

**EPFL****1**

Enseignant.e.s: Anne-Marie Dovi  
Géométrie Analytique - CMS  
14 juin 2025  
Durée : 105 minutes

# Enoncé

SCIPER: **987654**

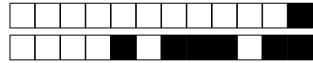
Signature

 Absent.e

**Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 6 questions et 8 pages, les dernières pouvant être vides. Le total est de 20 points. Ne pas dégrafer.**

- Posez votre **carte d'étudiant.e** sur la table, **vérifiez** votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page et apposez votre **signature**.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix unique**, on comptera :  
les points indiqués si la réponse est correcte,  
0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,  
0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, les enseignant·es se réservent le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes   Observe this guidelines   Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse   select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse   NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse   Correct an answer Antwort korrigieren
ce qu'il ne faut <b>PAS</b> faire   what should <b>NOT</b> be done   was man <b>NICHT</b> tun sollte   		



## Première partie, questions à choix unique

Pour chaque énoncé proposé, une question est posée. Pour la question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

### Enoncé

On munit le plan d'un repère orthonormé direct.

Soit la conique  $\mathcal{C}$  suivante en coordonnées cartésiennes

$$15x^2 + 2xy - 8y^2 + 6x - 2y - 1 = 0$$

### Question 1 (2 points)

A partir de l'équation de la conique  $\mathcal{C}$  en coordonnées homogènes, quels sont les points à l'infini de cette conique?

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $(-3, 2, 0)$ et $(5, 4, 0)$  | <input type="checkbox"/> $(2, 3, 0)$ et $(4, -5, 0)$ |
| <input type="checkbox"/> $(2, -3, 0)$ et $(4, -5, 0)$ | <input type="checkbox"/> $(3, 2, 0)$ et $(5, -4, 0)$ |

### Enoncé

On munit le plan d'un repère orthonormé direct.

Soient les coniques suivantes: ( $m$  paramètre réel)

$$(m - 2)x^2 + 2mxy + 2y^2 - 8x - 6y = 0$$

### Question 2 (3 points)

Quelle est l'équation cartésienne du lieu des centres de ces coniques (ne pas traiter les cas particuliers)

- |   |
|---|
| <input type="checkbox"/> $x^2 + xy + y^2 + x - 3y = 0$    |
| <input type="checkbox"/> $2x^2 + 2xy + 2y^2 - x + 3y = 0$ |
| <input type="checkbox"/> $2x^2 + 2xy + 2y^2 + x - 3y = 0$ |
| <input type="checkbox"/> $x^2 + xy + y^2 - x + 3y = 0$    |

**Enoncé**

On munit le plan d'un repère orthonormé direct.

Soit la famille  $\mathcal{F}$  de coniques suivantes: ( $k$  paramètre réel)

$$x^2 + 2kxy + 2y^2 + 2x + 1 = 0$$

**Question 3** (2 points)

Pour quelle(s) valeur(s) de  $k$  les coniques de la famille  $\mathcal{F}$  sont-elles dégénérées?

$k = \pm\sqrt{2}$

$k = \pm 1$

$k = \pm 2$

$k = 0$

**Enoncé**

On munit le plan d'un repère orthonormé direct.

Soit la conique  $\mathcal{C}$  suivante:

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y - 8 = 0$$

**Question 4** (2 points)

Quelles sont les équations des droites de dégénérescence?

$x - 2y + 4 = 0$  et  $x + 2y - 2 = 0$

$x + 2y - 4 = 0$  et  $x + 2y + 2 = 0$

$x + 2y + 4 = 0$  et  $x + 2y - 2 = 0$

$x - 2y - 4 = 0$  et  $x - 2y + 2 = 0$

**Enoncé**

On munit l'espace d'un repère orthonormé direct.

Soit la quadrique  $\Sigma$  suivante :

$$3x^2 - 4xy + 4xz + 8yz + 8 = 0$$

**Question 5** (2 points)

Quel est le genre de la quadrique  $\Sigma$ ?

 hyperboloïde à 1 nappe cône hyperboloïde à 2 nappes ellipsoïde



## Deuxième partie, 1 question de type ouvert

Répondez dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse (sauf si spécifié autrement). Laissez libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

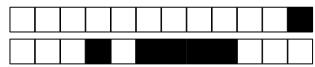
**Question 6:** *Cette question est notée sur 9 points.*

