

**EPFL****1****Enseignant·es: Dubuis, Huruguen, Khukhro****Analyse 2 - Contrôle 2 - CMS****8 janvier 2025****Durée : 105 minutes**

Robin des Bois

SCIPER : 999999

Signature

 Absent.e

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 9 questions et 16 pages, les dernières pouvant être vides. Le total est de 25 points. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table et vérifiez votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page. Au démarrage de l'épreuve, signez la première page.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
les points indiqués si la réponse est correcte,
0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, les enseignant·es se réservent le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer
Antwort auswählenne PAS choisir une réponse | NOT select an answer
NICHT Antwort auswählenCorriger une réponse | Correct an answer
Antwort korrigierence qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte



Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\begin{aligned}\sin(x+y) &= \sin x \cos y + \cos x \sin y & \cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \tan(x+y) &= \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}\end{aligned}$$

Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Formules de transformation produit-somme :

$$\begin{aligned}\cos(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \sin(y) &= -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]\end{aligned}$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\begin{aligned}\cos x + \cos y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \cos x - \cos y &= -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \\ \sin x + \sin y &= 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \sin x - \sin y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\end{aligned}$$

Expressions des fonctions trigonométriques en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$:

$$\sin x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \cos x = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \tan x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$



Première partie, questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

Question 1 (2 points)

L'équation $\sin(x) = \frac{3}{5}$, $x \in [\frac{\pi}{4}, \frac{29\pi}{6}]$ possède ...

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> exactement 4 solutions. | <input type="checkbox"/> exactement 5 solutions. |
| <input type="checkbox"/> exactement 3 solutions. | <input type="checkbox"/> exactement 6 solutions. |

Question 2 (2 points)

Soit $\varphi = \arccos(\frac{2}{3}) - \arccos(\frac{1}{5})$. Alors

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\varphi = \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}+4\sqrt{6}}{15}\right) - \pi$ | <input type="checkbox"/> $\varphi = \pi - \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}+4\sqrt{6}}{15}\right)$ |
| <input type="checkbox"/> $\varphi = \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}+4\sqrt{6}}{15}\right)$ | <input type="checkbox"/> $\varphi = 0$ |
| <input type="checkbox"/> $\varphi = \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}-4\sqrt{6}}{15}\right) - \pi$ | <input type="checkbox"/> $\varphi = \pi - \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}-4\sqrt{6}}{15}\right)$ |
| <input type="checkbox"/> $\varphi = -\pi$ | <input type="checkbox"/> $\varphi = \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}-4\sqrt{6}}{15}\right)$ |

Question 3 (2 points)

La fonction $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ donnée par

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2x) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2x)$$

est injective pour quel choix d'ensemble de départ D ?

- | | | |
|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> $D = [-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}]$ | <input type="checkbox"/> $D = [-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ | <input type="checkbox"/> $D = [-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}]$ |
| <input type="checkbox"/> $D = [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ | <input type="checkbox"/> $D = [\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}]$ | <input type="checkbox"/> $D = [-\pi, 0]$ |
| <input type="checkbox"/> $D = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ | <input type="checkbox"/> $D = [-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ | <input type="checkbox"/> $D = [0, \pi]$ |

Question 4 (3 points)

L'ensemble des solutions de $\cos(x) \leq -\frac{3}{4}$, $x \in [\frac{5\pi}{4}, \frac{53\pi}{6}]$ est ...

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> réunion de 3 intervalles disjoints non vides. | <input type="checkbox"/> réunion de 2 intervalles disjoints non vides. |
| <input type="checkbox"/> réunion de 4 intervalles disjoints non vides. | <input type="checkbox"/> réunion de 5 intervalles disjoints non vides. |

**Question 5** (2 points)

Soit $a \in \mathbb{R}$. On définit A comme la surface délimitée par la courbe $y = \frac{1}{x}$, et les droites $y = 0$, $x = e^4$, et $x = a$. L'aire géométrique (non signée) de A vaut 3 pour quelle valeur de a ?

- $a = 2$
- $a = e^2$
- $a = 1$
- $a = e^4$

- $a = e$
- $a = e^3$
- $a = 4$
- $a = 3$

Question 6 (2 points)

Trouver l'ensemble solution S de l'inéquation

$$e^{3x} + 2e^{2x} - 3e^x \leq 0.$$

- $S =]-\infty, 0]$
- $S = [0, +\infty[$
- $S =]0, 1]$
- $S = [-3, 0] \cup [1, +\infty[$

- $S =]-\infty, 0[$
- $S = [0, 1]$
- $S =]0, +\infty[$
- $S =]-\infty, -3] \cup [0, 1]$



Deuxième partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées à la correction.

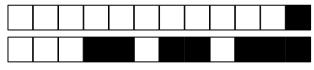
Question 7: Cette question est notée sur 4 points.

