

Série 20

1. Calculer les primitives des fonctions suivantes :

a) $a(x) = \frac{2^{u(x)}}{u(x)}$ où $u(x) = \sqrt{x}$,

b) $b(x) = \sin(\sqrt{x})$,

c) $c(x) = x^3 \cdot \sin(x^2)$.

2. Calculer les primitives des fonctions suivantes :

a) $a(x) = \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$,

b) $b(x) = x^2 (1-x^2)^{-3/2}$,

c) $c(x) = \sqrt{4x-x^2}$,

d) $d(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+6x+5}}$,

e) $e(x) = \frac{x \cdot \arccos^2(x)}{\sqrt{1-x^2}}$.

3. Déterminer, sur son domaine de définition, l'ensemble des primitives de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{\sqrt{(x^2-1)^3}}.$$

4. Déterminer l'ensemble des primitives de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{x \cdot \cos(x)}{2 \sqrt{1+\sin(x)}}, \quad x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right].$$

5. Déterminer l'ensemble des primitives de la fonction f définie par

$$f(x) = \sqrt{4e^x - e^{2x}}, \quad x \leq \ln(4).$$

Réponses de la série 20

1. a) $\int \frac{2^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \frac{2^{(1+\sqrt{x})}}{\ln 2} + C$

b) $\int \sin(\sqrt{x}) dx = 2 [\sin(\sqrt{x}) - \sqrt{x} \cdot \cos(\sqrt{x})] + C$

c) $\int x^3 \cdot \sin(x^2) dx = \frac{1}{2} [-x^2 \cos(x^2) + \sin(x^2)] + C$

2. a) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx = -\frac{1}{x} \sqrt{1+x^2} + C$

b) $\int x^2 \cdot (1-x^2)^{-3/2} dx = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \arcsin(x) + C$

c) $\int \sqrt{4x-x^2} dx = \frac{x-2}{2} \cdot \sqrt{4x-x^2} + 2 \arcsin(\frac{x-2}{2}) + C$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+6x+5}} dx = \begin{cases} -\arg \cosh\left(-\frac{x+3}{2}\right) + C & \text{si } x < -5 \\ \arg \cosh\left(\frac{x+3}{2}\right) + C & \text{si } x > -1 \end{cases}$

e) $\int \frac{x \cdot \arccos^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 2\sqrt{1-x^2} - 2x \cdot \arccos(x) - \sqrt{1-x^2} \cdot \arccos^2(x) + C$

3. $\int \frac{x \ln(x)}{\sqrt{(x^2-1)^3}} dx = -\frac{\ln(x)}{\sqrt{x^2-1}} + \arctan \sqrt{x^2-1} + C$

4. $\int \frac{x \cdot \cos x}{2\sqrt{1+\sin x}} dx = x \cdot \sqrt{1+\sin x} + 2\sqrt{1-\sin x} + C$

5. $\int f(x) dx = 2 \arcsin\left(\frac{e^x-2}{2}\right) + \sqrt{4e^x - e^{2x}} + C$
