



1













Enseignant-es: Dubuis  
Analyse 1 - CMS  
12 juin 2023  
Durée : 105 minutes

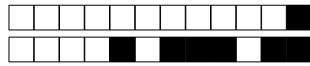
# Robin des Bois

SCIPER: 999999

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 7 questions et 16 pages, les dernières pouvant être vides. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table et vérifiez votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
  - les points indiqués si la réponse est correcte,
  - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  - 0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes   Observe this guidelines   Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse   select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse   NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse   Correct an answer Antwort korrigieren
  		 
ce qu'il ne faut <b>PAS</b> faire   what should <b>NOT</b> be done   was man <b>NICHT</b> tun sollte		
     		



## Trigonométrie circulaire

Formules d'addition :

$$\begin{aligned}\sin(x+y) &= \sin x \cos y + \cos x \sin y & \cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \tan(x+y) &= \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}\end{aligned}$$

Formules de bissection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Expressions de  $\sin x$ ,  $\cos x$  et  $\tan x$  en fonction de  $\tan(\frac{x}{2})$  :

$$\sin x = \frac{2 \tan(\frac{x}{2})}{1 + \tan^2(\frac{x}{2})} \quad \cos x = \frac{1 - \tan^2(\frac{x}{2})}{1 + \tan^2(\frac{x}{2})} \quad \tan x = \frac{2 \tan(\frac{x}{2})}{1 - \tan^2(\frac{x}{2})}$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\begin{aligned}\cos x + \cos y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \cos x - \cos y &= -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \\ \sin x + \sin y &= 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \sin x - \sin y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\end{aligned}$$

## Trigonométrie hyperbolique

Définitions :

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

Formules d'addition :

$$\begin{aligned}\sinh(x+y) &= \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y & \cosh(x+y) &= \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y \\ \tanh(x+y) &= \frac{\tanh x + \tanh y}{1 + \tanh x \tanh y}\end{aligned}$$

Formules de bissection :

$$\sinh^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh x - 1}{2} \quad \cosh^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh x + 1}{2} \quad \tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh x - 1}{\sinh x} = \frac{\sinh x}{\cosh x + 1}$$

## Dérivée de quelques fonctions

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\arg \sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$\arg \cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$	$\arg \tanh x$	$\frac{1}{1-x^2}$
$\operatorname{arccot} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$	$\coth x$	$-\frac{1}{\sinh^2 x}$	$\arg \coth x$	$\frac{1}{1-x^2}$



### Première partie, questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'une seule réponse correcte par question.

#### Question 1 (2 points)

Soit  $\Gamma$  la courbe donnée par l'équation  $y = 2\sqrt{x}$  pour  $0 \leq x \leq 1$ .

L'aire de la surface de révolution engendrée par la rotation de  $\Gamma$  autour de l'axe  $Ox$  vaut

☐  $4\pi(2\sqrt{2} - 1)$ .

☐  $\frac{4\pi}{3}(2\sqrt{2} - 1)$ .

☐  $\frac{8\pi}{3}(2\sqrt{2} - 1)$ .

☐  $\frac{8\pi}{3}(\sqrt{2})$ .

#### Question 2 (2 points)

Soit  $D$  le domaine délimité par les droites  $x = 1, y = 0$  et la courbe d'équation  $y = \sqrt[3]{x^2}, x \geq 0$ .

La valeur du volume  $V$  du corps de révolution engendré par la rotation de  $D$  autour de l'axe  $Oy$  vaut

☐  $\frac{3\pi}{4}$ .

☐  $\frac{17\pi}{20}$ .

☐  $\frac{\pi}{4}$ .

☐  $\frac{9\pi}{20}$ .

#### Question 3 (2 points)

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continûment dérivable telle que

- $f$  est paire,
- $f(1) = 1$ ,
- $\int_{-1}^1 x f'(x) dx = 3$ .

La valeur de  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  est

☐ 3.

☐ -1.

☐ 1.

☐ -3.