<input type="checkbox"/>	.5							
<input type="checkbox"/> 0		<input type="checkbox"/> 1		<input type="checkbox"/> 2		<input type="checkbox"/> 3		<input type="checkbox"/> 4

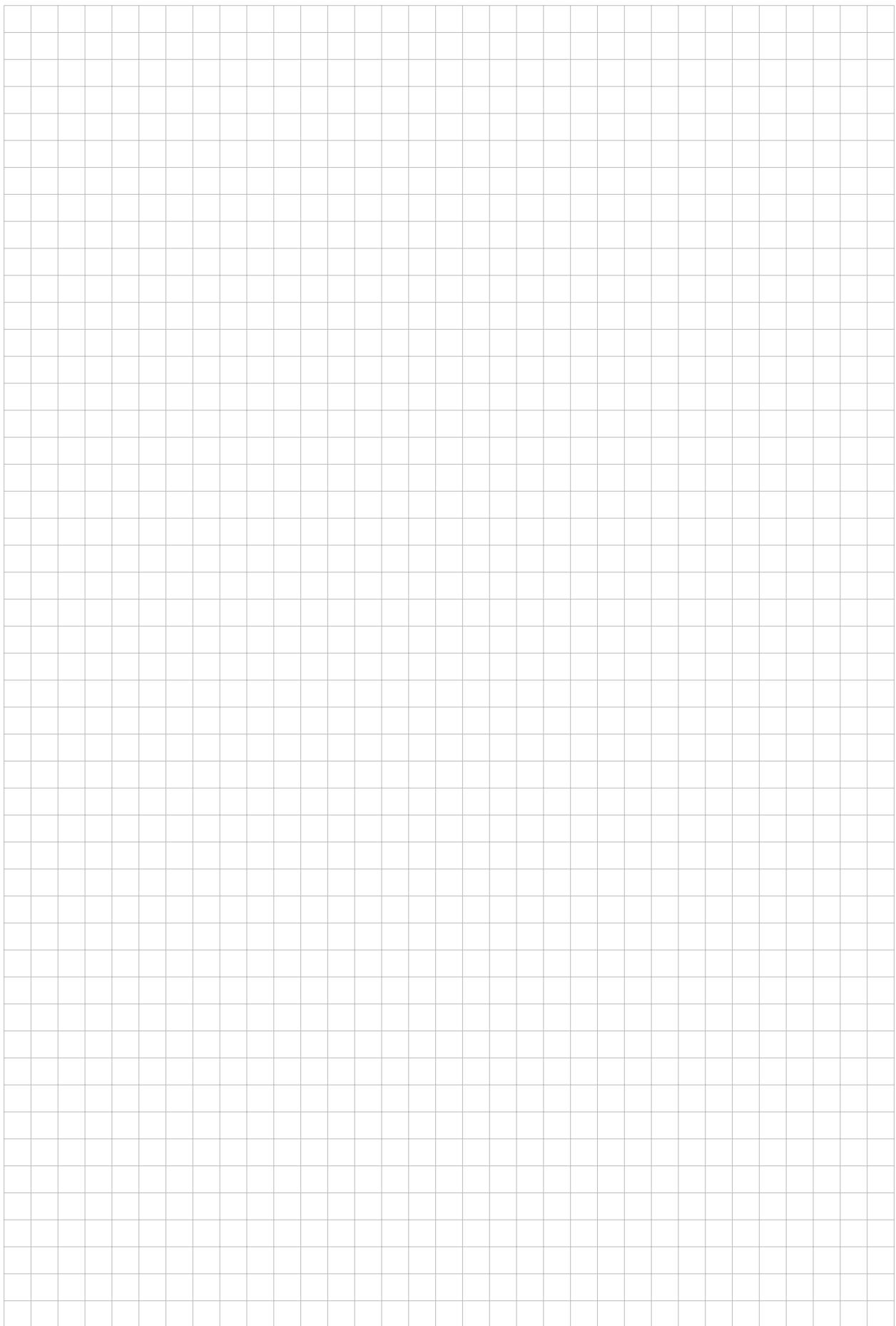
Résoudre l'équation suivante pour $x \in \mathbb{R}$:

$$\arctan\left(\frac{2}{1-x}\right) + 2 \arctan(x) = \pi.$$



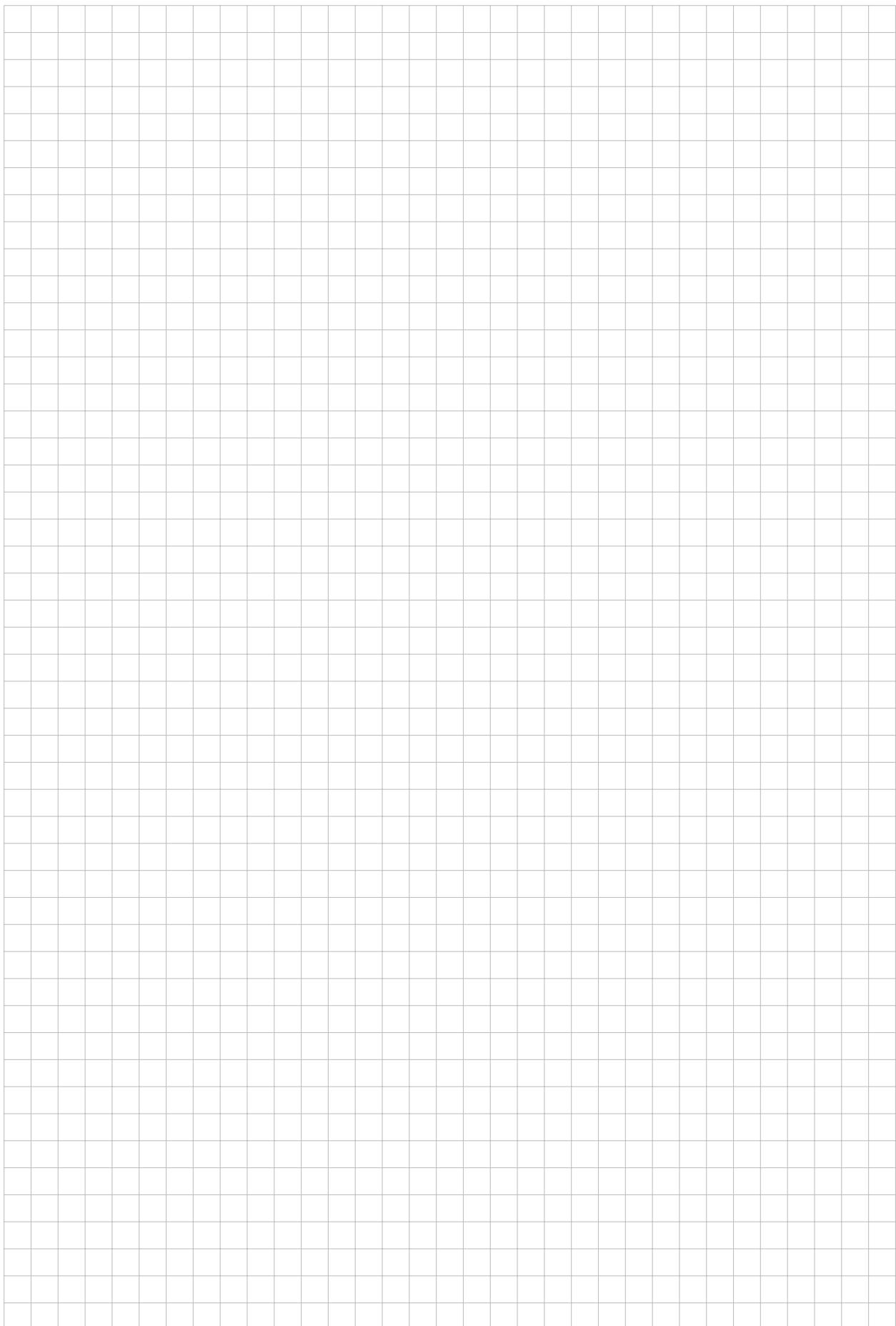


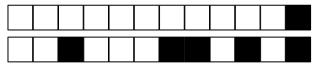
+1/6/55+



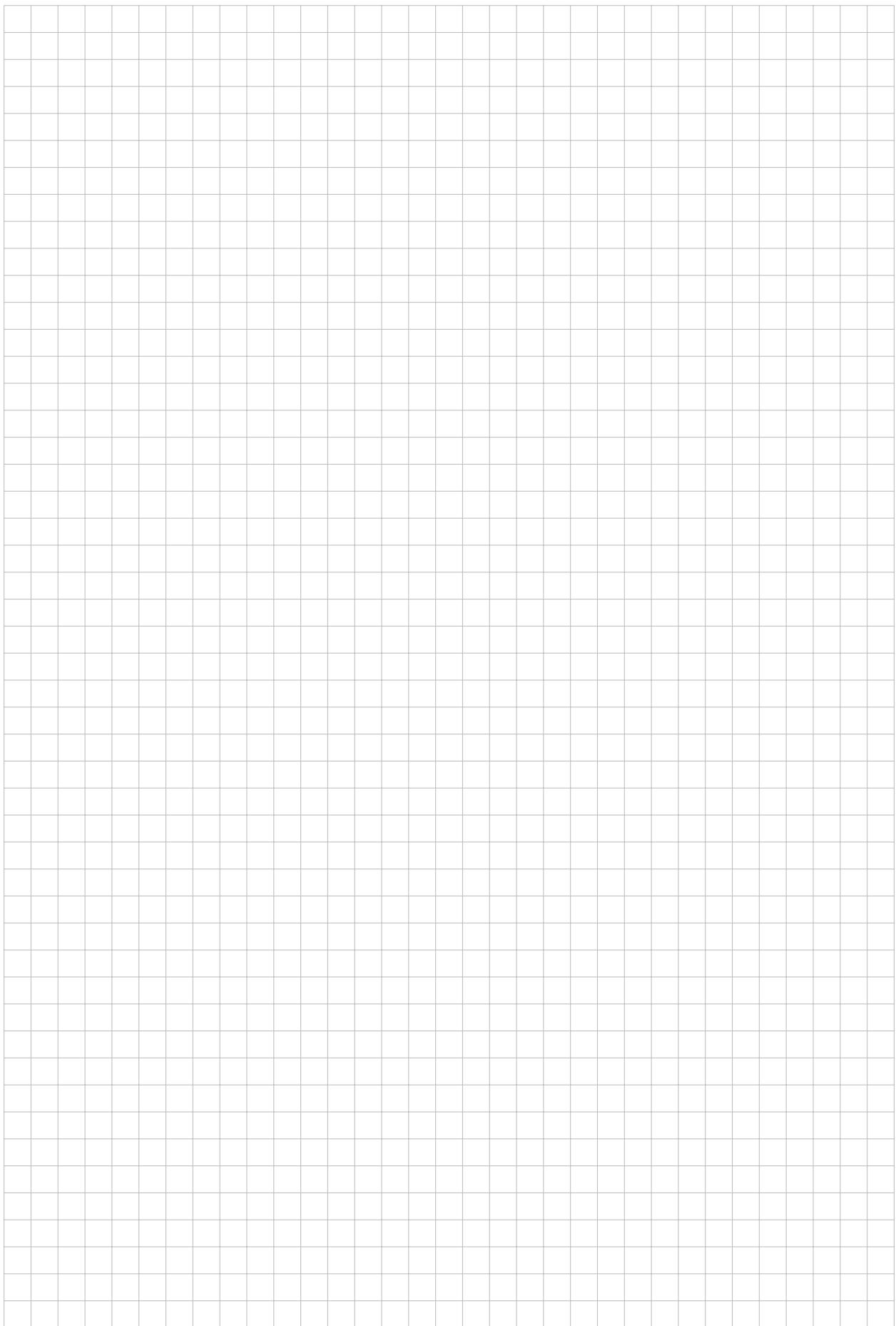


+1/7/54+





+1/8/53+



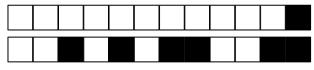


