Série 15

Exercice 1. On considère le cercle $\gamma : x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$ et la droite $d : 2x + y + 1 = 0$. Déterminer l'équation des cercles tangents extérieurement à γ, de rayon $r = 3$, et dont le centre est sur d.

Exercice 2. Déterminer le centre, les foyers, l'excentricité et le paramètre des ellipses suivantes :

a. $\dfrac{x^2}{5} + \dfrac{y^2}{7} = 3\,,$

b. $9x^2 + 25y^2 - 90x - 150y + 225 = 0\,.$

Exercice 3. Déterminer l'équation de l'ellipse donnée par :

a. les foyers $F\,(-4 + 2\sqrt{6}\,;\ -3)\,,\ F'\,(-4 - 2\sqrt{6}\,;\ -3)$ et le point $P\,(0\,;\ -\frac{12}{5})$ de la courbe,

b. les foyers $F\,(5\,;\ -2)\,,\ F'\,(5\,;\ 4)$ et $e = \frac{\sqrt{3}}{3}\,.$

Exercice 4. On considère l'ensemble $\mathcal{F}$ des ellipses dont une extrémité du grand axe est $A\,(-1\,;\,2)$ et le foyer le plus proche de A est $F\,(-1\,;\,0)\,.$

a. Donner l'équation cartésienne (dépendante d'un paramètre) de la famille $\mathcal{F}$.

b. Déterminer l'équation cartésienne de l'ellipse $\mathcal{E}$ de l'ensemble $\mathcal{F}$ dont l'excentricité vaut $e = \frac{2}{3}\,.$

Éléments de réponse :

Ex. 1 : $(x+2)^2 + (y-3)^2 - 9 = 0$ ou $(x-2)^2 + (y+5)^2 - 9 = 0\,.$

Ex. 2 : a. $O(0;0)\,, F(0;\sqrt{6})\,, F'(0;-\sqrt{6})\,, e = \sqrt{\frac{2}{7}}\,, 2p = \frac{30}{\sqrt{21}}$, b. $\Omega(5;3)\,, F(1;3)\,, F'(9;3)\,, e = \frac{4}{5}\,, 2p = \frac{18}{5}\,.$

Ex. 3 : a. $\dfrac{(x+4)^2}{25} + (y+3)^2 = 1$, b. $\dfrac{(x-5)^2}{18} + \dfrac{(y-1)^2}{27} = 1\,.$

Ex. 4 : a. Equation de la famille $\mathcal{F}$: $\dfrac{(x+1)^2}{4\,(1-\lambda)} + \dfrac{(y-\lambda)^2}{(2-\lambda)^2} - 1 = 0\,,\quad \lambda < 0\,.$, b. $\mathcal{E}$: $\dfrac{(x+1)^2}{20} + \dfrac{(y+4)^2}{36} - 1 = 0\,.$