## Deuxième partie, questions de type ouvert

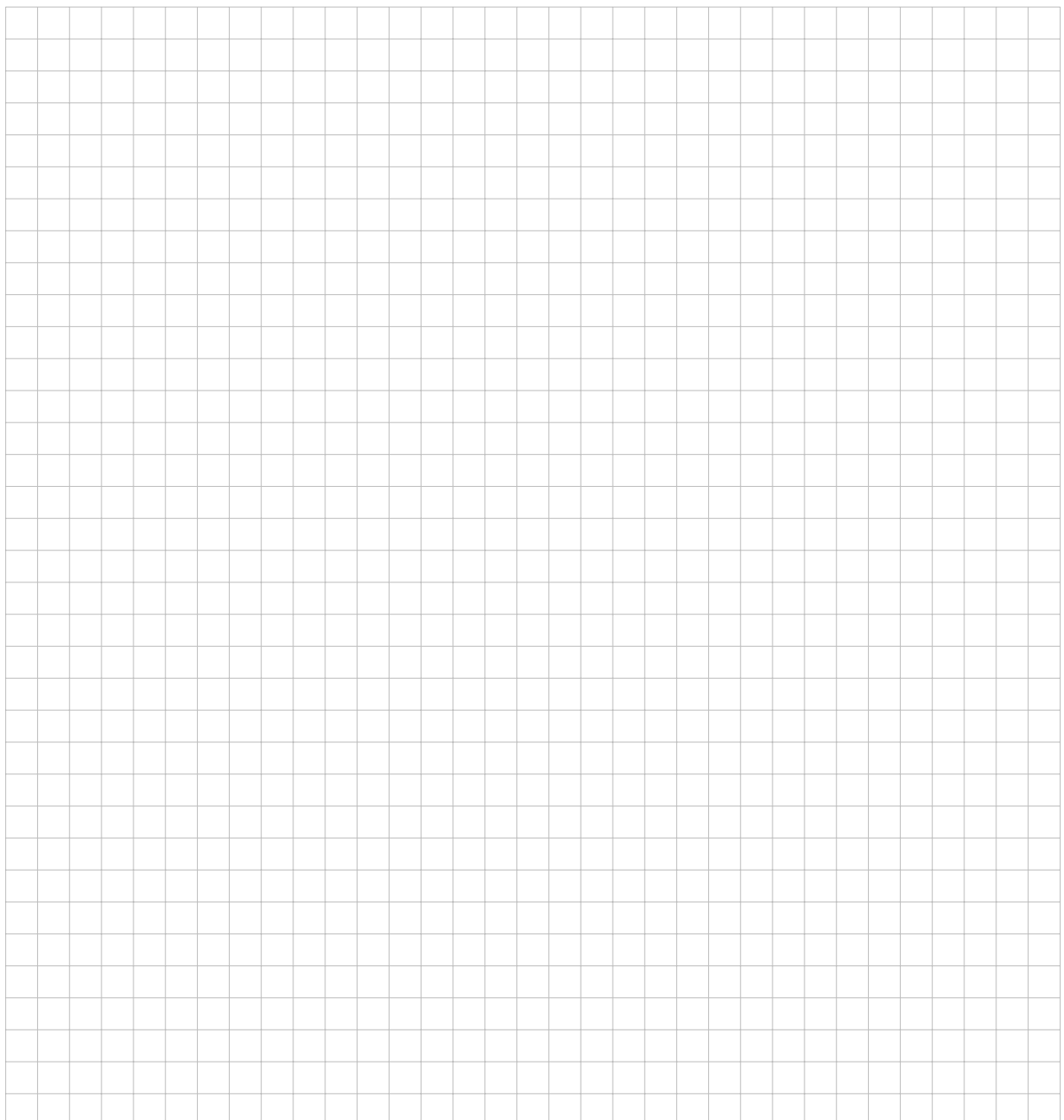
Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

**Question 4:** *Cette question est notée sur 4 points.*

<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5	<input type="checkbox"/>	.5
<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4			

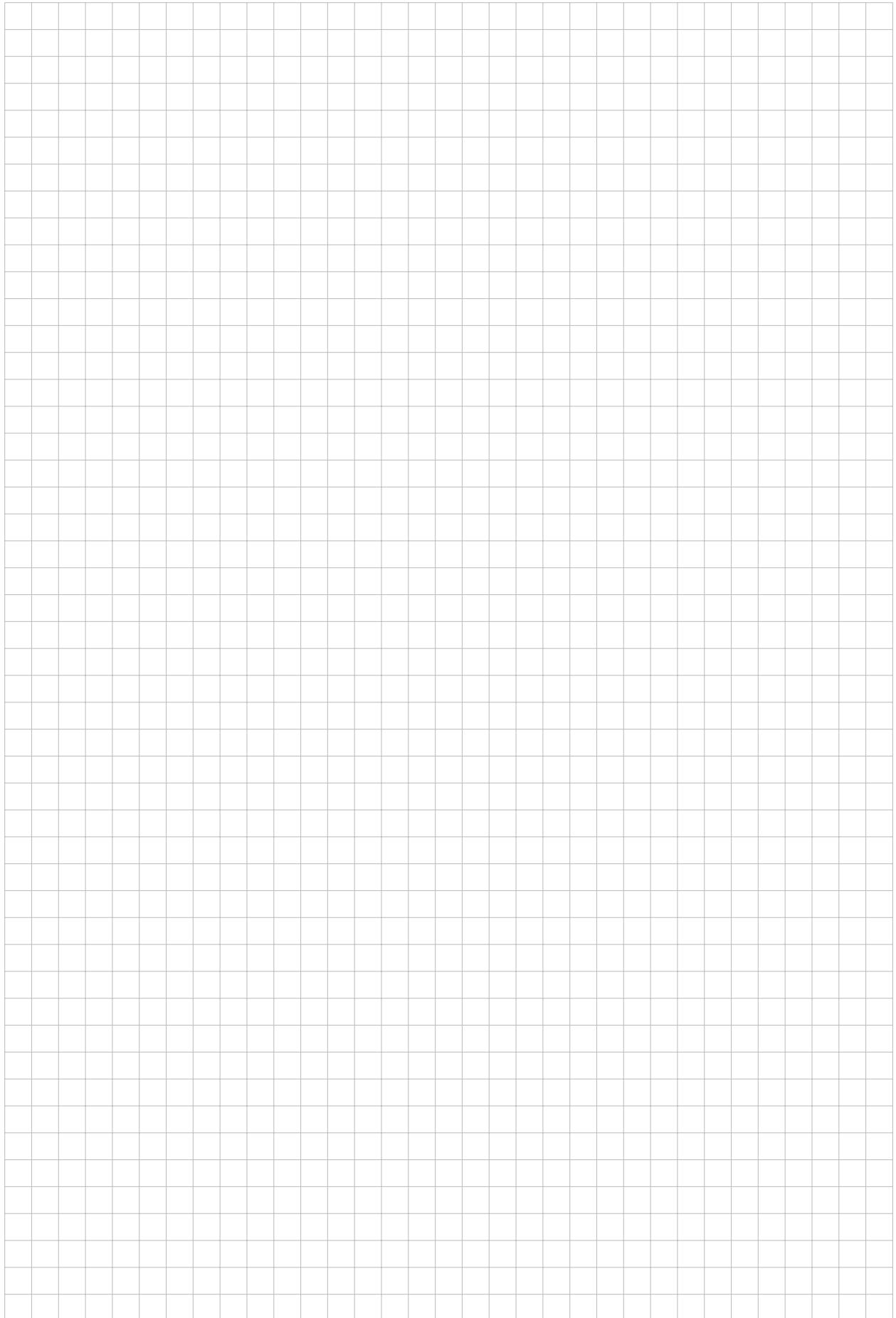
Déterminer le domaine de définition puis, sur ce domaine, calculer l'ensemble des primitives de la fonction

