Série 6

1. Résoudre les équations suivantes :

a) $2\tan^2(x) + 3\dfrac{\tan(x)}{\cos(x)} = \dfrac{2}{\cos^2(x)}$.

b) $\tan x + 3\,\sin^2 x - \cos^2 x = 0$

c) $\sin^2 x + 8\,\sin(2x) + 3\,\cos^2 x = 10\,\cot x$

d) $1 + 2\,\sin x + \cos x + 2\,\tan x = 0$

e) $2\,\sin^2 x + \sqrt{3}\,\sin(2x) - 3 = 0\,, \qquad 0 < x < 2\pi$

f) $\dfrac{\sin(2x)}{1 - \cos x} + 2 = 2\,(\sin x + 2\cos x)$

2. Est-il vraiment nécessaire d'utiliser un changement de variable pour résoudre les équations suivantes ?

a) $\sin(3x) = \cos x$

b) $\dfrac{1}{\cos x} - \cos x = \sin x$

c) $\cos x = \tan x$

d) $\sqrt{3} - \tan x = \dfrac{1}{\cos x}$

3. Résoudre l'inéquation suivante :

$$1 + \frac{\sin x}{1 + \cos x} > 2\,(\sin x - \cos x)$$

Réponses de la série 6

1. a) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

b) $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi\,,\ \alpha + k\pi\,,\ \beta + k\pi\,,\quad k \in \mathbb{Z} \right\}$
avec $\tan\alpha = -1 - \sqrt{2}$ et $\tan\beta = -1 + \sqrt{2}$

c) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi\,,\ \alpha + k\pi\,,\ \beta + k\pi\,,\quad k \in \mathbb{Z} \right\}$
avec $\tan\alpha = -2$ et $\tan\beta = -5$

d) $S = \{ \pi + 2k\pi\,,\ 2\alpha + 2k\pi\,,\ 2\beta + 2k\pi\,,\quad k \in \mathbb{Z} \}$
avec $\tan\alpha = 2 - \sqrt{5}$ et $\tan\beta = 2 + \sqrt{5}$

e) $S = \left\{ \frac{\pi}{3}\,,\ \frac{4\pi}{3} \right\}$

f) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi\,,\ -\frac{\pi}{3} + 2k\pi\,,\ \frac{\pi}{3} + 2k\pi\,,\quad k \in \mathbb{Z} \right\}$

2. a) $S = \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}\,,\ \frac{\pi}{4} + k\pi\,,\quad k \in \mathbb{Z} \right\}$

b) $S = \left\{ k\pi\,,\ \frac{\pi}{4} + k\pi\,,\quad k \in \mathbb{Z} \right\}$

c) $S = \{ \varphi + 2k\pi\,,\ \pi - \varphi + 2k\pi\,,\quad k \in \mathbb{Z} \}$ avec $\sin\varphi = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

d) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi\,,\quad k \in \mathbb{Z} \right\}$

3. $S = \displaystyle\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\left]-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\,,\ \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right[\ \cup\ \left]\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\,,\ \pi + 2k\pi\right[\right)$