<input type="checkbox"/>	.5																		
<input type="checkbox"/> 0		<input type="checkbox"/> 1		<input type="checkbox"/> 2		<input type="checkbox"/> 3		<input type="checkbox"/> 4		<input type="checkbox"/> 5		<input type="checkbox"/> 6		<input type="checkbox"/> 7		<input type="checkbox"/> 8		<input type="checkbox"/> 9	

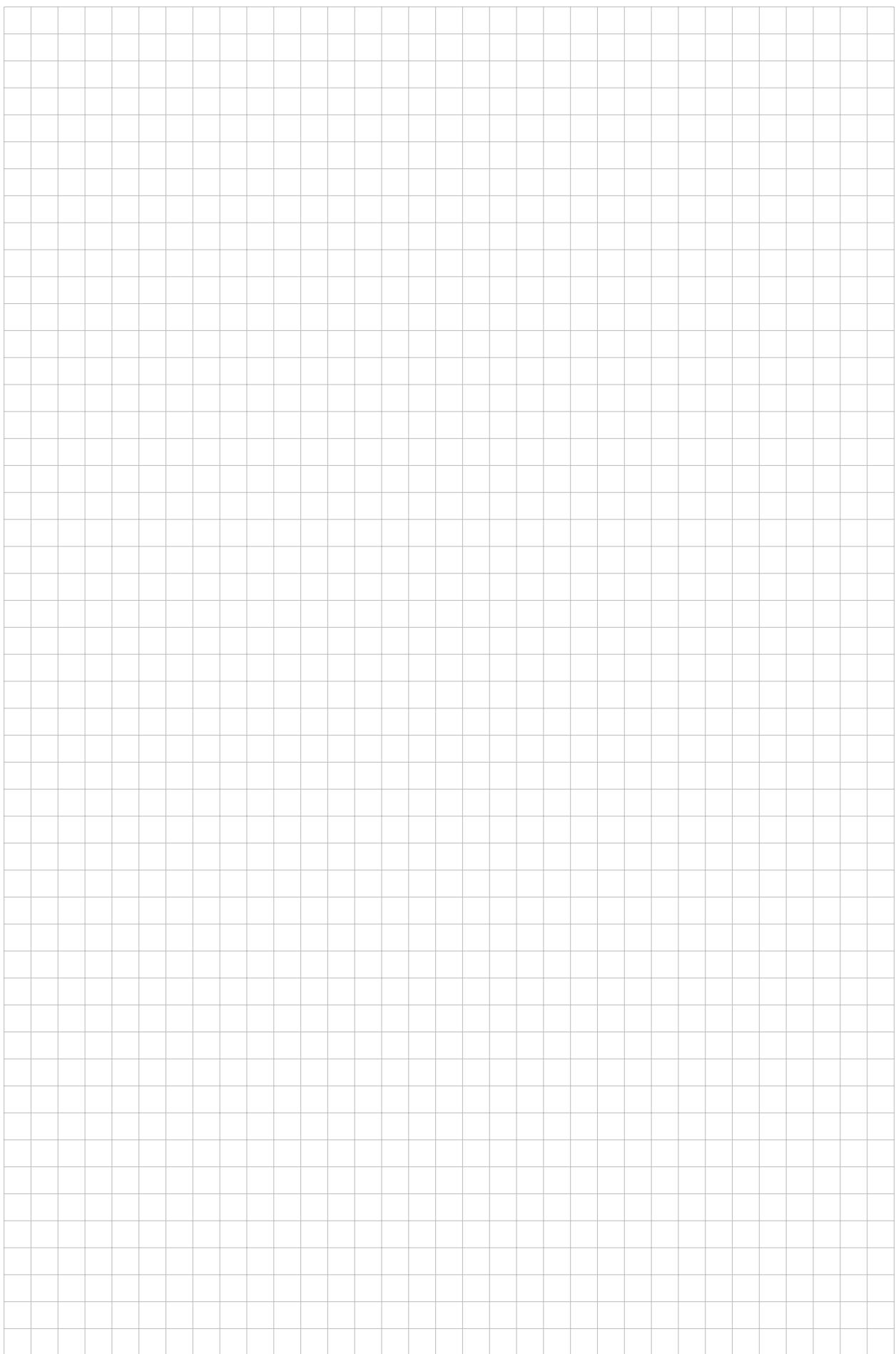
Dans le plan muni du repère orthonormé  $R_e = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ , on définit la conique  $\mathcal{C}$  par son équation cartésienne :