$$f(x) = x \ln(\sqrt{x^2 + 1}).$$



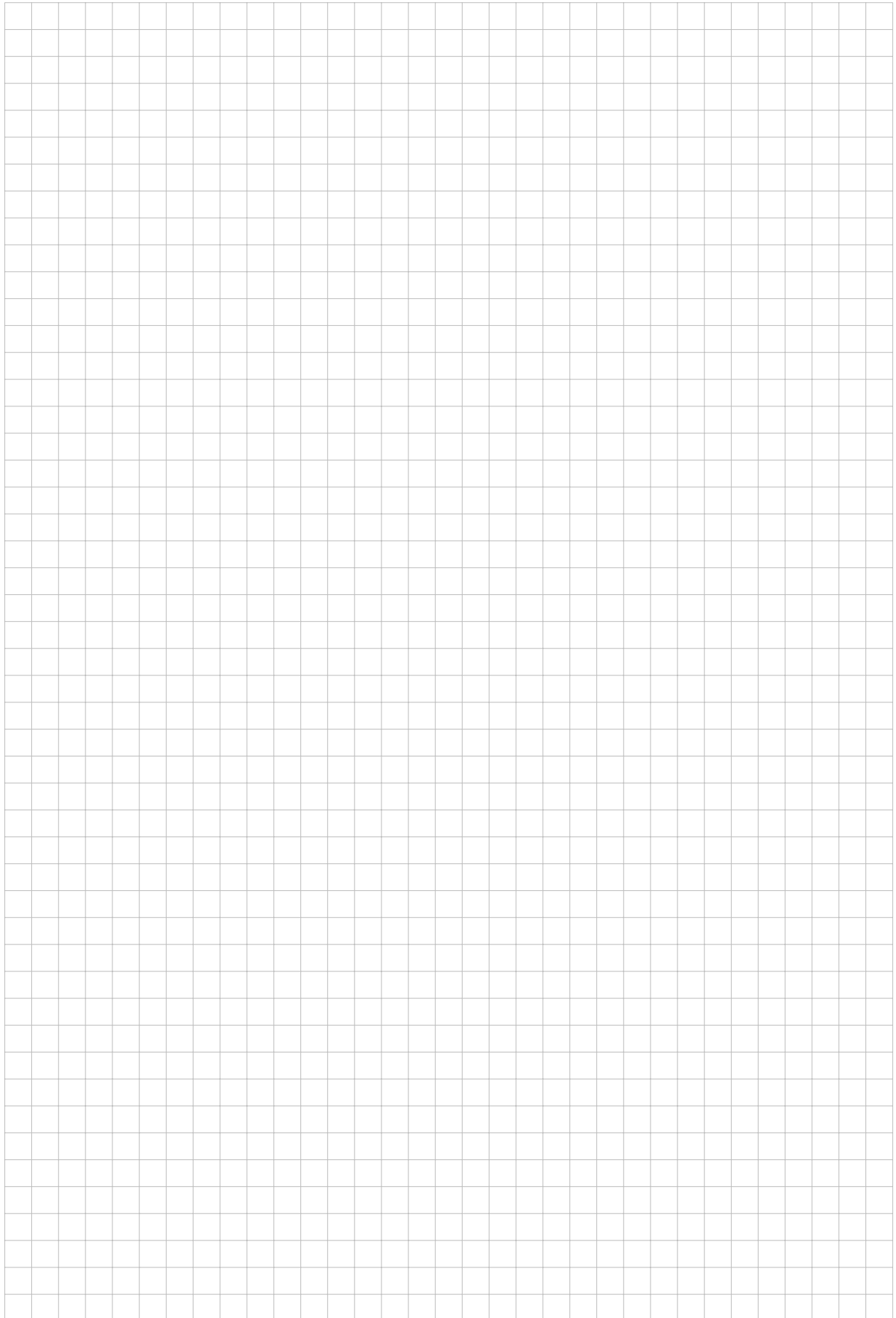


+1/5/56+





+1/6/55+



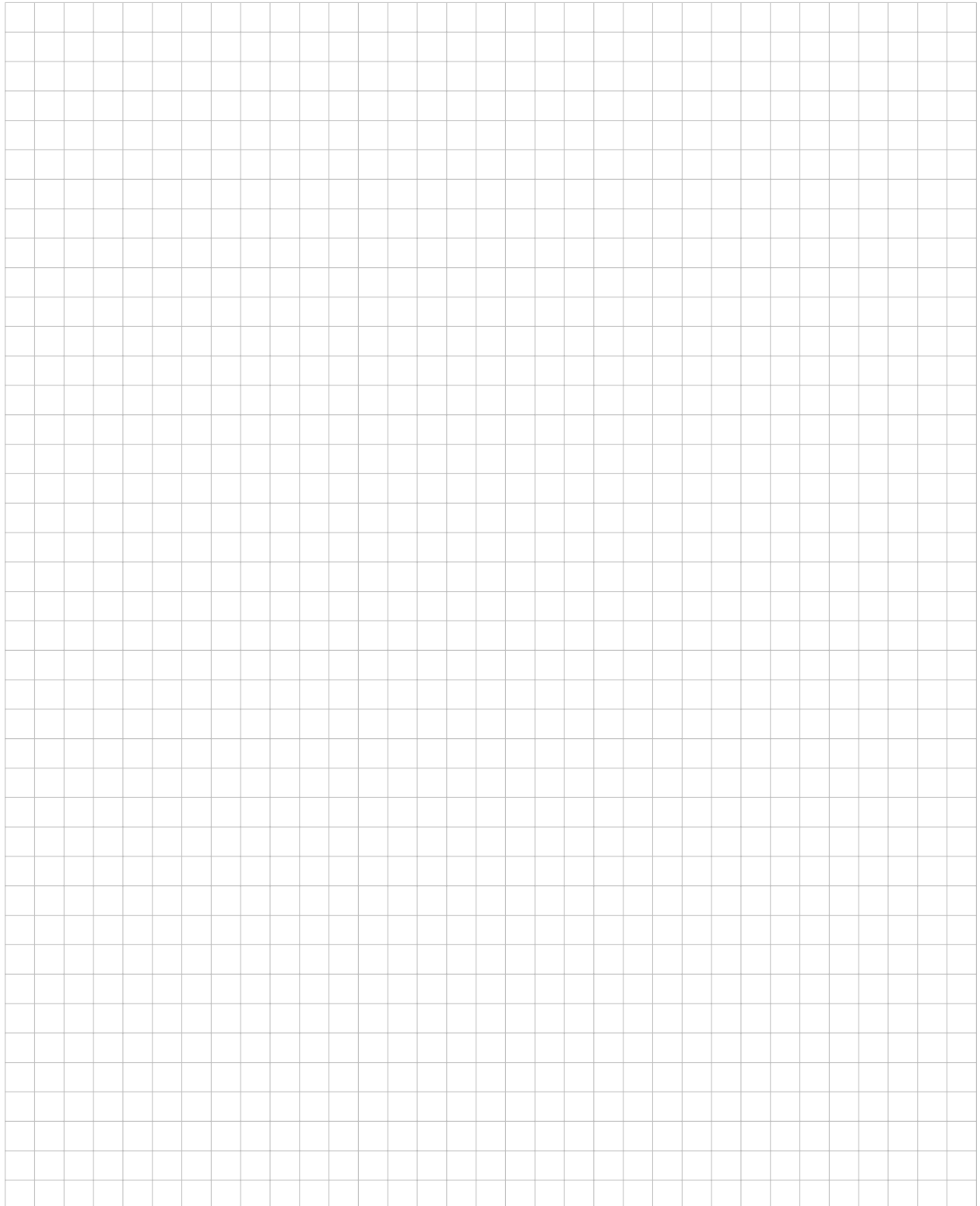


**Question 5:** *Cette question est notée sur 5 points.*

<input type="text"/>	.	5	<input type="text"/>	.	5	<input type="text"/>	.	5	<input type="text"/>	.	5	<input type="text"/>	.	5	<input type="text"/>	.	5
<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	5						

