

**EPFL****1****Enseignant·es: Dubuis, Huruguen, Khukhro****Analyse 2 - Contrôle 1 - CMS****6 novembre 2024****Durée : 105 minutes**

# Robin des Bois

**SCIPER : 999999**Signature .....  Absent

**Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 8 questions et 16 pages, les dernières pouvant être vides. Le total est de 25 points. Ne pas dégrafer.**

- Posez votre carte d'étudiant sur la table et vérifiez votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page. Au démarrage de l'épreuve, signez la première page.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :  
les points indiqués si la réponse est correcte,  
0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,  
0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, les enseignant·es se réservent le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes   Observe this guidelines   Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien					
choisir une réponse   select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse   NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse   Correct an answer Antwort korrigieren			
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>			
ce qu'il ne faut <b>PAS</b> faire   what should <b>NOT</b> be done   was man <b>NICHT</b> tun sollte					
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>					



## Quelques formules de trigonométrie

### Formules d'addition :

$$\begin{aligned}\sin(x+y) &= \sin x \cos y + \cos x \sin y & \cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \tan(x+y) &= \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}\end{aligned}$$

### Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

### Formules de transformation produit-somme :

$$\begin{aligned}\cos(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \sin(y) &= -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]\end{aligned}$$

### Formules de transformation somme-produit :

$$\begin{aligned}\cos x + \cos y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \cos x - \cos y &= -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \\ \sin x + \sin y &= 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \sin x - \sin y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\end{aligned}$$

### Expressions des fonctions trigonométriques en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ :

$$\sin x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \cos x = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \tan x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$



## Première partie, questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

### Question 1 (2 points)

Trouver la valeur de l'angle  $\varphi = 2x$  sachant que

$$\cos(x) = \frac{\sqrt{\sqrt{2} + 2}}{2} \text{ et } x \in [-3\pi, -2\pi].$$

- $\varphi = \frac{-17\pi}{4}$ .  
  $\varphi = \frac{-23\pi}{4}$ .  
  $\varphi = \frac{-\pi}{4}$ .

- $\varphi = \frac{-3\pi}{4}$ .  
  $\varphi = \frac{-19\pi}{4}$ .  
  $\varphi = \frac{-21\pi}{4}$ .

### Question 2 (2 points)

Résoudre l'inéquation suivante pour  $x \in [0, 2\pi]$  :

$$\tan(3x) \leq \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

L'ensemble solution  $S$  est

- la réunion de 5 intervalles disjoints.  
 la réunion de 7 intervalles disjoints.  
 la réunion de 6 intervalles disjoints.  
 un unique intervalle.  
 vide.  
 la réunion de 4 intervalles disjoints.

### Question 3 (2 points)

Soit  $x \in [-\frac{9\pi}{2}, -\frac{7\pi}{2}]$  tel que  $\sin(x) = \pm \frac{4}{5}$ . La valeur de  $\cos(\frac{x}{2})$  est

- $\frac{2\sqrt{5}}{5}$   
  $\frac{1}{\sqrt{5}}$   
  $-\frac{1}{\sqrt{5}}$   
  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

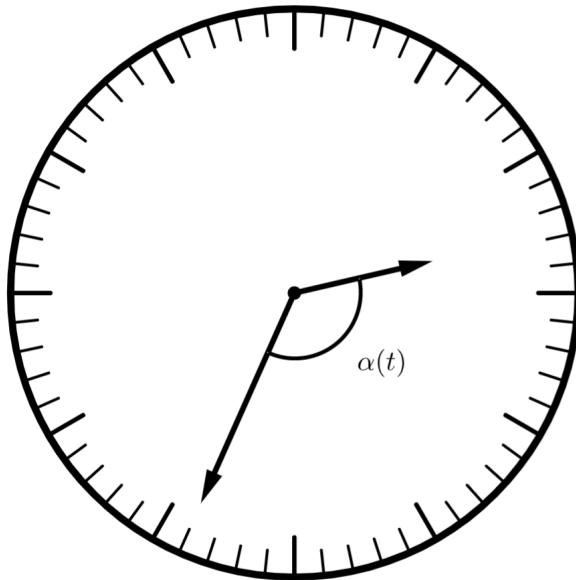
- $-\frac{1}{5}$   
  $\frac{1}{5}$   
  $-\frac{4}{5}$   
  $\frac{4}{5}$