Question 8: Cette question est notée sur 4 points.

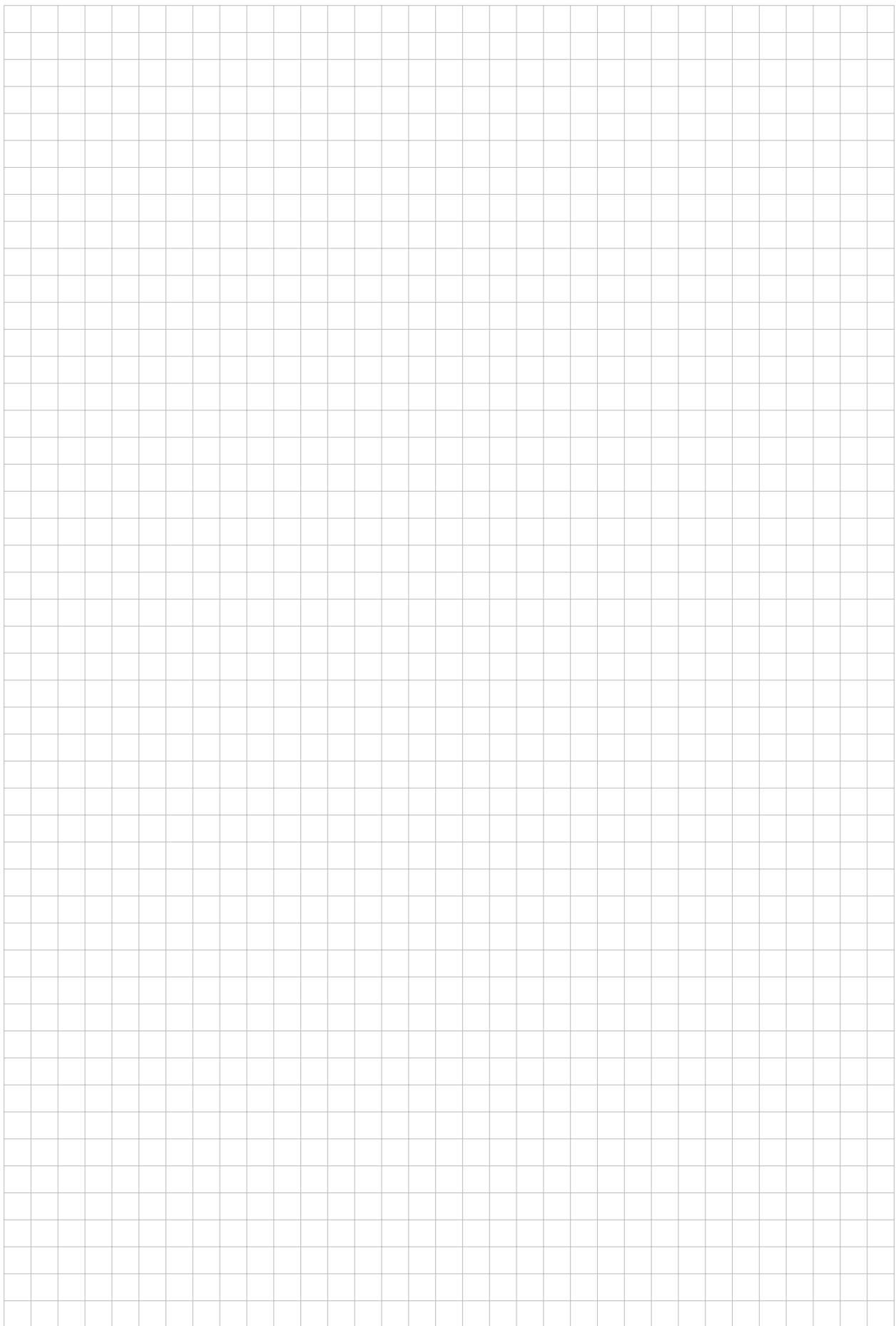
<input type="checkbox"/>	.5							
<input type="checkbox"/> 0		<input type="checkbox"/> 1		<input type="checkbox"/> 2		<input type="checkbox"/> 3		<input type="checkbox"/> 4

