

## Série 24

**1.** Calculer la longueur des arcs définis ci-dessous :

- |   |  |
|---|--|
| a) $y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$ , $\alpha \leq x \leq \beta$ , | c) $y = \ln [\cos(x)]$ , $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ , |
| b) $y = \ln(1 - x^2)$ , $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ ,        | d) $y = \arcsin(e^{-x})$ , $0 \leq x \leq a$ .                     |

**2.** Calculer la longueur des arcs définis paramétriquement ci-dessous :

- |   |  |
|---|--|
| a) $\begin{cases} x(t) = 2t + t^2 \\ y(t) = 2t - t^2 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$ ,                             |  |
| b) $\begin{cases} x(t) = 2 \cos t - \cos(2t) \\ y(t) = -2 \sin t - \sin(2t) \end{cases} \quad -\pi \leq t \leq \pi$ . |  |

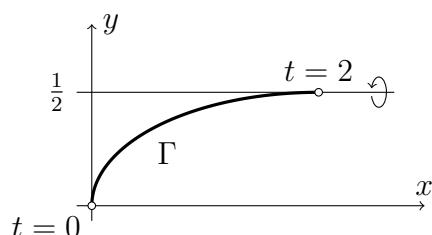
**3.** Déterminer l'aire de la surface de révolution obtenue par la rotation de la courbe d'équation  $y = f(x)$  autour de l'axe  $d$  dans les deux cas suivants :

- |  |  |
|--|--|
| a) $f(x) = \frac{1}{3}x^3$ , $0 \leq x \leq 1$ et $d = (Ox)$ , |  |
| b) $f(x) = \cosh(x)$ , $0 \leq x \leq 1$ et $d = (Oy)$ .       |  |

**4.** Calculer l'aire d'une sphère de rayon  $r$ .

**5.** On considère l'arc paramétré  $\Gamma$  défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \frac{t^2}{4+t^2} \\ y(t) = \frac{2t}{4+t^2} \end{cases} \quad t \in [0, 2].$$



- |  |  |
|--|--|
| a) Calculer la longueur de l'arc $\Gamma$ .  |  |
| b) Calculer l'aire de la surface de révolution obtenue par rotation de l'arc $\Gamma$ autour de l'axe horizontal $y = \frac{1}{2}$ . |  |

**6.** On considère l'arc de courbe  $\Gamma$  défini par

$$y = \sinh^2(x), \quad x \geq 0, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

- a) Calculer la longueur de l'arc  $\Gamma$ .
- b) Calculer l'aire de la surface de révolution engendrée par la rotation de l'arc  $\Gamma$  autour de l'axe vertical d'équation  $x = \arg \sinh(1)$ .

Donner les résultats sous leur forme la plus simple.

---

### Réponses de la série 24

- 1.** a)  $L = a \left[ \sinh\left(\frac{\beta}{a}\right) - \sinh\left(\frac{\alpha}{a}\right) \right],$       c)  $L = \ln(3),$
- b)  $L = -1 + 2 \ln(3),$       d)  $L = \arg \cosh(e^a).$
- 2.** a)  $L = 2 + \sqrt{2} \arg \sinh(1),$       b)  $L = 16.$
- 3.** a)  $A = \frac{\pi}{9} (2\sqrt{2} - 1),$       b)  $A = 2\pi \left[ \sinh(1) - \cosh(1) + 1 \right].$
- 4.**  $A = 4\pi r^2.$
- 5.** a)  $L = \frac{\pi}{4},$       b)  $A = \frac{\pi}{4} (\pi - 2).$
- 6.** a)  $s = \sqrt{2},$       b)  $A = \pi.$
-