Pour les **Questions 4 et 5** on considère une horloge et on note, en fonction du temps  $t$  (exprimé en heures) :

$$\alpha(t) \in [0, 180^\circ]$$

l'angle géométrique (mesuré en degrés) entre l'aiguille des heures et celle des minutes.  
De plus, on rappelle que les deux aiguilles sont superposées à 12 heures.



**Question 4** (2 points) Il est midi et quart, c'est-à-dire 12 heures et 15 minutes. Combien vaut  $\alpha(t)$  ?

84°

79,5°

82,5°

90°

**Question 5** (2 points) On a  $\alpha(t) = 180^\circ$  si et seulement si ...

$\exists k \in \mathbb{Z}, 11t = 6 + 12k$

$\exists k \in \mathbb{Z}, 13t = 6 + 12k$

$\exists k \in \mathbb{Z}, 13t = 6k$

$\exists k \in \mathbb{Z}, 11t = 6k$



## Deuxième partie, questions de type ouvert

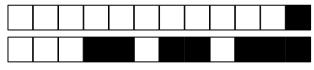
Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées à la correction.

**Question 6:** Cette question est notée sur 5 points.

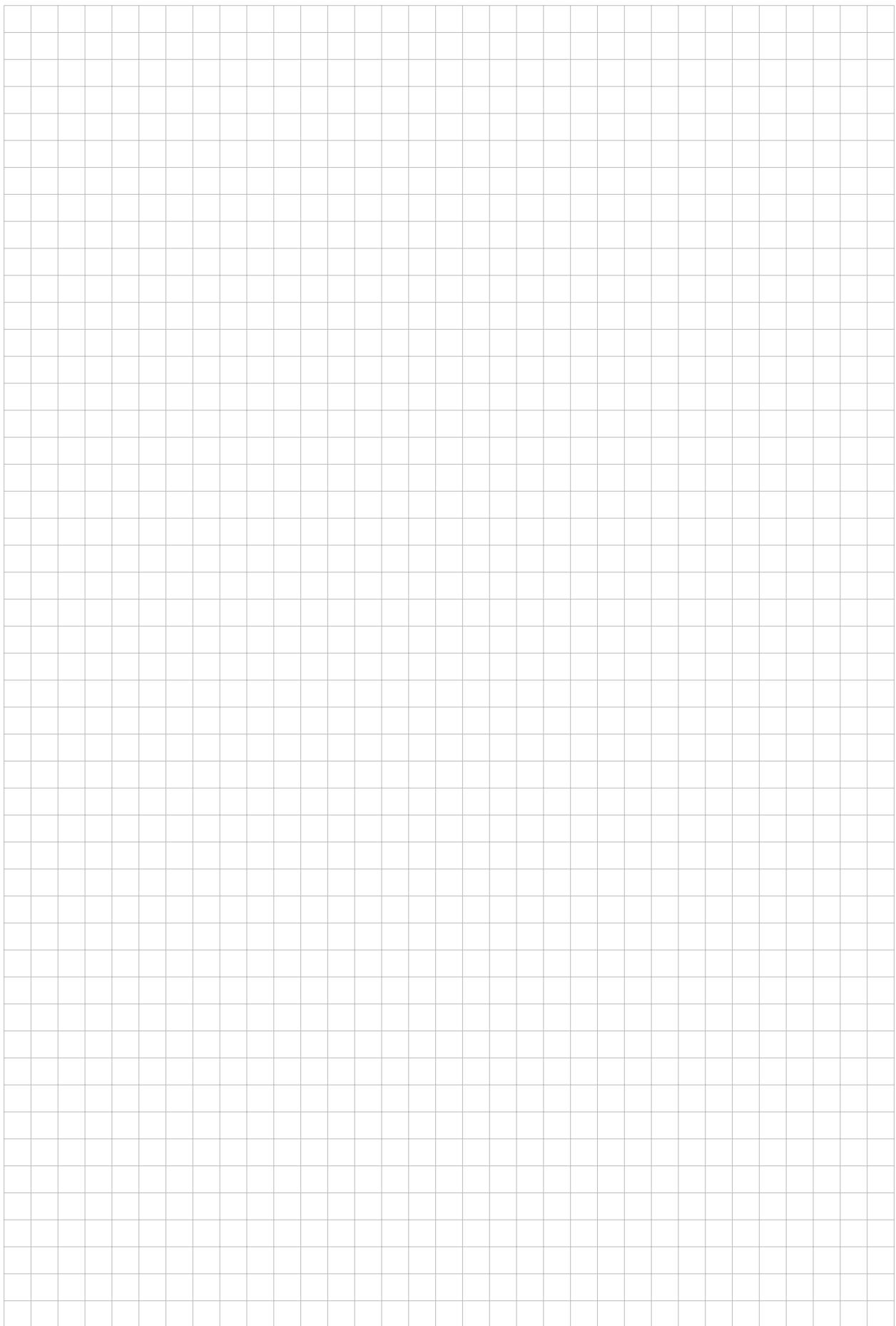
<input type="checkbox"/>	.5									
<input type="checkbox"/> 0		<input type="checkbox"/> 1		<input type="checkbox"/> 2		<input type="checkbox"/> 3		<input type="checkbox"/> 4		<input type="checkbox"/> 5