Résoudre l'inéquation suivante pour $x \in \mathbb{R}$:

$$\log_{\frac{2}{5}}(1 - x^2) \leq 1 - \log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{1}{1+x}\right).$$

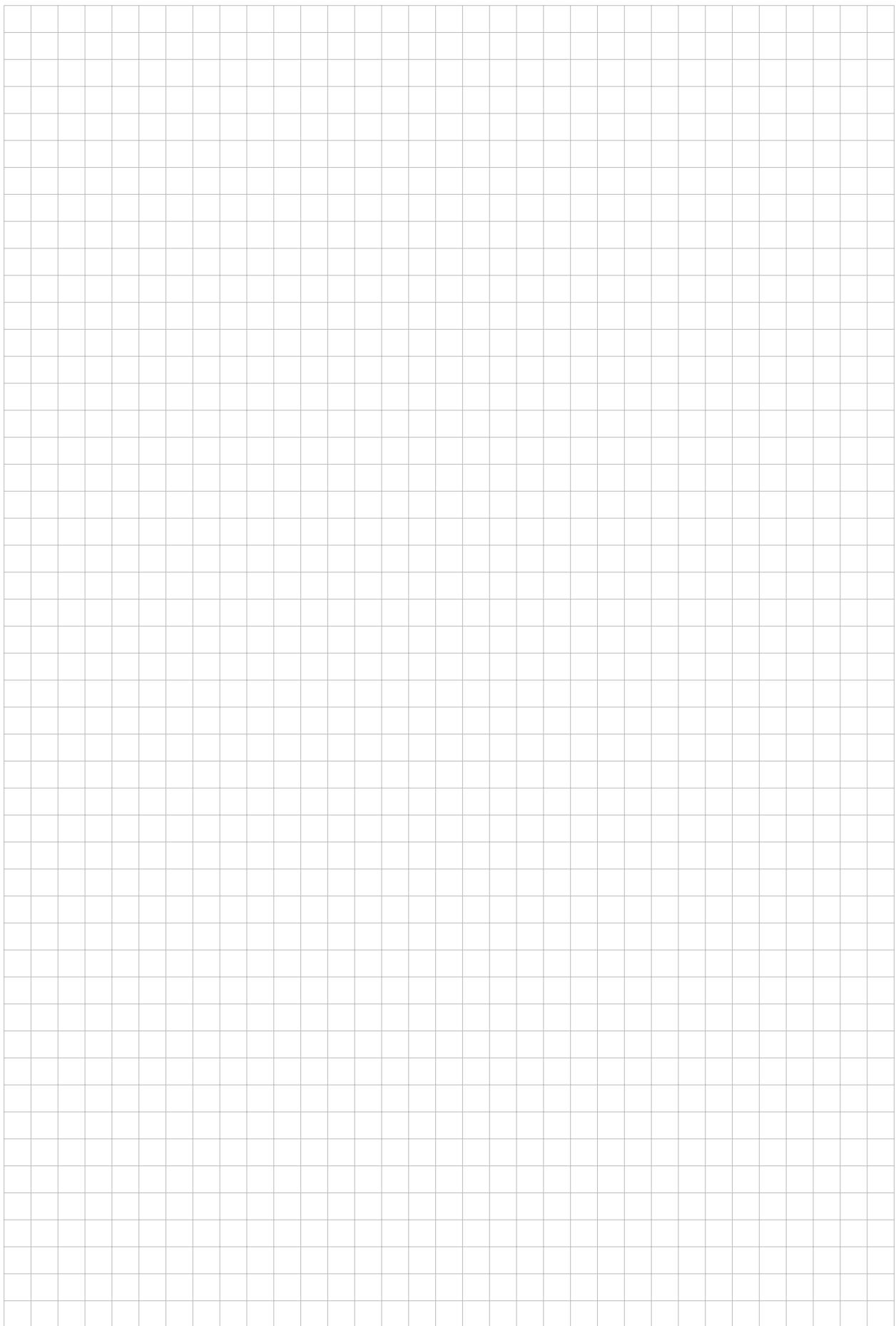


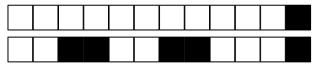
