

Série 9

1. Déterminer le domaine de définition, puis résoudre l'équation suivante :

$$2 \arccos\left(\frac{x}{4}\right) + \arcsin\left(\frac{x^2-2}{x^2}\right) = \frac{3\pi}{2}.$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les trois équations suivantes :

a) $\frac{\pi}{4} + \arctan(2x) = \frac{\pi}{2} - \arctan(3x)$

b) $2 \arctan\left(x + \frac{1}{2}\right) + \arctan(2x - 1) = \frac{\pi}{2}$

c) $\arcsin x + \arcsin(2x) - \arccos(\sqrt{3}x) = \frac{\pi}{2}$

3. Soit la fonction f de $A \subset \mathbb{R}$ dans $B \subset \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \sin x + \cos x$.

Déterminer A et B de sorte que f soit une bijection.

Déterminer alors la fonction réciproque de f .

4. Calculer $\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \in \mathbb{R}^*$.

En déduire la représentation graphique de la fonction $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ à partir de celle de la fonction $\arctan(x)$.

5. Dans un triangle ABC les angles α, β, γ sont définis par

$$\alpha = \arccos(4x) \quad \beta = \arccos(-3x) \quad \gamma = \arccos(24x^2).$$

On connaît aussi le rayon R de son cercle circonscrit $R = 25$.

- a) Déterminer la valeur de x ainsi que les valeurs de $\sin \alpha$, $\sin \beta$ et $\sin \gamma$.
- b) Calculer le rayon r du cercle inscrit du triangle ABC .
-

Réponses de la série 9

1. $S = \{-2\}$

2. a) $S = \{\frac{1}{6}\}$

b) $S = \{\frac{1}{2}\}$

c) $S = \{\frac{1}{2}\}$

3. Il y a plusieurs solutions à ce problème. En voici une :

$$A = [-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}], \quad B = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}],$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right), \quad \forall x \in B.$$

Consultez Moodle pour en découvrir deux autres.

4. • $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2}$ si $x < 0$

• $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ si $x > 0$

5. a) $x = \frac{1}{5}$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $\sin \gamma = \frac{7}{25}$.

b) $r = 4$.