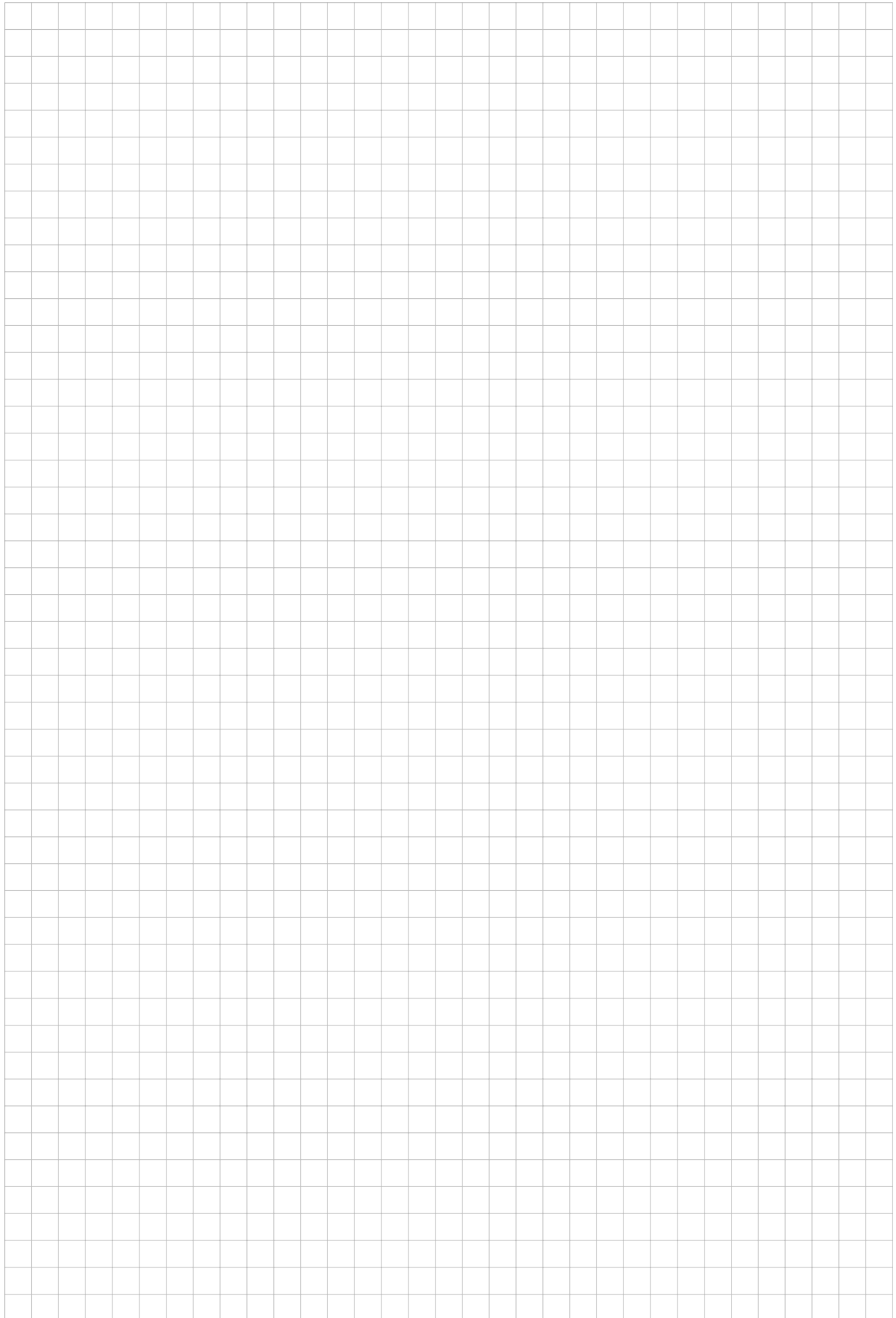
Déterminer le domaine de définition puis, sur ce domaine, calculer l'ensemble des primitives de la fonction