+1/10/51+



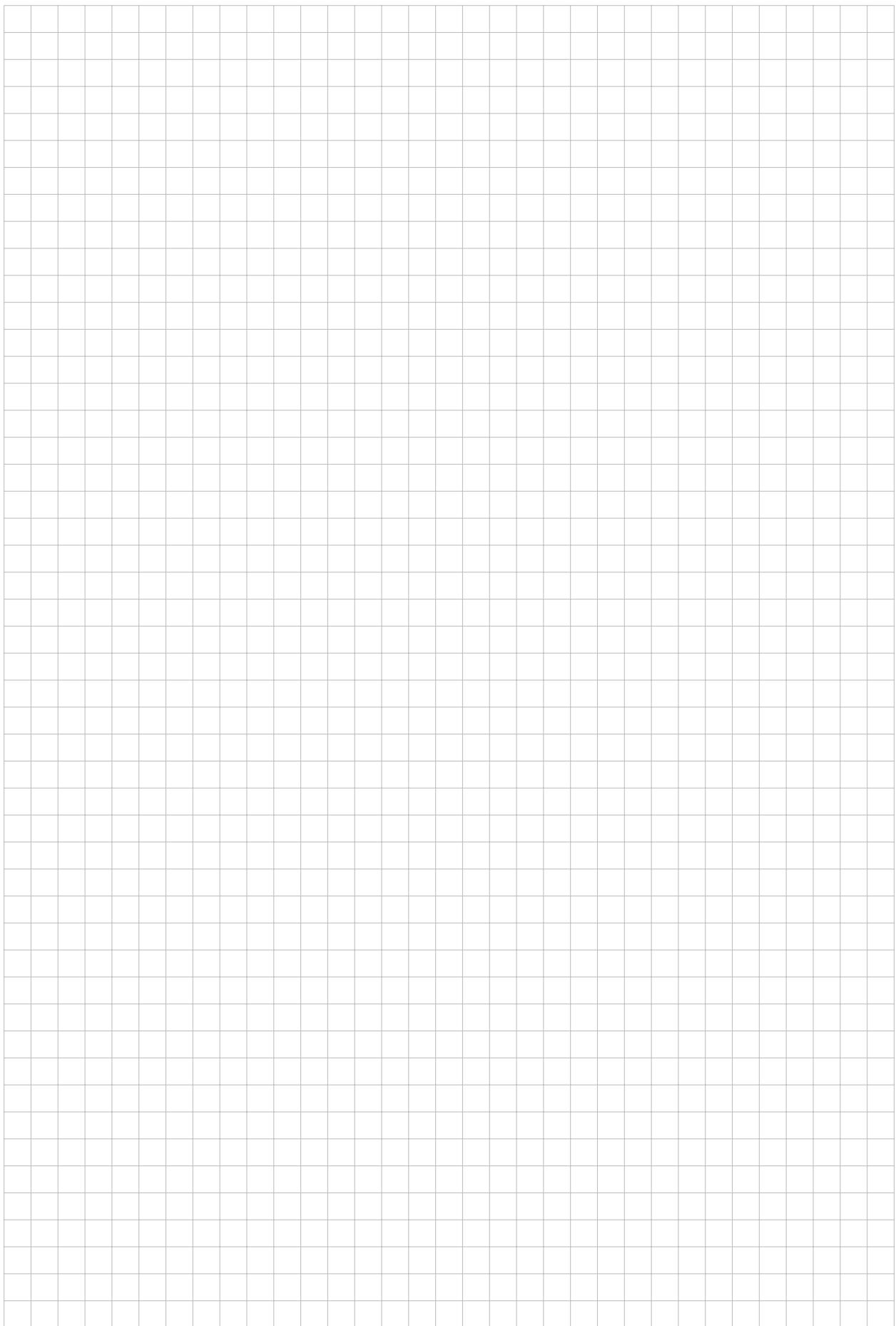


+1/11/50+





+1/12/49+

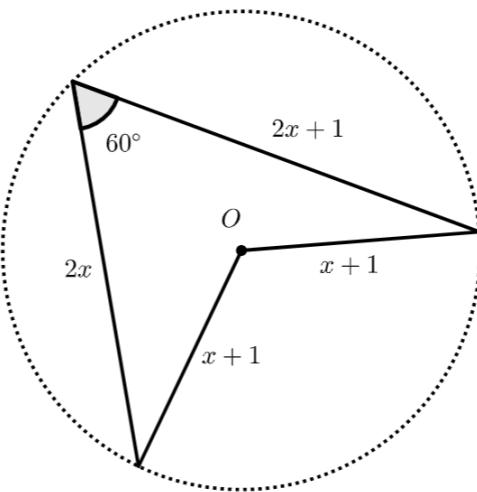


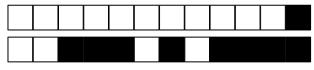


Question 9: Cette question est notée sur 4 points.

