Série 1

Exercice 1. Sur une feuille de papier, placer quatre points A, B, C, D non alignés. Faire ensuite apparaitre sur votre dessin les vecteurs suivants, en détaillant votre construction :

a. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ b. $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ c. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Exercice 2. Sur une feuille de papier, placer deux points distincts A et B. Soient alors C et D vérifiant :

$$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{DB} = 3\overrightarrow{DA}.$$

a. Placer le point C sur la figure.
b. Exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ puis placer D sur la figure.
c. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, déterminer le réel α vérifiant $\overrightarrow{AC} = \alpha\overrightarrow{BD}$.

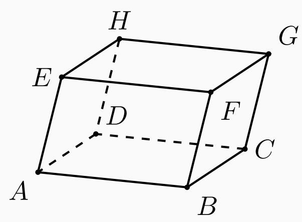
Exercice 3. Sur une feuille de papier, dessiner un parallélogramme $ABCD$ (non aplati).
a. Sur votre dessin, faire apparaitre géométriquement $\overrightarrow{AB}$ comme une combinaison linéaire du type :

$$\overrightarrow{AB} = \alpha\overrightarrow{AC} + \beta\overrightarrow{AD}$$

(il faut donc faire apparaitre un certain parallélogramme), puis confirmer votre résultat algébriquement.
b. Même question que a. mais pour une décomposition du type $\overrightarrow{AB} = \alpha\overrightarrow{CA} + \beta\overrightarrow{BD}$.

Exercice 4. hello

La figure ci-contre représente un parallélépipède.



a. Exprimer $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$, où I est le milieu de HG.
b. Même question pour $\overrightarrow{EJ}$, où J est le centre du parallélogramme $ABCD$.
c. Quel point K vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{JK} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{HD}$?

Exercice 5. Sur une feuille de papier, dessiner un parallélogramme $ABCD$ (non aplati). Soient E et F tels que :

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{0}.$$

a. Placer E et F sur la figure.
b. Décomposer le vecteur $\overrightarrow{AE}$ comme combinaison linéaire de $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
c. Déterminer $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{AB} + \alpha\overrightarrow{AC}$ soit directeur de la droite (EF).

Exercice 6. Sur une feuille de papier, dessiner un triangle ABC. On considère les points I, J, K tels que :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA},\ \overrightarrow{CK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$$

Placer ces trois points sur la figure puis montrer que J est le milieu de IK. *Indication : on pourra chercher à comparer entre eux les vecteurs* $\overrightarrow{IJ}$ *et* $\overrightarrow{JK}$.

Éléments de réponse :
Ex. 2 : b. $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, c. $\alpha = -2$.
Ex. 3 : a. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$, b. $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.
Ex. 4 : a. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$, b. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE}$, c. milieu de FG.
Ex. 5 : b. $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{DB} + 3\overrightarrow{DC}$, c. $-\frac{4}{3}$.