



EPFL

1













Enseignante: Dovi
Géométrie Analytique - CMS
16 avril 2024
Durée : 105 minutes

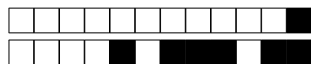
XXX

SCIPER: 999999

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 5 questions et 8 pages, les dernières pouvant être vides. Il y a 18 points au total. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table et vérifiez votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
 - les points indiqués si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes Observe this guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren
  		 
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte		
     		



Première partie, questions à choix unique

Pour chaque énoncé proposé, une question est posée. Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'une seule réponse correcte par question.

Énoncé

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne le cercle $\gamma(\Omega, r)$ d'équation cartésienne :

$$\gamma : 2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y - 7 = 0.$$

Question 1 (2 points)

Quel est son centre Ω et son rayon r ?

☐ $\Omega(-2, 2)$ et $r = \sqrt{\frac{15}{2}}$

☐ $\Omega(1, -1)$ et $r = \sqrt{11}$

☐ $\Omega(-1, 1)$ et $r = \sqrt{\frac{11}{2}}$

☐ $\Omega(2, -2)$ et $r = \sqrt{15}$

Énoncé

On munit l'espace d'un repère orthonormé.

Soit $\delta > 0$ fixé. On donne un plan α passant par K et de vecteurs directeurs \vec{u} et \vec{w} non colinéaires, ainsi qu'une droite ℓ non perpendiculaire à α dirigée par un vecteur \vec{v} .

Question 2 (3 points)

Localiser depuis le point K un point N sur α , sachant que (KN) est orthogonale à ℓ et que N est à distance δ de K .

☐

$$\overrightarrow{KN} = \pm \frac{\delta}{\|(\vec{u} \times \vec{w}) \times \vec{v}\|} (\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$$

☐

$$\overrightarrow{KN} = \pm \frac{\delta}{\|(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}\|} (\vec{u} \times \vec{w}) \times \vec{v}$$

☐

$$\overrightarrow{KN} = \pm \frac{\delta}{\|(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}\|} (\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$$

☐

$$\overrightarrow{KN} = \pm \frac{\delta}{\|(\vec{u} \times \vec{w}) \times \vec{v}\|} (\vec{u} \times \vec{w}) \times \vec{v}$$

Énoncé

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne les quatre points suivants:

$A(1, 2, 1)$, $B(1, 1, -1)$, $C(-1, 2, 3)$ et $D(0, 1, 1)$

Question 3 (1 point)

Quel est le volume du tétraèdre $ABCD$?

☐ $\frac{1}{6}$

☐ $\frac{1}{3}$

☐ 1

☐ 2



Enoncé

On munit le plan d'un repère ortonormé.

Soient les points $F'(-23; 5)$, $F(1; 5)$ et $B(x_B; 10)$.

Question 4 (3 point)

Quelle est l'équation cartésienne de l'ellipse de foyer F et F' et telle que B est une extrémité du petit axe?

☐

$$\frac{(x+12)^2}{121} + \frac{(y-5)^2}{25} - 1 = 0$$

☐

$$\frac{(x+11)^2}{119} + \frac{(y-5)^2}{25} - 1 = 0$$

☐

$$\frac{(x+11)^2}{169} + \frac{(y-5)^2}{25} - 1 = 0$$

☐

$$\frac{(x+12)^2}{194} + \frac{(y-5)^2}{25} - 1 = 0$$



Deuxième partie, question de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 5: *Cette question est notée sur 9 points.*

<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5
<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	9

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère la famille de coniques d'équation cartésienne dépendant du paramètre réel $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$:

$$\mathcal{F} : \frac{(x+3)^2}{4\alpha} + \frac{(y+2+\alpha)^2}{\alpha^2 - 2\alpha} - 1 = 0$$

- (a) Déterminer pour quelle valeur du paramètre α la conique de la famille \mathcal{F} est un cercle. Donner son centre et son rayon.
- (b) Pour quelles valeurs de α a-t-on une ellipse? Préciser pour quelles valeurs de α , l'ellipse de la famille \mathcal{F} est de grand axe horizontal ou vertical. Dans chaque cas, donner les valeurs des paramètres a et b de l'ellipse (en fonction de α).
- (c) Déterminer l'équation cartésienne de l'ellipse de grand axe vertical de la famille \mathcal{F} dont le demi petit axe est de longueur 6.

Donner son centre, ses sommets et ses foyers.