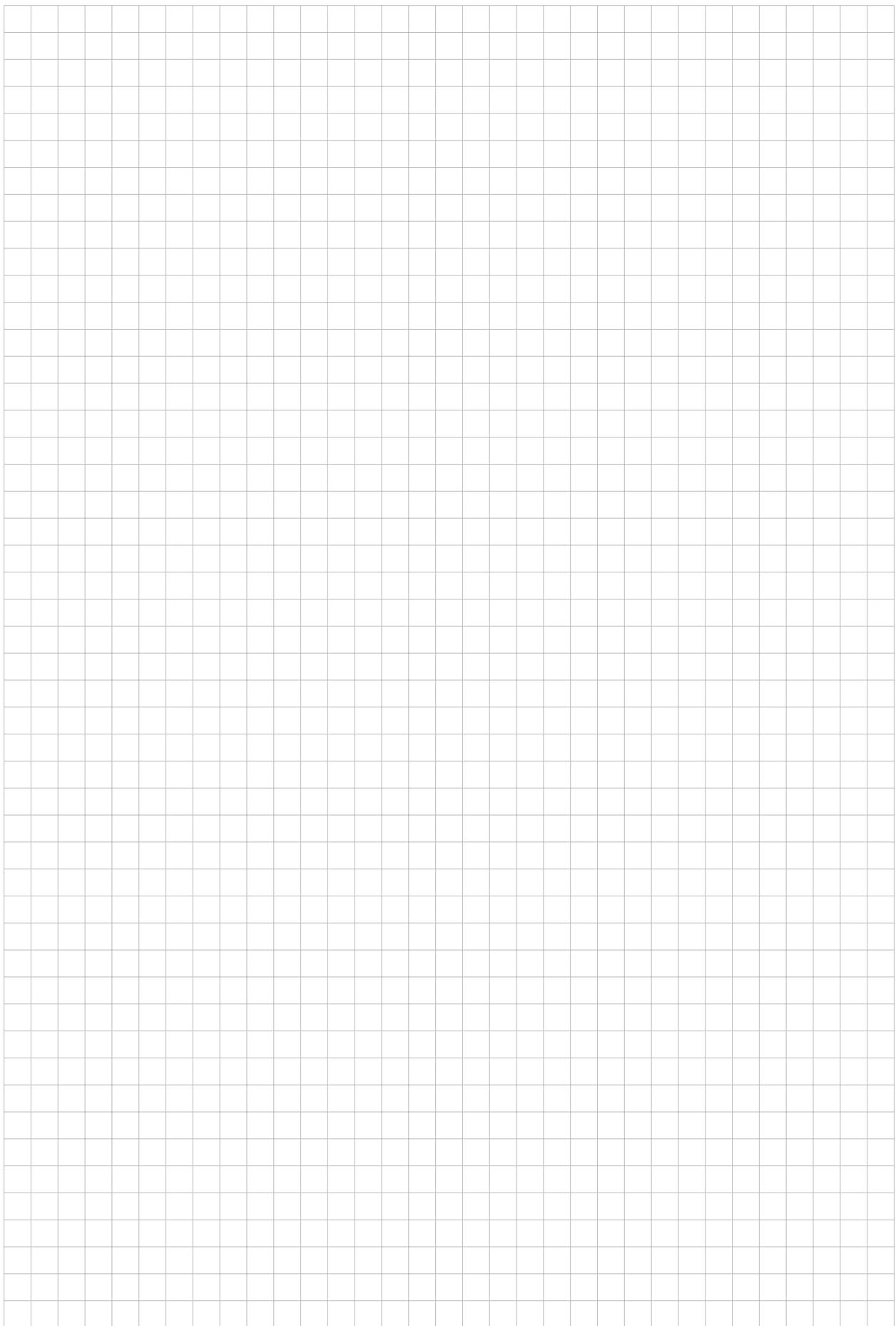
	.5		.5		.5		.5	
0		1		2		3		4

On considère la figure suivante dans laquelle O est le centre du cercle dessiné en traitillé. Déterminer