

Série 8

Dans toute la série, le plan est muni d'un repère orthonormé direct dont on note O l'origine.

Exercice 1. Déterminer l'expression analytique de la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$:

a. centrée en l'origine.

b. centrée en $A(1, 2)$.

c. envoyant $B(-3, 1)$ sur l'origine.

Exercice 2. Identifier dans chacun des cas suivants la nature et les éléments caractéristiques de la transformation géométrique décrite par l'expression analytique donnée :

a. $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y. \end{cases}$

b. $\begin{cases} x' = -\frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y \\ y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x - \frac{1}{\sqrt{5}}y. \end{cases}$

c. $\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1 \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y - \sqrt{3}. \end{cases}$

Exercice 3. Une rotation r centrée sur d envoie A sur B , avec :

$$A(-2, 1), \quad B(6, 5) \quad \text{et} \quad d : x + y = 4.$$

a. Quelle est l'expression analytique de r ? *Indication : commencer par rechercher le centre.*

b. Déterminer une équation de la droite (AB) ainsi que de son image par r .

Exercice 4. On donne les points :

$$A(8, 7), \quad B(2, 9), \quad C(3, 12) \quad \text{et} \quad D(-5, 8).$$

Existe-t-il une rotation r envoyant A sur B et C sur D ? Si oui, en donner l'expression analytique, le centre et l'angle. *Indication : on pourra commencer par localiser le centre.*

Exercice 5. On donne :

$$A(2, 1) \quad \text{et} \quad d : y = -1.$$

Par une rotation r centrée en A la droite d est envoyée sur une droite passant par l'origine. Quel est l'angle de cette rotation? En donner aussi l'expression analytique. *Indication : que peut-on dire du point $r^{-1}(O)$?*

Exercice 6. On donne les droites :

$$d : 5x + 3y = 45, \quad g : x + 4y = 9 \quad \text{et} \quad l : 4x - y = 2.$$

Existe-t-il une rotation r centrée sur d qui envoie la droite g sur l ? Si oui, en donner l'expression analytique, le centre et l'angle. *Indication : introduire les projetés orthogonaux du centre de r sur les droites g et l .*

Éléments de réponse :

Ex. 1 : a. $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$, b. $\begin{cases} x' = y - 1 \\ y' = -x + 3 \end{cases}$, c. $\begin{cases} x' = y - 1 \\ y' = -x - 3 \end{cases}$.

Ex. 2 : a. rotation de 180° centrée en $(0, 0)$, b. rotation de $\simeq 117^\circ$ centrée en $(0, 0)$, c. rotation de 60° centrée en $(2, 0)$.

Ex. 3 : a. $\begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 4 \\ y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 4 \end{cases}$, b. $x - 2y = -4$ et $11x - 2y = 56$.

Ex. 4 : centre $(3, 2)$, angle $\simeq 53^\circ$

Ex. 5 : angle -90° ou $\simeq -37^\circ$.

Ex. 6 : centre $(6, 5)$, angle $-\frac{\pi}{2}$.