Résoudre l'inéquation suivante pour  $x \in [-\pi, 0]$  :

$$\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right) \geq \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

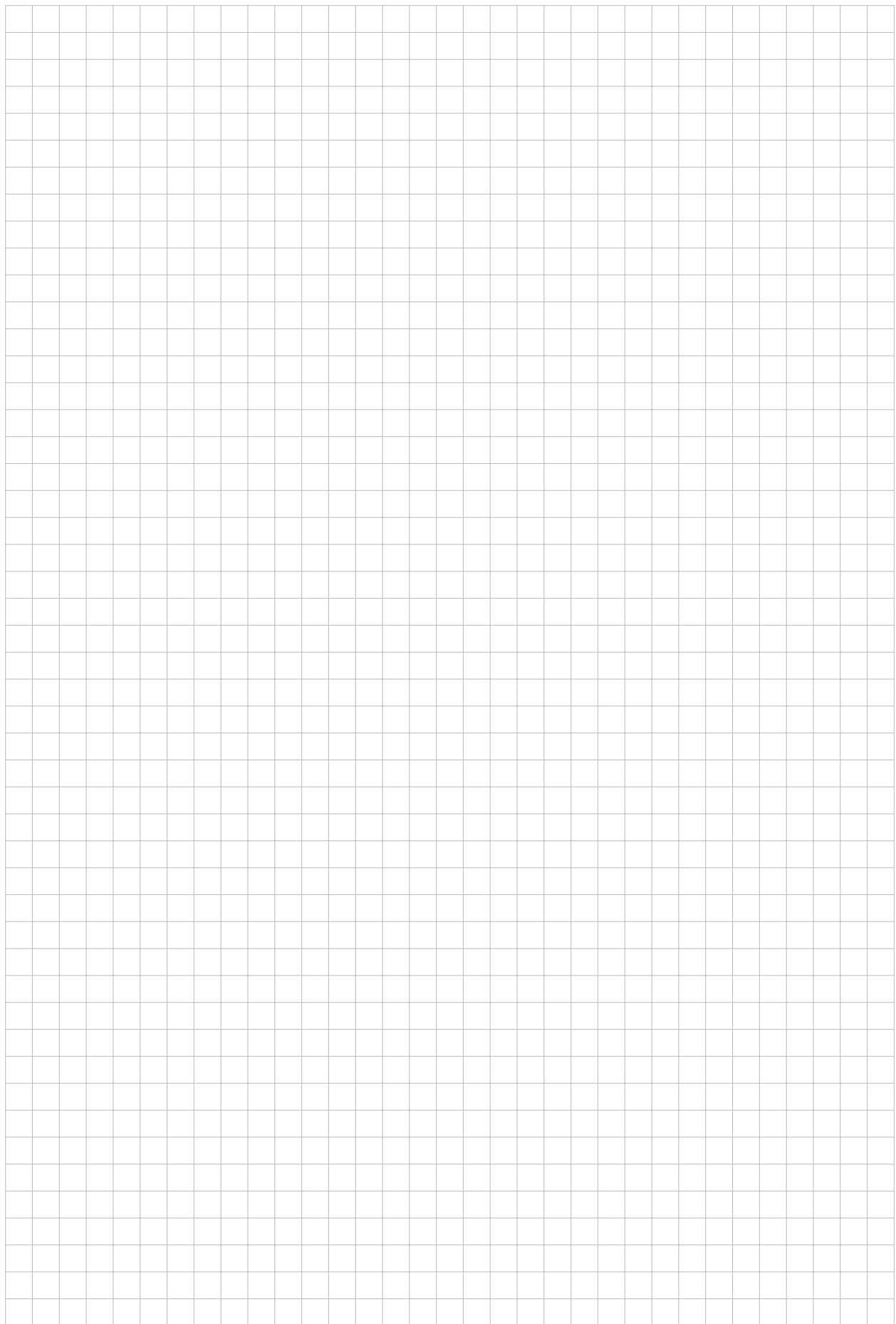


+1/6/55+





+1/7/54+





**Question 7:** Cette question est notée sur 5 points.

<input type="checkbox"/>	,5									
<input type="checkbox"/> 0		<input type="checkbox"/> 1		<input type="checkbox"/> 2		<input type="checkbox"/> 3		<input type="checkbox"/> 4		<input type="checkbox"/> 5

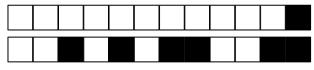
Résoudre l'équation suivante pour  $x \in [\frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}]$ :

