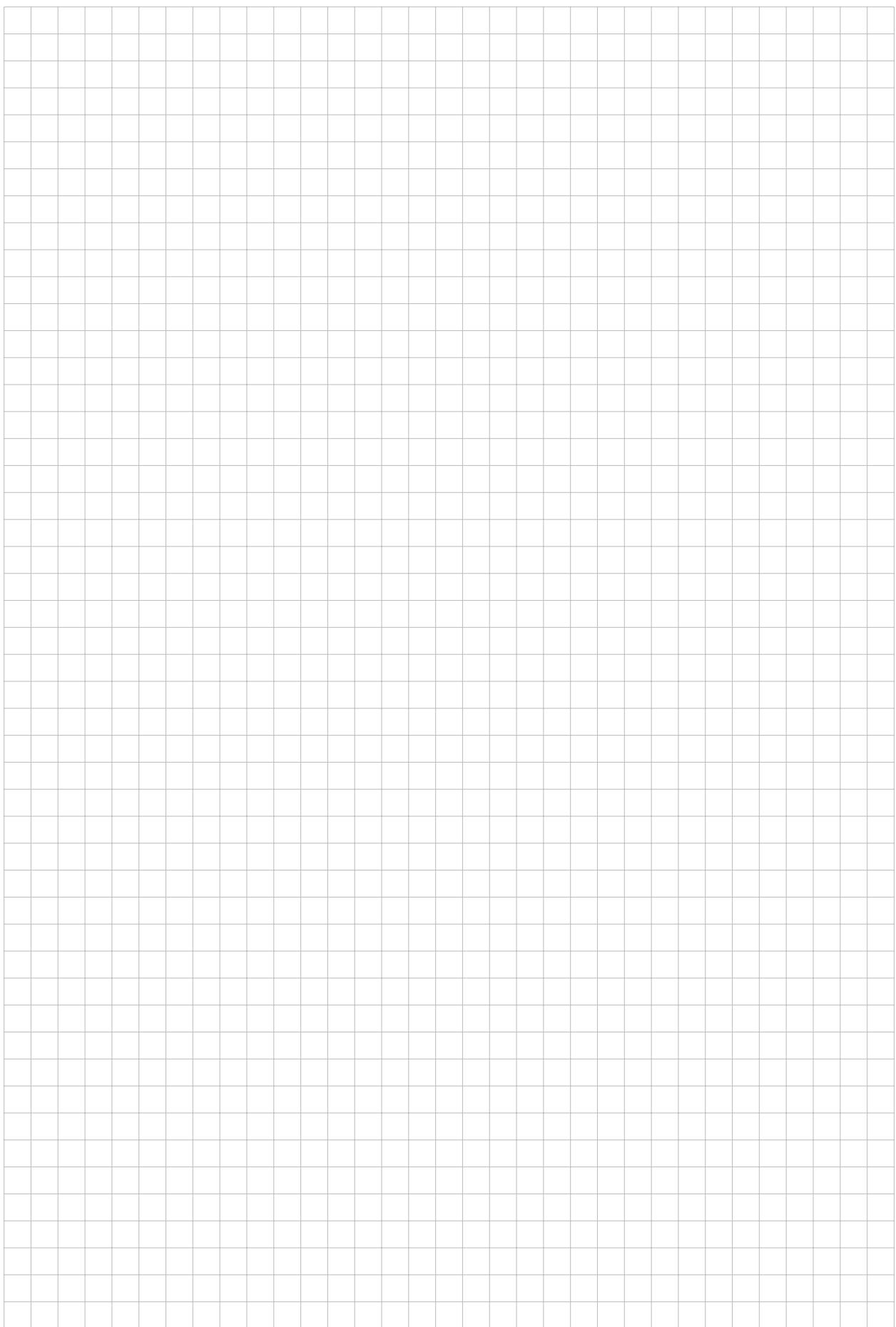


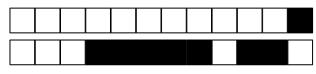
+1/5/56+



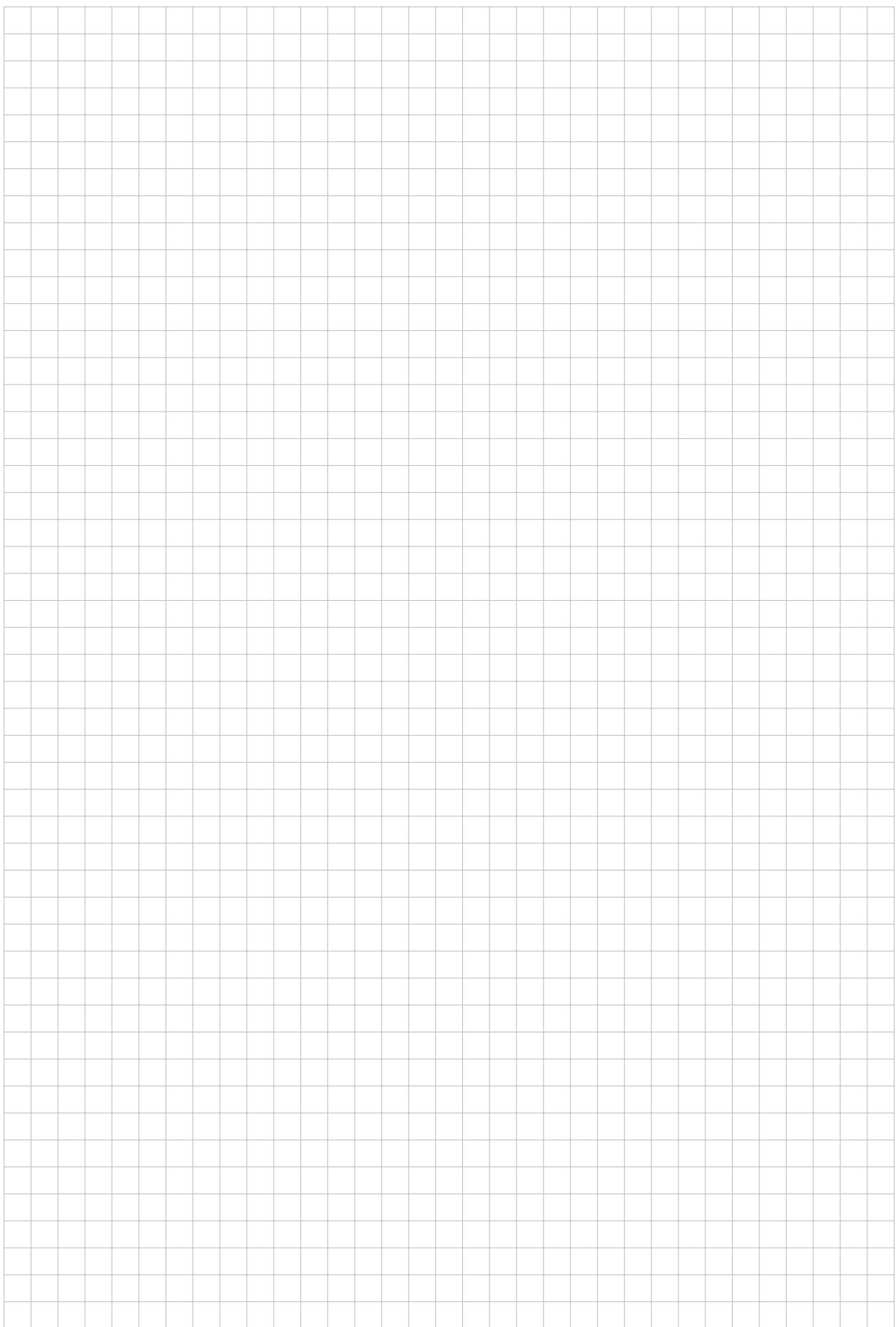


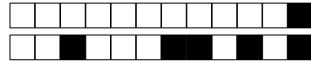
+1/6/55+





+1/7/54+





Question 5: *Cette question est notée sur 7 points.*

<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5
<input type="checkbox"/> 0		<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2		<input type="checkbox"/> 3		<input type="checkbox"/> 4		<input type="checkbox"/> 5		<input type="checkbox"/> 6		<input type="checkbox"/> 7		

Dans le plan muni du repère orthonormé $R_e = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on définit la conique \mathcal{C} par son équation cartésienne :