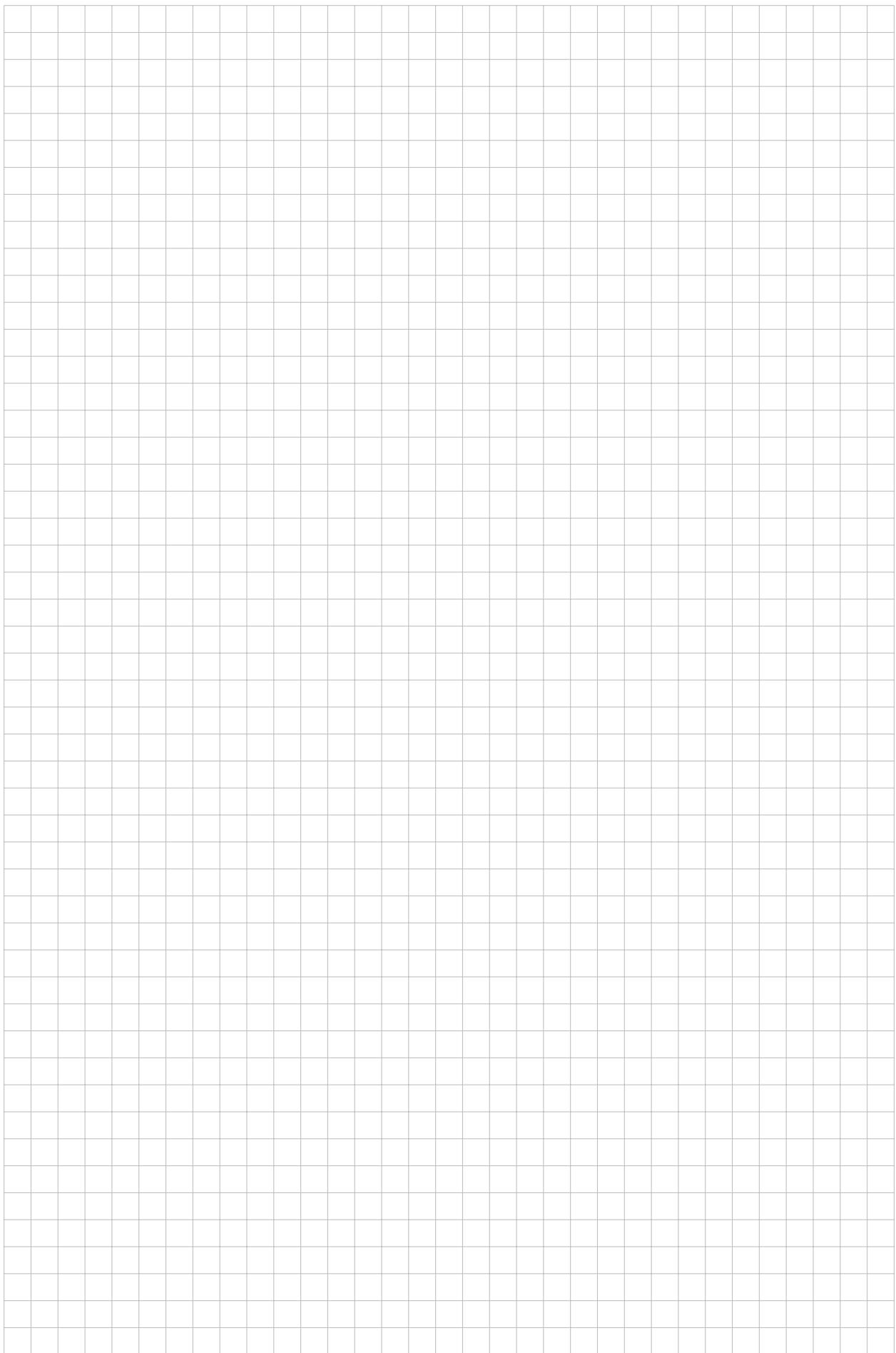
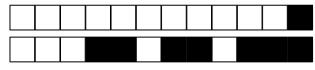
$$\mathcal{C} : 3x^2 - 10xy + 3y^2 - 16x + 16y + 8 = 0$$

- Déterminer l'équation réduite de  $\mathcal{C}$  et le nouveau repère  $R_u$  dans lequel l'équation est réduite. Déterminer la valeur des paramètres  $a$  et  $b$ . Donner la matrice  $U$  du changement de repère.
- Représenter avec soin et précision la conique dans le repère  $R_e$ .  
(1 unité = 3 carrés, origine O au centre de la page)



+1/5/56+







+1/7/54+