la valeur de $x \in \mathbb{R}$.



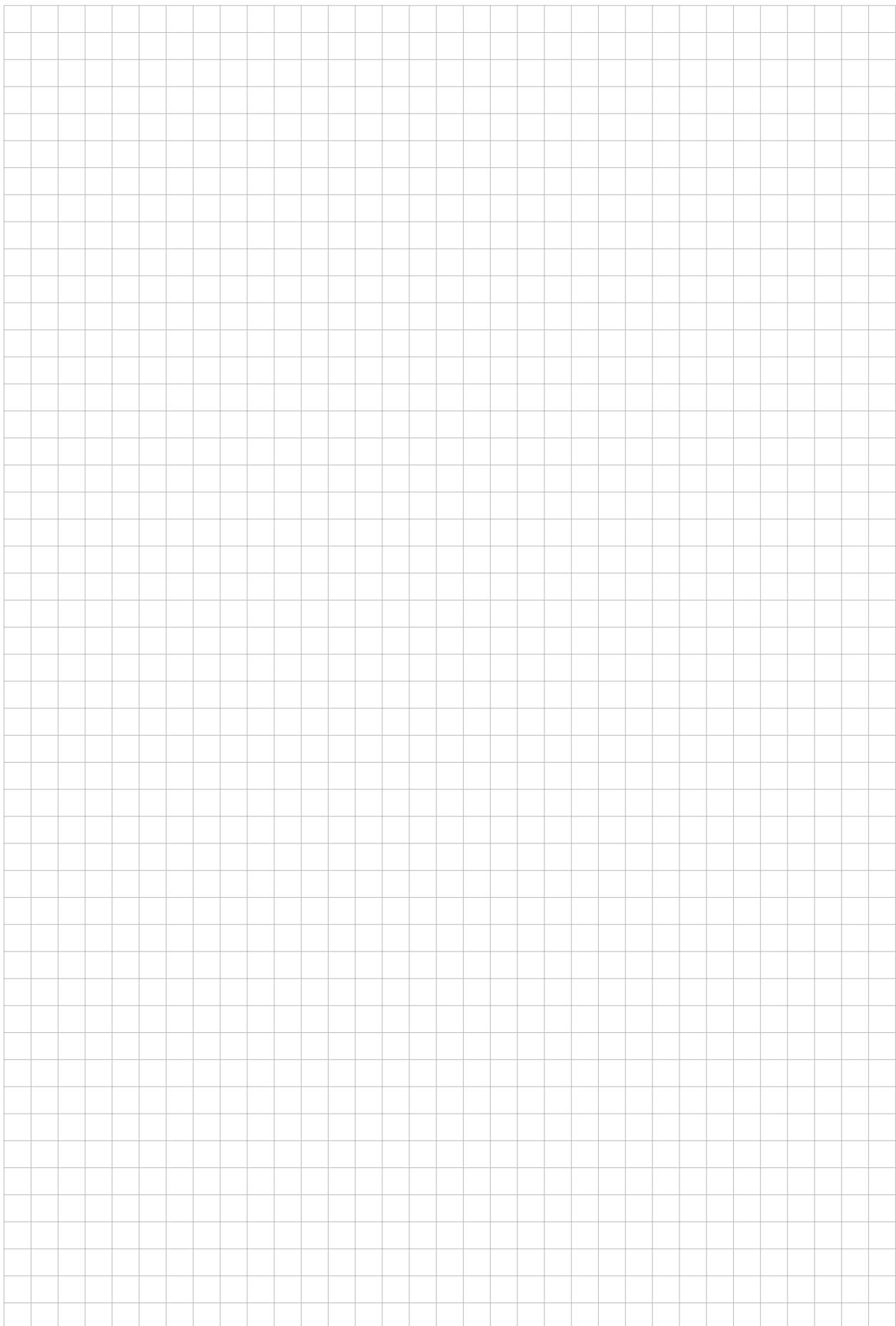


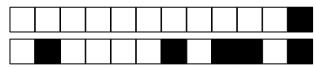
+1/14/47+





+1/15/46+





+1/16/45+