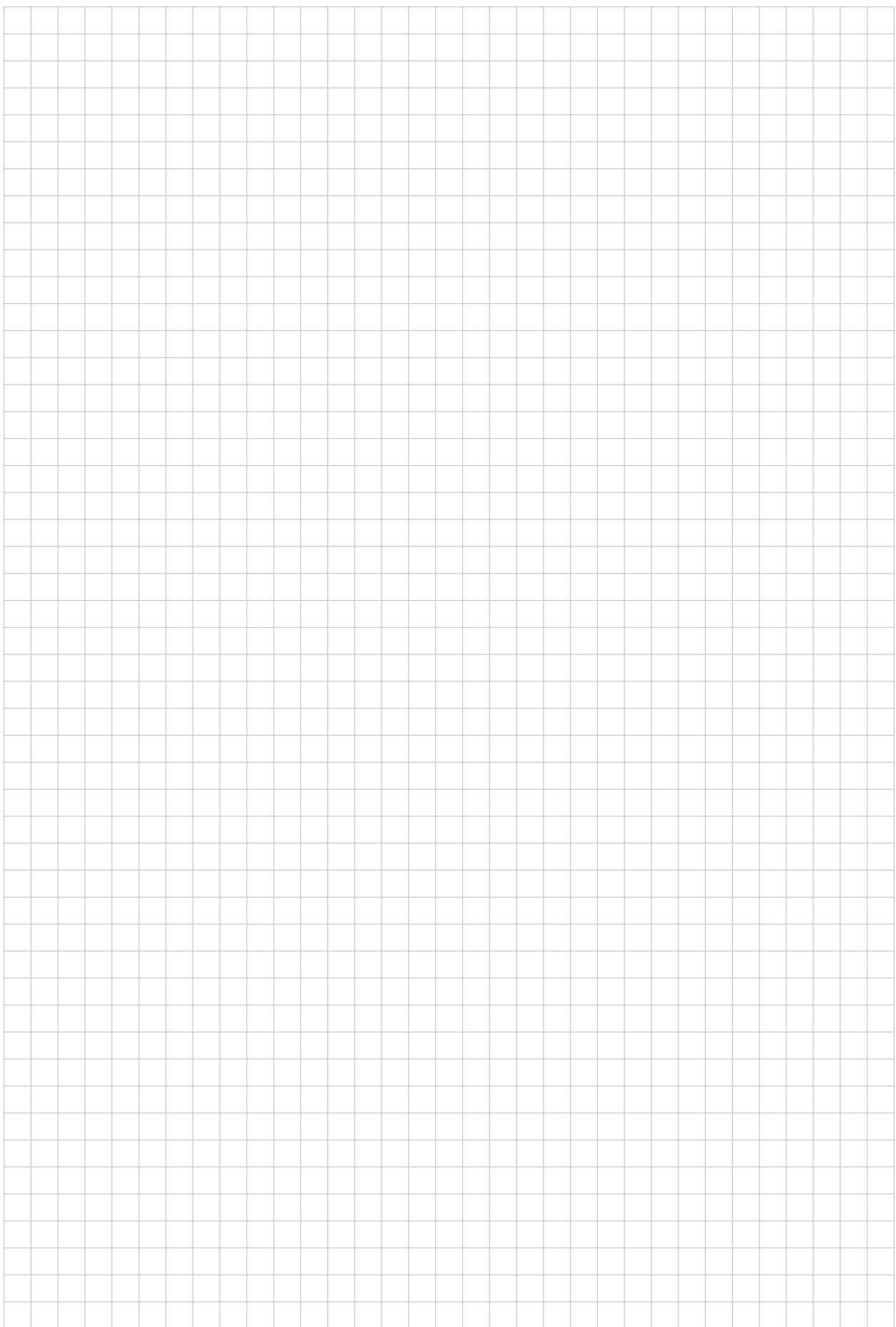
$$\mathcal{C} : 8x^2 + 6xy - 2x + 6y - 1 = 0$$

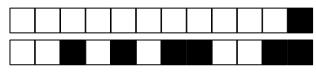
- (a) Déterminer l'équation réduite de \mathcal{C} et le repère R_u dans lequel l'équation de \mathcal{C} est réduite.
 - (b) Déterminer, relativement au repère R_e , les coordonnées des sommets.
 - (c) Représenter, avec précision, la conique \mathcal{C} dans le repère R_e .