$$\cos(2x) + \cot(x) = -1.$$

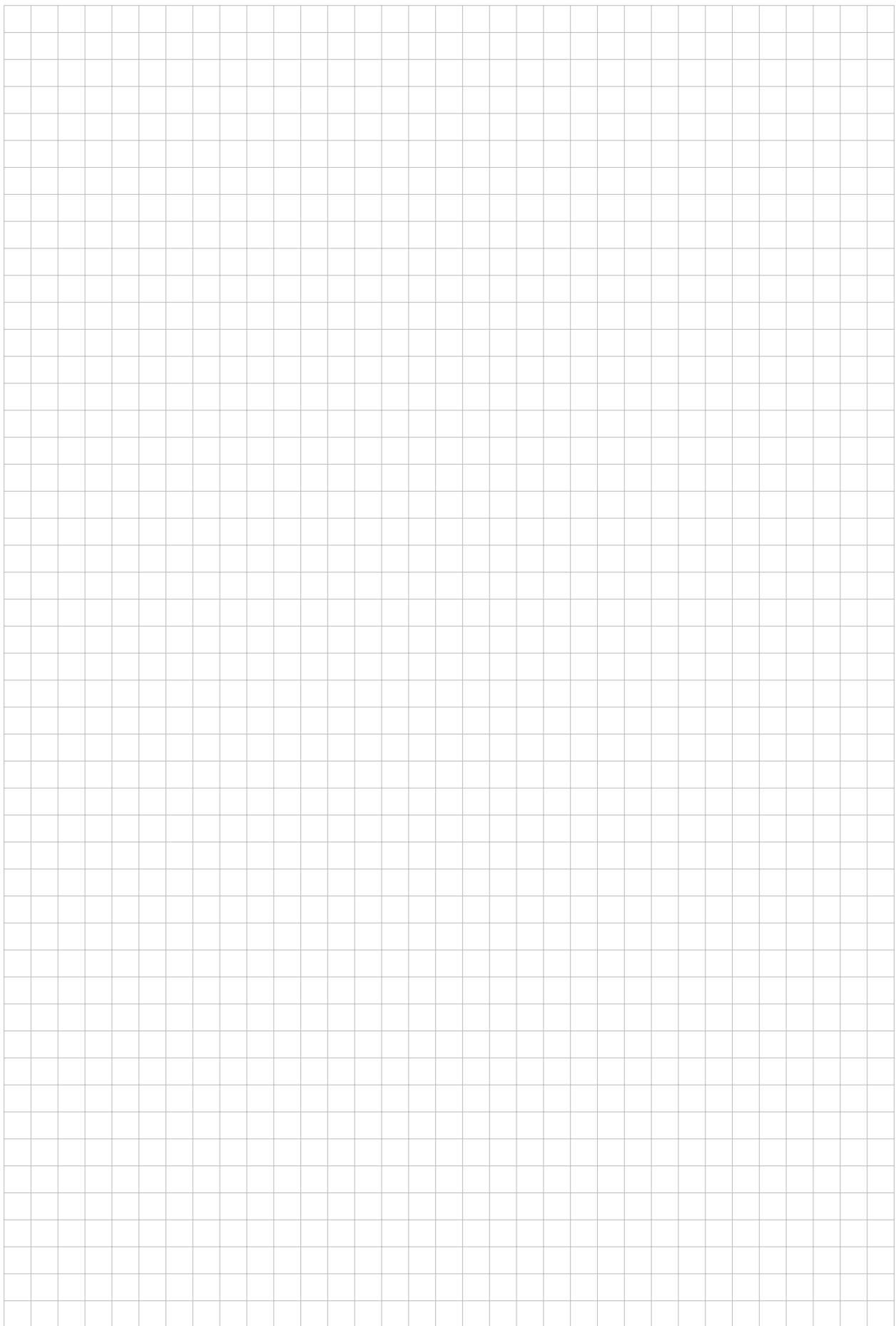


+1/9/52+



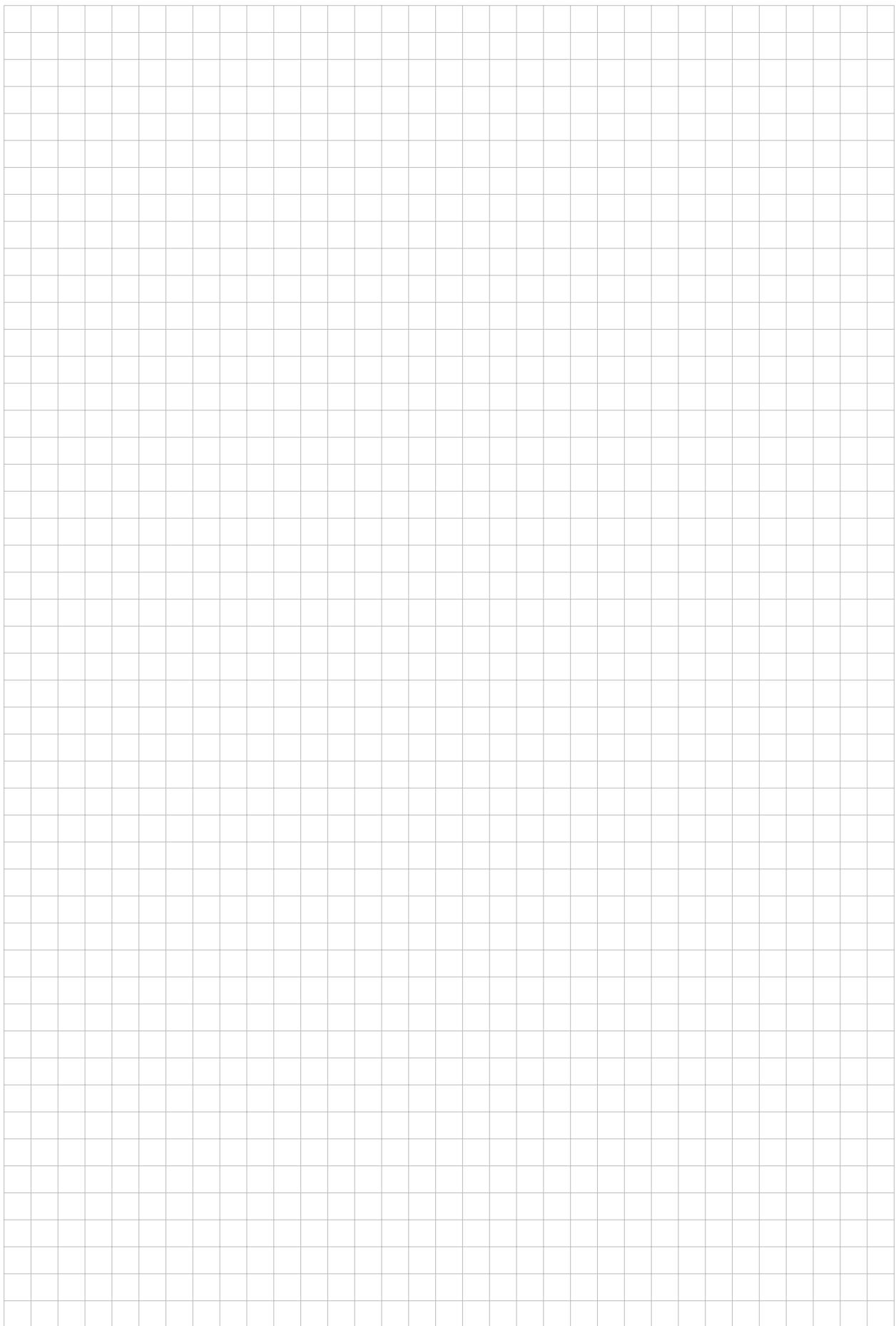


+1/10/51+





+1/11/50+

