Série 7

Exercice 1. Le plan étant muni d'un repère, identifier dans chacun des cas la nature et les éléments caractéristiques de la transformation géométrique décrite par l'expression analytique donnée :

a. $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y \end{cases}$ b. $\begin{cases} x' = 4x \\ y' = 4y \end{cases}$ c. $\begin{cases} x' = -3x + 4 \\ y' = -3y - 8. \end{cases}$

Exercice 2. Dans le plan muni d'un repère, on donne :

$$A(2,1),\ B(1,-3)\ \text{ et }\ d: 2x + y = 1.$$

a. Déterminer l'expression analytique de la translation $t_{\overrightarrow{AB}}$ dans le repère employé.

b. Calculer une équation cartésienne de la droite $t_{\overrightarrow{AB}}(d)$.

c. Mêmes questions a. et b. mais pour l'homothétie $h_{B,2}$, au lieu de $t_{\overrightarrow{AB}}$.

Exercice 3. Sur une feuille de papier, placer trois points A, B, C non-alignés. Faire ensuite apparaitre sur la figure :

a. le point $h_{B,2}(C)$ b. le point $t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}}(B)$ c. la droite $h_{A,\frac{1}{3}}(d)$ où $d = (BC)$.

Exercice 4. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne :

$$A(3,-4) \quad \text{et} \quad d: 2x - y = 5.$$

On note aussi g la parallèle à d passant par A.

a. Décrire tous les vecteurs $\vec{u}$ vérifiant $t_{\vec{u}}(d) = g$.

b. Parmi les vecteurs trouvés au a., lequel est le plus court ? *Indication : faire un dessin.*

c. Déterminer tous les points Ω du plan tels que $h_{\Omega,-1}(g) = d$.

Exercice 5. On donne un segment AB de longueur 4 et on note I le milieu de AB. On considère aussi une homothétie :

$$h = h_{\Omega,\alpha}$$

centrée en un point Ω et de rapport $\alpha \in \mathbb{R}^*$.

a. Trouver α sachant que $\Omega = I$ et $h(A)$ est le milieu de BI.

b. Trouver Ω sachant que $\alpha = 3$ et $h(A) = I$.

c. Trouver Ω et α sachant que $h(A) = B$ et que le segment joignant B à $h(B)$ est de longueur 6.

Exercice 6. Sur une feuille de papier, placer trois points A, B, C non-alignés. Pour chacune des transformations suivantes, donner sa nature ainsi que ses éléments caractéristiques, et placer sur le dessin les images de A, B et C :

a. $t_{\overrightarrow{BC}} \circ h_{C,-1}$ b. $h_{A,\frac{1}{2}} \circ h_{B,3}$ c. $t_{\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}} \circ h_{A,-\frac{1}{2}} \circ h_{C,-2}$

Éléments de réponse :

Ex. 1 : a. $t_{\vec{u}}$, où $\vec{u}\binom{2}{0}$, b. $h_{O,4}$, où O est l'origine du repère, c. $h_{\Omega,-3}$, où $\Omega(1,-2)$.

Ex. 2 : a. $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y - 4 \end{cases}$, b. $2x + y = -5$, c. $\begin{cases} x' = 2x - 1 \\ y' = 2y + 3 \end{cases}$, $2x + y = 3$

Ex. 4 : b. $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, c. ils forment la droite d'équation $2x - y = \frac{15}{2}$.

Ex. 5 : a. $\alpha = -\frac{1}{2}$, b. $\Omega = t_{\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}}(A)$, c. $\alpha, \Omega = \frac{3}{2}, t_{2\overrightarrow{BA}}(A)$ ou $-\frac{3}{2}, t_{\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}}(A)$.