Unité 4 carrés et origine placée à 10 cm du bas de la feuille.



+1/9/52+

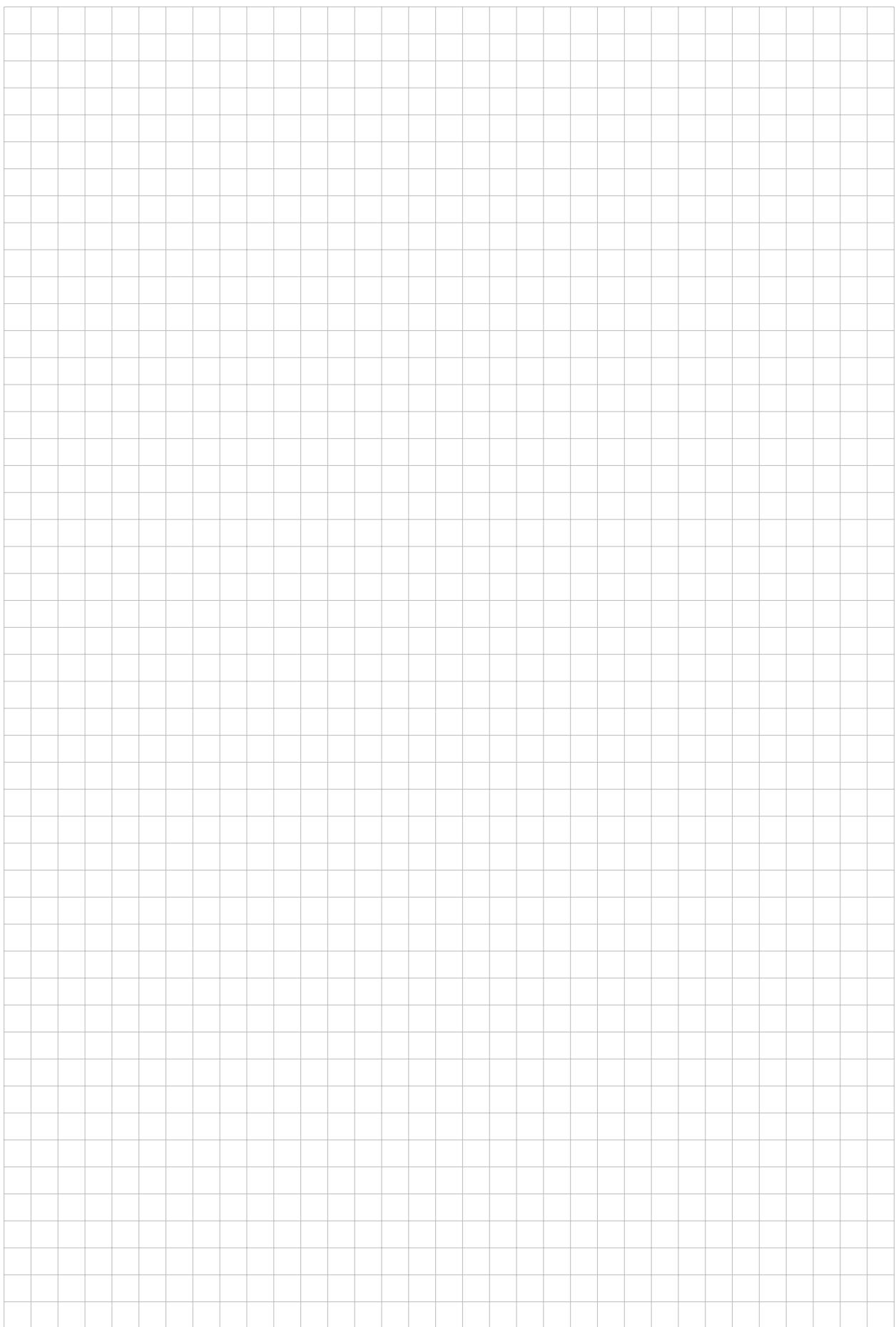




+1/10/51+



+1/11/50+





+1/12/49+