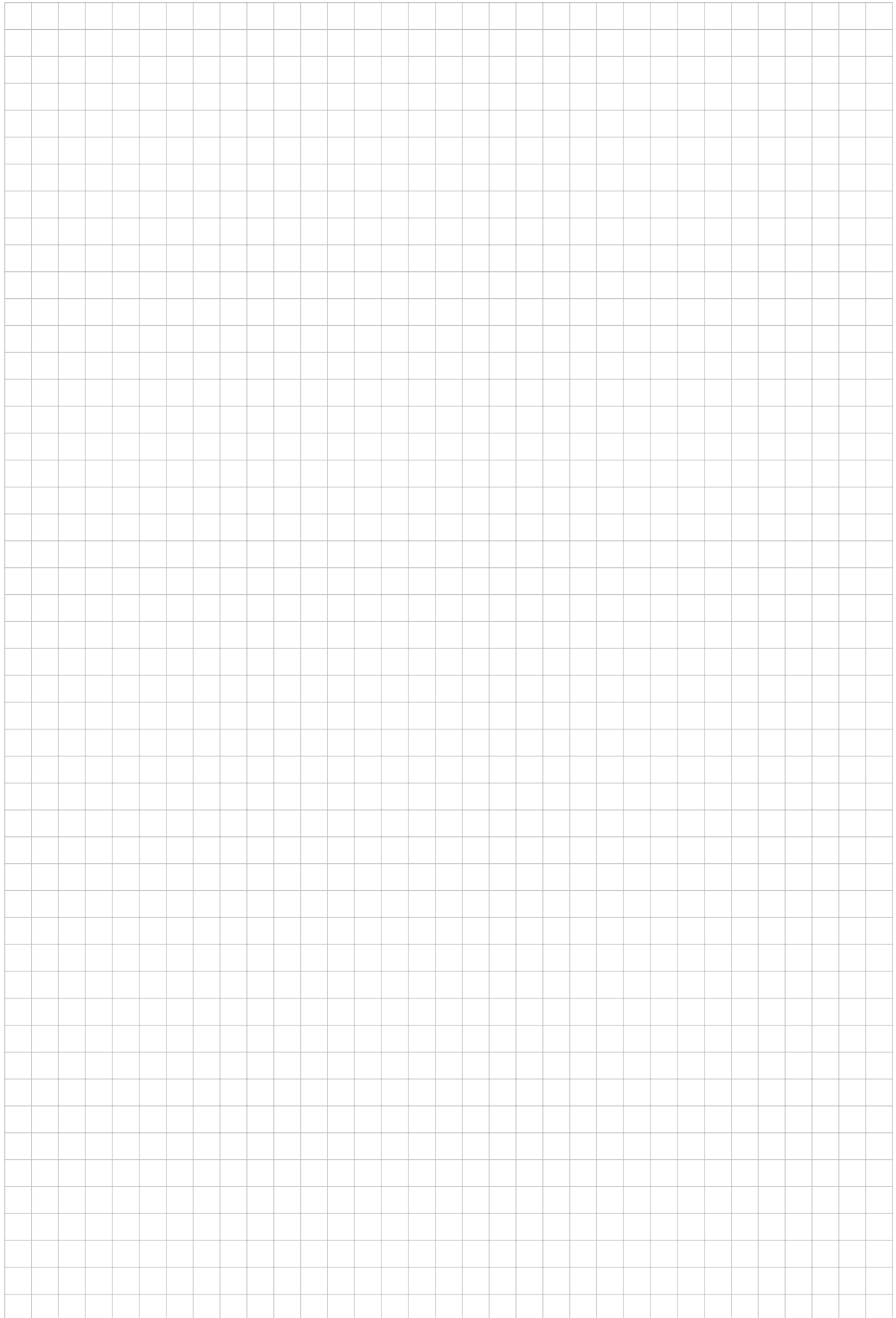
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 5}.$$