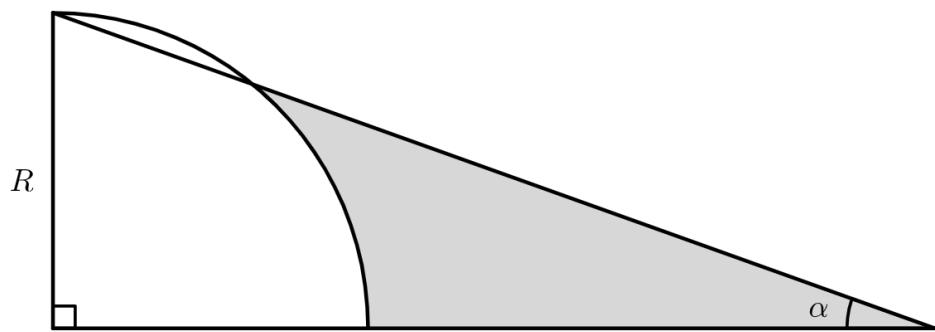




**Question 8:** Cette question est notée sur 5 points.

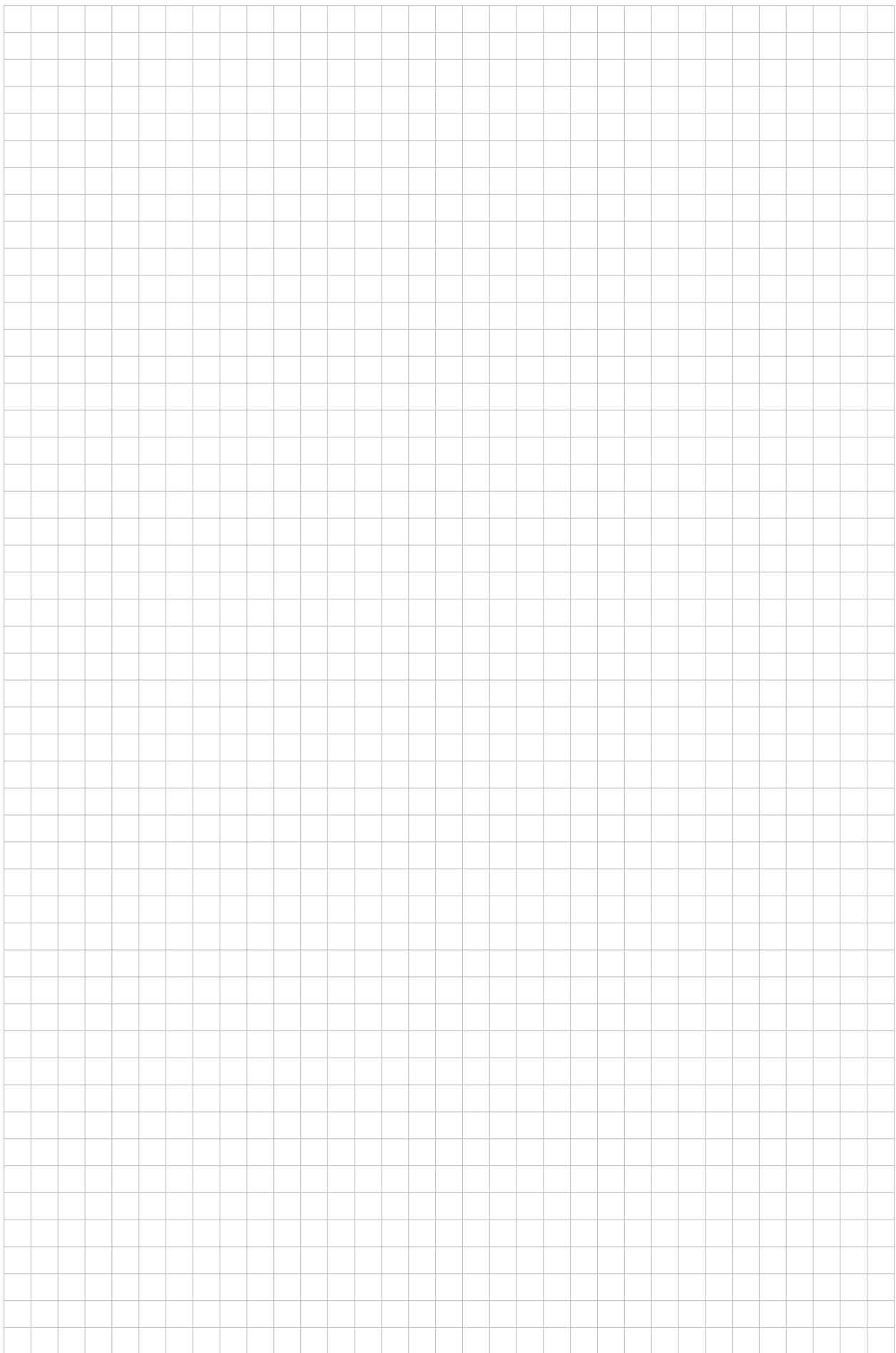
<input type="checkbox"/>	,5									
<input type="checkbox"/> 0		<input type="checkbox"/> 1		<input type="checkbox"/> 2		<input type="checkbox"/> 3		<input type="checkbox"/> 4		<input type="checkbox"/> 5

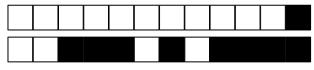
Déterminer l'aire  $S$  de la surface grisée ci-dessous, en fonction des paramètres  $R$  et  $\alpha$ .



