

Série 11

Exercice 1. L'espace est muni d'un repère. Dans chacun des cas suivants, donner les coordonnées d'un point et celles de deux vecteurs directeurs non colinéaires du plan π proposé.

a. $\pi : 2x + y - 3z = 7$

b. $\pi : \begin{cases} x = t \\ y = 3 + s \\ z = -1 - t \end{cases}, s, t \in \mathbb{R}$

c. $\pi : 2x + z = 5.$

Exercice 2. Dans l'espace muni d'un repère on considère le plan π passant par les points :

$$A(3, -1, 2), B(4, -1, -1) \text{ et } C(2, 0, 2).$$

- Déterminer des équations paramétriques et cartésiennes de π .
- Si le repère est orthonormé, quelle distance sépare l'origine du plan π ?

Exercice 3. Dans l'espace muni d'un repère, on donne :

$$A(-1, 5, 1), \quad d : x - 1 = 3 - y = 2z + 1 \quad \text{et} \quad \pi : x - 2z + 3 = 0.$$

- Le point A appartient-il à d ? à π ? La droite d est-elle parallèle à π ?
- Déterminer une équation cartésienne du plan ρ défini par A et d .

Exercice 4. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne :

$$A(1, -2, 1), \quad \pi : x - 2y + z - 3 = 0 \quad \text{et} \quad \rho : x + y - z + 2 = 0.$$

- Calculer des équations de la droite $d = \pi \cap \rho$.
- Déterminer une équation cartésienne du plan σ contenant A et perpendiculaire à d .

Exercice 5. Dans l'espace, on donne deux plans π et ρ distincts et un point A vérifiant :

$$\pi \text{ et } \rho \text{ non parallèles}, \quad A \notin \pi \text{ et } A \notin \rho.$$

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier votre réponse.

- Si une droite est parallèle à π et ρ , alors elle est parallèle à leur intersection.
- Si une droite intersecte π et ρ , alors elle intersecte $\pi \cap \rho$.
- Il existe une droite passant par A , intersectant π et n'intersectant pas ρ .
- Une droite passant par A intersecte forcément π ou ρ .

Exercice 6. Dans l'espace muni d'un repère, on donne le point $A(-3, -2, 1)$, la droite d et le plan π suivant :

$$d : \frac{x-6}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3}, \quad \pi : 3x - 5y + 4z = 12.$$

Déterminer des équations cartésiennes d'une droite l passant par A , parallèle à π et intersectant d .

Exercice 7. Dans l'espace muni d'un repère, on donne :

$$A(-1, 2, 1), \quad B(0, 3, \frac{5}{2}), \quad \rho : x + y - z = 1, \quad \sigma : x - 3y + z + 1 = 0.$$

Déterminer une équation cartésienne d'un plan π contenant A et B , et tel que l'intersection $\pi \cap \rho \cap \sigma$ est vide.

Exercice 8. Résoudre les systèmes suivants et interpréter géométriquement (faire un croquis) :

a.
$$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x - 3y + z = 2 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} x - 3y - 7z = 0 \\ 3x + y + 9z = 10 \\ 7x - y + 11z = 20. \end{cases}$$

Éléments de réponse :

Ex. 2 : a. $3x + 3y + z = 8$, b. $\frac{8}{\sqrt{19}}$.

Ex. 3 : a. non, oui, oui, b. $x + y = 4$.

Ex. 4 : b. $x + 2y + 3z = 0$.

Ex. 5 : a. vrai, b. faux, c. vrai, d. faux.

Ex. 6 : $l : \frac{x+3}{7} = y + 2 = \frac{z-1}{-4}$.

Ex. 7 : $\pi : x - y + 3 = 0$.

Ex. 8 : a. une droite, b. vide, c. une droite.