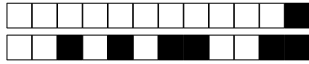




+1/8/53+





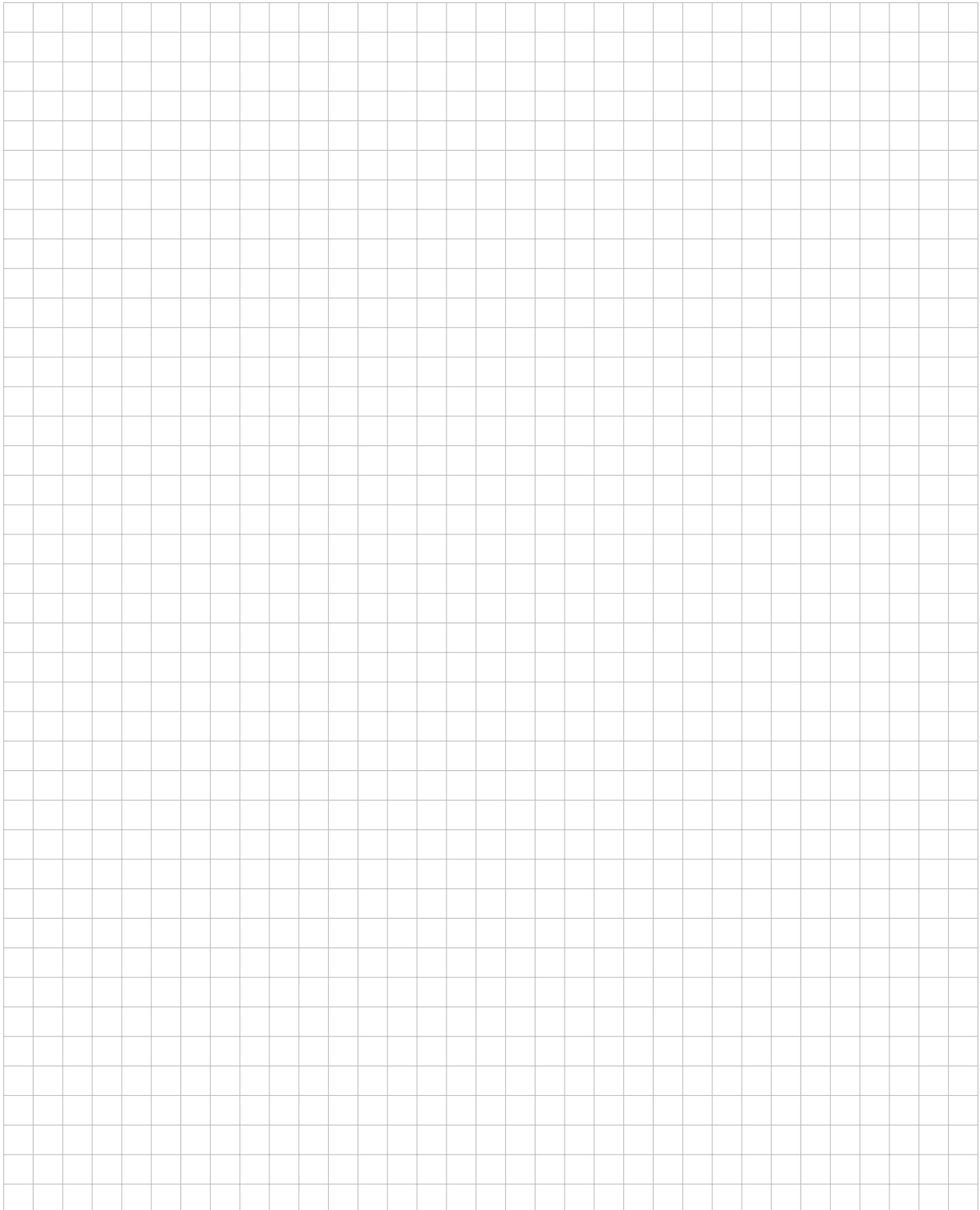


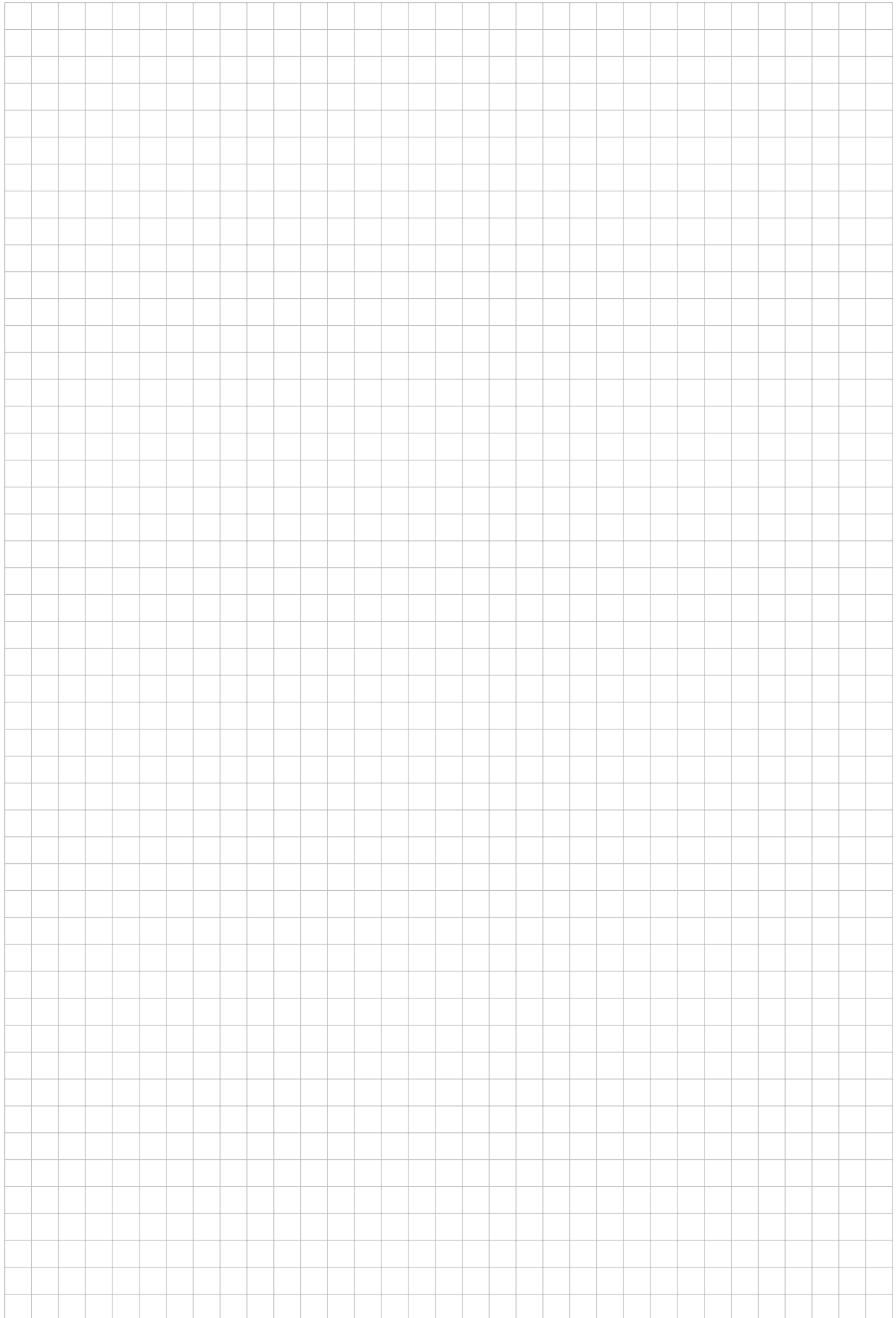
**Question 6:** *Cette question est notée sur 5 points.*