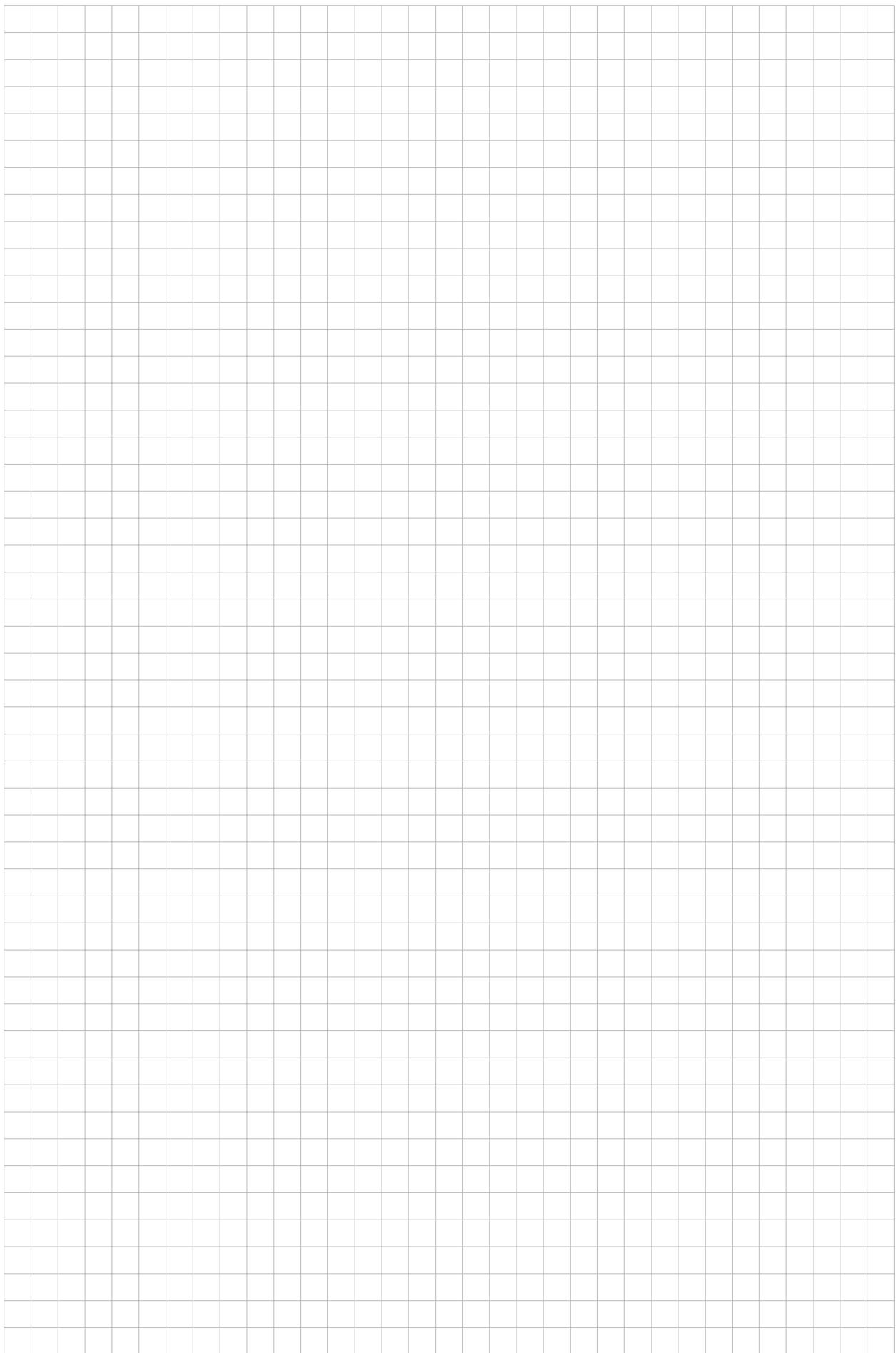


+1/13/48+



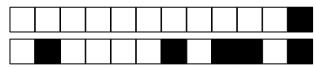


+1/14/47+





+1/15/46+



+1/16/45+