Série 13

Exercice 1. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne $A(-1,2,1)$, $B(1,3,0)$, $C(3,5,2)$ et :

$$d : x+5 = \tfrac{y+7}{2} = 13-z.$$

Déterminer les coordonnées d'un point D sur d sachant que le tétraèdre $ABCD$ est de volume 2.

Exercice 2. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne $A(2,2,-1)$, $B(1,0,1)$, $C(1,-1,2)$ ainsi que :

$$d : \begin{cases} x = t \\ y = -1+2t \\ z = -2+t \end{cases}, \; t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad g : x-2 = y+2 = \tfrac{z}{2}.$$

a. Vérifier que A, B, et C définissent un plan dont on donnera une équation cartésienne.

b. Existe-t-il une droite p intersectant à la fois d et g, et dont la projection orthogonale sur (ABC) est la droite (AB) ? Si oui, déterminer des équations paramétriques de p.

Exercice 3. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne $d : \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{7} = \frac{4-z}{5}$. Calculer la distance de d à chacun des axes de coordonnées $(Ox), (Oy)$ et (Oz).

Exercice 4. Dans l'espace, on donne deux points A et B, ainsi que trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ linéairement indépendants. Montrer que la droite $d(A, \vec{u})$ intersecte le plan $\pi(B, \vec{v}, \vec{w})$ en un unique point I qu'on localisera depuis A.

Exercice 5. Soit $\delta > 0$ fixé. Dans l'espace, on donne un plan π passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$, ainsi qu'une droite d non perpendiculaire à π dirigée par un vecteur $\vec{u}$. Localiser vectoriellement depuis le point A un point B sur π, sachant que (AB) est orthogonale à d et que B est à distance δ de A.

Exercice 6. On définit un plan π par un point A et deux vecteurs non colinéaires $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Etant donné un point M dans l'espace, localiser depuis A le symétrique orthogonal de M par rapport à π.

Éléments de réponse :

Ex. 1 : $(0,3,8)$ et $(\frac{12}{5}, \frac{39}{5}, \frac{28}{5})$.

Ex. 2 : $p : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+6t \\ z = 2t \end{cases}, \; t \in \mathbb{R}$

Ex. 3 : $(Ox) : \frac{13}{\sqrt{74}}$, $(Oy) : \sqrt{\frac{17}{2}}$, $(Oz) : \frac{16}{\sqrt{58}}$.

Ex. 4 : $\overrightarrow{AI} = \frac{[\overrightarrow{AB}, \vec{v}, \vec{w}]}{[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]} \vec{u}$.

Ex. 5 : $\overrightarrow{AB} = \pm \frac{\delta}{\|\vec{n} \times \vec{u}\|} \vec{n} \times \vec{u}$.

Ex. 6 : $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{AM} - 2 \frac{[\vec{u}, \vec{v}, \overrightarrow{AM}]}{\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2} \vec{u} \times \vec{v}$.