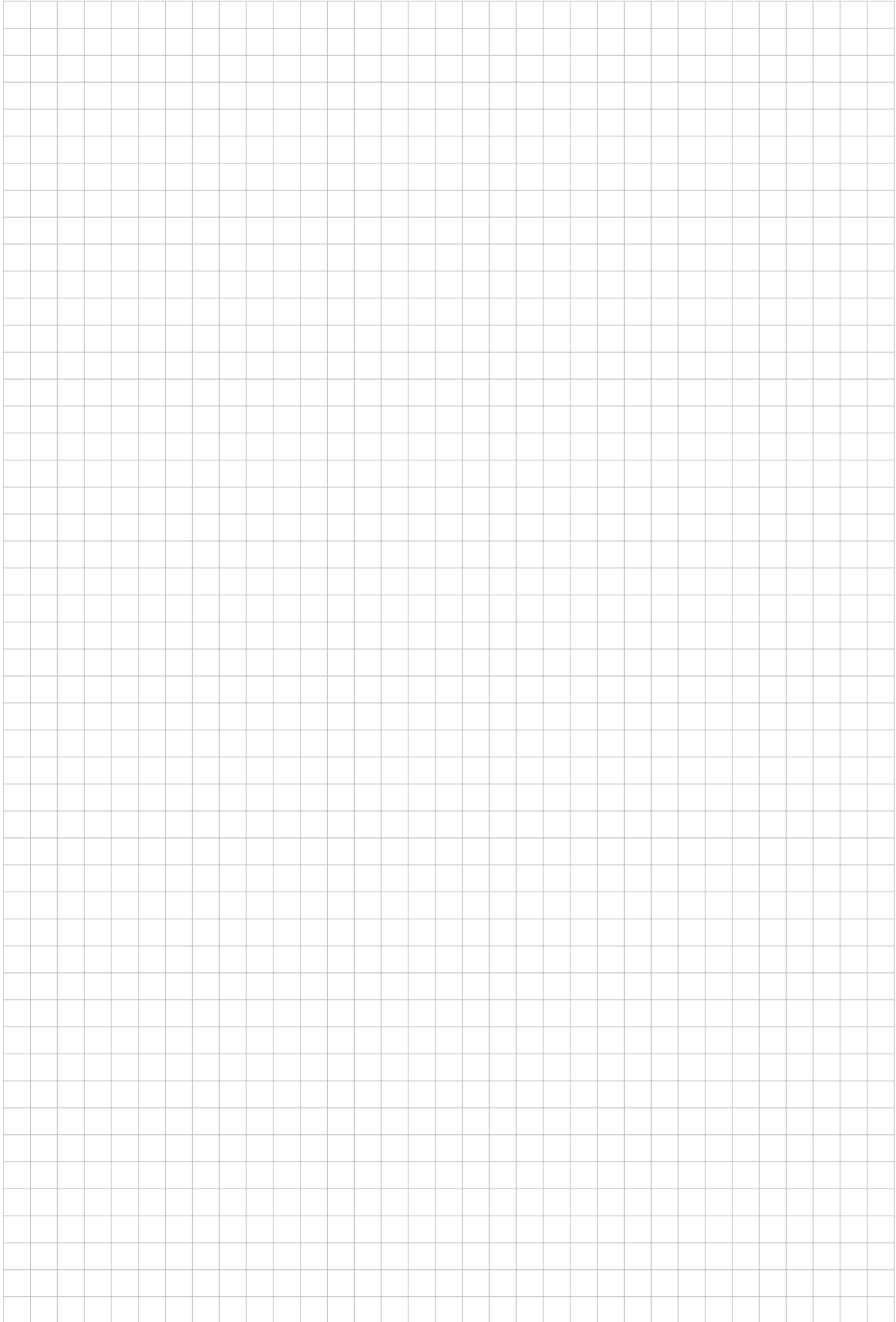
<input type="text"/>	.	5	<input type="text"/>	.	5	<input type="text"/>	.	5	<input type="text"/>	.	5	<input type="text"/>	.	5
<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	5			

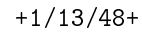
Calculer l'intégrale définie

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2(x) \sin(x) - \cos(x) \sin(x) + \sin(x)}{(\cos(x) + 1)(\cos(x) - 2)^2} dx.$$









A number line from 0 to 10. The line is divided into 10 equal segments. Above the line, boxes are placed at each tenth mark, with a '.5' written next to each box. Below the line, boxes are placed at each whole number mark, with the number written next to each box.

$$\Gamma_1 : \begin{cases} x_1(t) = \cos(t), \\ y_1(t) = \sin(t), \end{cases} , t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \quad \Gamma_2 : \begin{cases} x_2(t) = \sqrt{3} \cos(t), \\ y_2(t) = \sin(t), \end{cases} , t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$



